

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

FACOLTA' DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE

D.I.C.A.M.

Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e dei Materiali

TESI DI LAUREA

in

PROGETTO IN ZONA SISMICA LS

ANALISI SEMPLIFICATE

DI INTERAZIONE TERRENO-STRUTTURA

PER IL DUOMO DI MODENA

CANDIDATO:

Carlo Mainardi

RELATORE:

Chiar.mo Prof. Ing. **Tomaso Trombetti**

CORRELATORE:

Dott. Ing. **Stefano Silvestri**

Dott. Ing. **Michele Palermo**

Anno Accademico 2010/2011

Sessione II

Introduzione	11
Introduzione.....	13
Sommario	15
Capitolo 1	19
Sintesi dei rilievi effettuati	19
1.1 Introduzione	21
1.2 Fasi costruttive e primi interventi (1099-1322)	22
1.3 Sintesi quadro fessurativo	28
1.4 Studio dei dissesti e confronti.....	44
1.5 Il rilievo laser scanner	48
1.5.1 Sbandamenti nel piano e fuori dal piano.....	49
1.5.2 Orizzontalità degli elementi architettonici.....	52
1.6 Deduzioni sul comportamento globale della struttura	56
Capitolo 2	65
La modellazione FEM del Duomo	65
2.1 Introduzione	67
2.2 Geometria del Duomo	67
2.3 Struttura e classificazione delle zone	70
2.4 Il modello FEM.....	74
Capitolo 3	81
Studio degli effetti dovuti ai carichi statici	81
3.1 Introduzione	83
3.2 Carichi permanenti sugli elementi portanti verticali.....	84
3.2.1 Navata centrale.....	84
3.2.2 Coro.....	85
3.2.3 Navata settentrionale e meridionale.....	85
3.2.4 Transetto settentrionale e meridionale.....	86

3.2.5 Absidi.....	87
3.2.6 Solaio del coro e del pontile campionesse.....	87
3.2.7 Torrette di facciata e torrette absidali.....	88
3.2.8 Sintesi grafica dei carichi sulle murature.....	88
3.3 Vincoli alla base	91
3.4 Tensioni verticali di compressione e livelli tensionali alla base.....	94
3.4.1 Sintesi dei risultati.....	123
3.4.2 Muri trasversali	125
3.4.3 Muri longitudinali.....	125
3.4.4 Peso degli elementi	126
3.5 Isostatiche di trazione e confronto con il quadro fessurativo	128
3.5.1 Sintesi dei risultati.....	141
3.5.2 Muri trasversali	141
3.5.3 Muri longitudinali.....	143
3.6 Deformata	145
3.6.1 Sintesi dei risultati.....	157
3.6.2 Muri trasversali	159
3.6.3 Muri longitudinali.....	160
3.7 Ulteriori analisi effettuate	161
3.7.1 Tensioni verticali di trazione.....	162
3.7.2 Tensioni orizzontali di compressione	168
3.7.3 Tensioni tangenziali.....	174
Capitolo 4	183
Studio degli effetti dovuti ai carichi statici su struttura fessurata.....	183
4.1 Introduzione	185
4.2 Fessure considerate	186
4.2.1 Muro di facciata	186
4.2.2 Muri trasversali interni	187
4.2.3 Muri Absidali.....	187
4.2.4 Muri longitudinali lato nord.....	188
4.2.5 Muri longitudinali lato nord.....	190
4.3 Modellazione fessure.....	192
4.4 Isostatiche di trazione.....	196

4.4.1 Sintesi dei risultati.....	209
4.4.2 Muri trasversali.....	209
4.4.3 Muri longitudinali.....	210
Capitolo 5	215
<i>Studio degli effetti dovuti alle variazioni termiche.....</i>	215
5.1 Introduzione	217
5.2 Isostatiche di trazione.....	218
5.2.1 Sintesi dei risultati.....	230
5.2.2 Muri trasversali	230
5.2.3 Muri longitudinali.....	231
Capitolo 6	235
<i>Analisi su struttura con vincoli orizzontali non lineari.....</i>	235
6.1 Introduzione	237
6.2 Modello FEM	238
6.3 Vincoli.....	243
6.4 Tensioni verticali di compressione e tensioni orizzontali di trazione	249
6.5 Spostamenti nodali alla base	264
6.5.1 Incastri orizzontali e molle verticali.....	266
6.5.2 Molle orizzontali e molle verticali	272
Capitolo 7	281
<i>Analisi su struttura con vincoli orizzontali lineari.....</i>	281
7.1 Introduzione	283
7.2 Modello e vincolamento.....	283
7.3 Tensioni verticali di compressione.....	286
7.3.1 Sintesi dei risultati.....	298
7.4 Isostatiche di trazione.....	300
7.4.1 Sintesi dei risultati.....	312
7.4.2 Muri trasversali.....	312
7.4.3 Muri longitudinali.....	313
7.5 Deformata	315

7.5.1 Sintesi dei risultati	327
7.5.2 Muri trasversali	331
7.5.3 Muri longitudinali	331
Capitolo 8	335
Combinazione lineare degli effetti	335
8.1 Introduzione	337
8.2 Combinazione delle azioni	337
8.3 Isostatiche di trazione	339
8.3.1 Sintesi dei risultati	351
8.3.2 Muri trasversali	351
8.3.3 Muri longitudinali	353
8.4 Deformate e confronto con i laser scanner	355
8.4.1 Sintesi dei risultati	373
8.4.2 Muri trasversali	374
8.4.3 Muri longitudinali	375
8.4.4 Confronto con rilievi laser scanner	376
8.5 Ulteriori analisi effettuate	381
8.5.1 Tensioni verticali di compressione	381
8.5.2 Tensioni verticali di trazione	387
8.5.3 Tensioni orizzontali di compressione	393
8.5.4 Tensioni tangenziali	399
Conclusioni	407
Bibliografia	413

Introduzione

Introduzione

Il presente elaborato ha come oggetto il Duomo di Modena, eretto nel XI secolo e capolavoro dello stile romanico, è stato dichiarato dall' UNESCO patrimonio dell'umanità nel 1997.

Nel corso dei secoli la Cattedrale Modenese è stata oggetto di svariate modifiche e di numerosi interventi di restauro e consolidamento, le quali hanno causato l'inevitabile modifica del comportamento strutturale del Duomo e che, assieme agli eventi sismici e ai danneggiamenti causati dai bombardamenti del secondo conflitto mondiale, hanno aggravato lo stato deformativo e di danno della struttura.

Dal 2006 è stato avviato un progetto di conservazione del Duomo di Modena che coinvolge molteplici personalità del mondo accademico e professionale, allo scopo di creare un percorso di conoscenza completo della Cattedrale (storico-architettonico e strutturale-ingegneristico), base indispensabile per la programmazione di adeguati ed efficaci interventi, volti al consolidamento strutturale ed alla conservazione e tutela del manufatto.

L'obiettivo di questa tesi è comprendere ed interpretare il comportamento del Duomo di Modena, attraverso un approccio integrato multidisciplinare finalizzato all'analisi strutturale.

Gli strumenti utilizzati per l'analisi strutturale sono modelli agli elementi finiti, in cui è posta particolare attenzione sulla modellazione del vincolamento alla base.

Sommario

La tesi è strutturata in diversi studi, corrispondenti ai capitoli, nei quali si cerca progressivamente di aggiungere elementi che completano il percorso di conoscenza sul Duomo. Nello studio si cerca di capire quali effetti abbiano sul Duomo sia i singoli fattori analizzati, sia l'insieme degli stessi che complessivamente determinano il comportamento attuale rilevato.

Nel capitolo 1 si riportano i rilievi effettuati che sono punto di partenza per una conoscenza approfondita del Duomo di Modena. Sono riportati la “Ricerca storica” e lo “Studio dei dissesti” svolti dallo studio tecnico Silvestri, i risultati del rilievo geometrico eseguito con laser scanner dal prof. A. Capra dell’università degli studi di Modena e Reggio Emilia ed infine le schede tecniche relative alla sintesi e all’interpretazione strutturale del quadro fessurativo fornite dallo Studio Tecnico Silvestri.

Nel capitolo 2 sono riportate informazioni sulla geometria e sulle ipotesi considerate per la modellazione del Duomo agli elementi finiti.

Il capitolo 3 studia il comportamento del Duomo di Modena, mediante l’analisi strutturale sotto carichi statici verticali, eseguita su modelli agli elementi finiti, con varie tipologie di vincolo alla base. Si pone particolare attenzione sull’analisi in termini di livelli tensionali alla base, isostatiche di trazione e deformata.

Nel Capitolo 4 si studia l’influenza che può avere sul comportamento del Duomo la presenza delle lesioni di maggior entità rilevate nel quadro fessurativo. L’analisi è svolta in termini di isostatiche di trazione.

Nel capitolo 5 si studiano gli effetti sul Duomo di Modena di una variazione termica costante sui paramenti murari, i risultati sono esposti in termini di isostatiche di trazione.

Nel capitolo 6 si effettua un’analisi non lineare sul modello agli elementi finiti per approfondire la conoscenza dei vincoli orizzontali alla base del Duomo.

Nel capitolo 7 si completa l'analisi strutturale sotto carichi statici verticali, iniziata nel capitolo 3, introducendo una nuova tipologia di vincolo orizzontale, ipotizzata in funzione dei risultati rilevati nel capitolo 6.

Nel capitolo 8 si effettua, per il modello che meglio simula il comportamento del Duomo, un'analisi completa sotto tre diverse azioni agenti: carichi statici, variazione termica, cedimenti causati dalla torre Ghirlandina e combinazione lineare delle tre azioni. I risultati sono riportati in termini di isostatiche di trazione e deformate, venendo posti a confronto con i rilievi descritti nei capitoli precedenti.

Capitolo 1

Sintesi dei rilievi effettuati

1.1 Introduzione

Eretta nell’XI la Cattedrale modenese è stata fin dall’antichità simbolo della città di Modena e fulcro attorno al quale la città si espanse. Il Duomo fu iniziato a costruire dall'architetto Lanfranco, per ospitare le spoglie del Santo Patrono, san Geminiano, dove in precedenza erano già state erette due chiese. Al fianco di esso sorge la torre campanaria detta la Ghirlandina.

Nel corso dei secoli la Cattedrale fu oggetto di modifiche, sia dell’assetto interno che di quello esterno, e di svariati interventi di consolidamento e di restauro, cui seguirono inevitabili cambiamenti nel comportamento strutturale della fabbrica oltre che dello stato deformativo e fessurativo, aggravato nei secoli ed oggi particolarmente preoccupante. Nonostante la vasta bibliografia esistente sulla storia, la “struttura” del Duomo di Modena non è stata ancora studiata adeguatamente.

Recentemente, è stato effettuato un dettagliato e completo lavoro di ricerca sulla storia delle “strutture” e dei “dissesti” del Duomo di Modena, elaborata per schede tematiche [28]. Tale ricerca, di tipo storico archivistico, è stata intrapresa dallo Studio Tecnico Silvestri come base di conoscenza propedeutica al Progetto di Conservazione del Duomo di Modena, avviato nel 2006 e tutt’ora in atto.

In questo capitolo si riporta una sintesi del lavoro svolto e gentilmente fornito dallo Studio Tecnico Silvestri [28], riguardante lo “*studio dei dissesti*” e la “*ricerca storica*” effettuata dall’Arch. Elena Silvestri, indispensabile per una conoscenza complessiva del manufatto e del suo stato attuale. Viene inoltre riportato rilievo laser scanner del Duomo di Modena è stato eseguito dal Prof. A. Capra dell’Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia [27].

1.2 Fasi costruttive e primi interventi (1099-1322)

Il Duomo di Modena che oggi vediamo è il frutto di una secolare stratificazione di trasformazioni, restauro, aggiunte e manomissione che si susseguirono nel tempo, spesso intese come operazioni di completamento e di organica trasformazione di una fabbrica complessa che non poteva essere conclusa in pochi decenni.

Si possono individuare tre fasi costruttive nella realizzazione del Duomo:

- *Fase A*, detta *Lanfranchiana* (1099-1106): si suddivide in tre sottofasi A, A' ed A''. In questa fase si iniziarono a costruire le absidi minori e i relativi risvolti a nord e sud. Immediatamente successivo è il loggiato dell'abside centrale a cui segue una parte del fronte sud. Si demolì la cattedrale precedente e si diede inizio, contemporaneamente, alla costruzione della Ghirlandina.

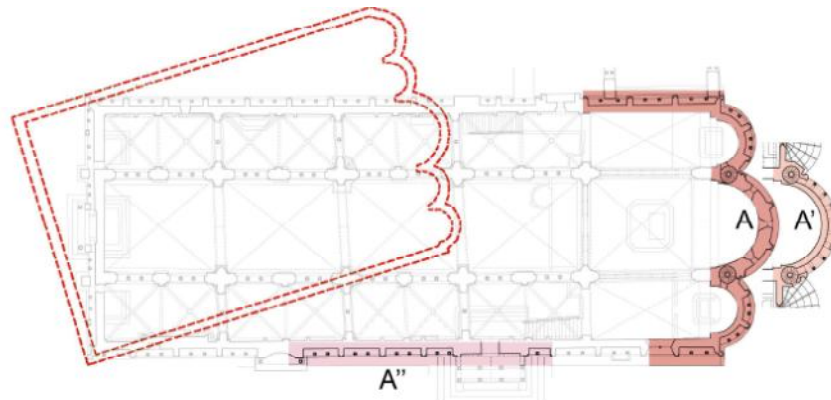


Fig. 1.2.1. Fase Lanfranchiana (1099-1106), rielaborazione grafica dei disegni di G. Palazzi, effettuata dall'Arch. Elena Silvestri[28].

- *Fase B*, detta *Wiligelmica* (1106-1110): proseguirono i lavori da est ad ovest. Questa fase iniziò a partire dalla facciata e proseguì sui lati adiacenti. La Ghirlandina rimase ferma al primo piano.

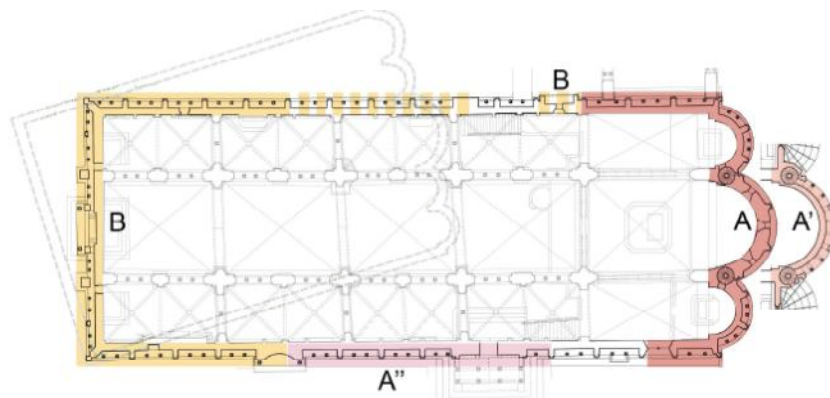


Fig. 1.2.2 Fase Wiligelmica (1106-1110), rielaborazione studio tecnico Silvestri[28].

- *Fase C*, detta *Campionese* (1130; cronologia ancora non chiara): è la fase del completamento, delle "anomalie" dovute al congiungimento dei due cantieri di diversa natura provenienti dalle absidi e dalla facciata. Si concluse la costruzione del Duomo.

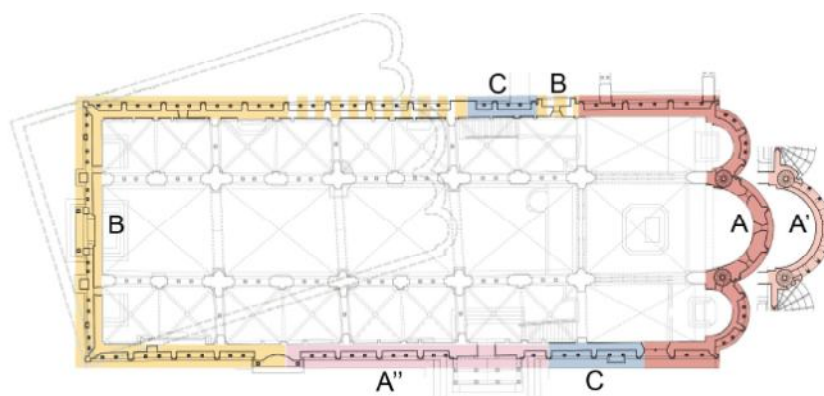


Fig. 1.2.3 Fasi Campionese (dal 1130) rielaborazione studio tecnico Silvestri[28].

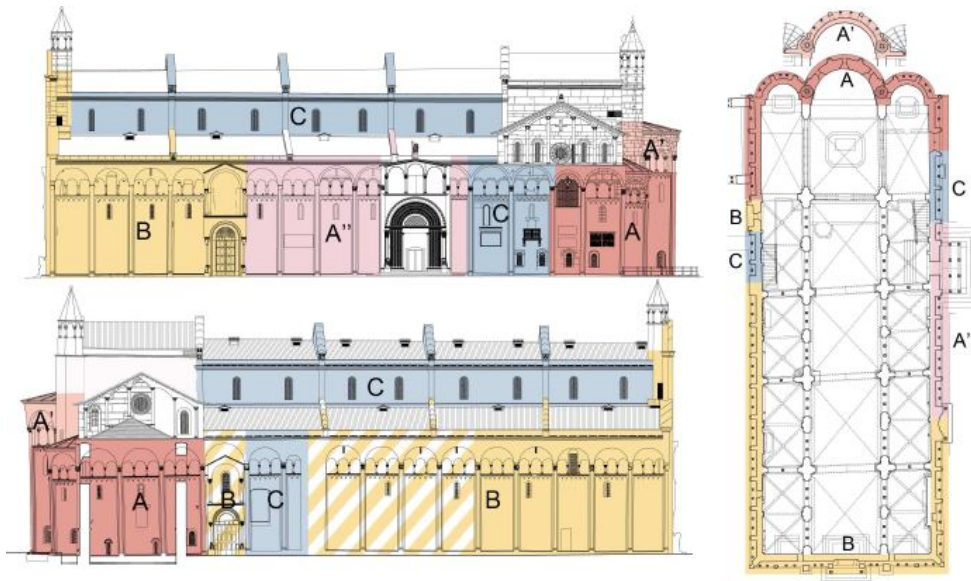


Fig. 1.2.4 Fasi costruttive del Duomo di Modena: rielaborazione studio tecnico Silvestri[28].

Varie fonti, scavi ed epigrafi confermano la successione di queste tre fasi costruttive, differenti per apparecchiatura lapidea, per apparato scultoreo e per la presenza di cesure che delimitano ed individuano i raccordi tra le fasi (Peroni [22, 23], Lomartire [17, 18]).

A conferma di ciò, vi sono differenti tipologie di fondazioni per le varie fasi ed inclinazioni variabili dei paramenti murari che identificano il diverso comportamento dei tre corpi costituenti il Duomo.

In realtà la storia delle fasi costruttive non è ancora del tutto chiara, ma è certo che i punti di raccordo corrispondono con la manifestazione delle lesioni più grandi.

Dal 1169 al 1184 si continuò con la costruzione della Ghirlandina che viene elevata fino al quinto piano.

In questo periodo iniziarono le prime trasformazioni sostanziali del Duomo, ad opera dei Campionesi, terminate probabilmente intorno al 1220. Infatti, una volta elevata la torre di quattro piani, si manifestarono le prime lesioni nelle absidi del Duomo a causa dei cedimenti del terreno: i Campionesi decisero, dunque, di consolidare le strutture e rifare i piani pari, mediante un totale rifacimento interno della cripta e del presbiterio.



Fig.1.2.5 Innesti Campionesi: rielaborazione Studio Tecnico Silvestri[28].

Gli interventi furono sia interni che esterni:

- demolirono la scala centrale del presbiterio Lanfranchiano e costruirono il pontile e le scale laterali;
- prolungarono gli emicicli absidali e irrobustirono i pilastri nella zona del presbiterio;
- ricostruirono gli archi longitudinali e le strutture sovrastanti il presbiterio;
- ricostruirono le strutture orizzontali modificando i livelli e rinnovarono le coperture, sopraelevando il presbiterio rispetto alle navate e realizzando il falso transetto;
- costruirono i timpani del falso transetto, sopraelevarono il presbiterio e le torrette, ed infine realizzarono le cuspidi.

Tutte le modifiche eseguite dal 1184 al 1220 iniziarono a modificare l'aspetto e l'assetto del Duomo nelle zone interessate dagli interventi.

Risale al periodo 1230-1244 un altro sostanziale intervento realizzato dai Campionesi: l'apertura del rosone e i contemporanei abbassamento del protiro e l'apertura delle porte laterali.

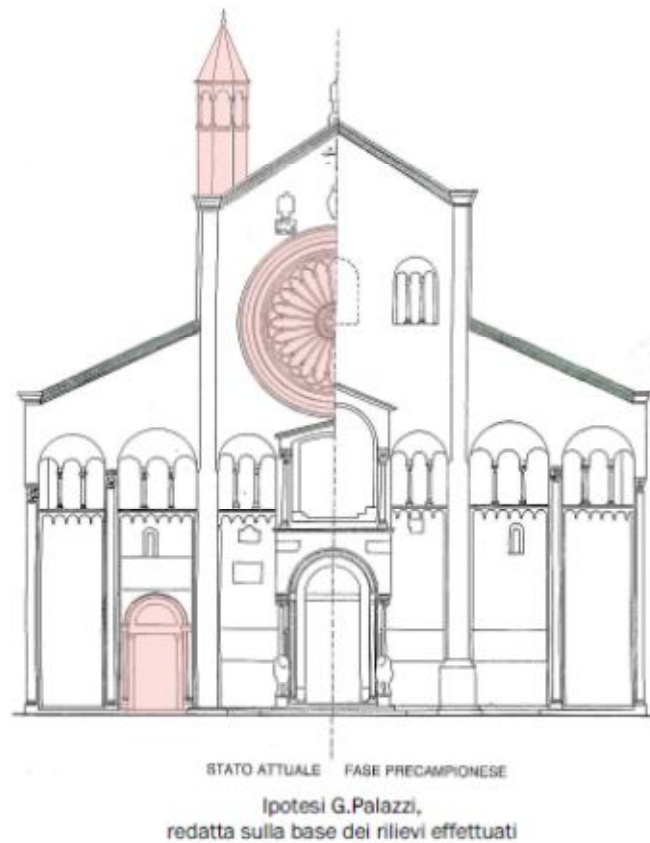


Fig.1.2.6 Apertura del rosone: fonte G. Palazzi, rielaborazione Studio Tecnico Silvestri[28].

Intanto dal 1261 al 1319 si realizzò il sesto ed ultimo livello e la guglia della Ghirlandina. Nella fig. 7 si riporta uno schema sintetico delle fasi costruttive del Duomo e della Ghirlandina.

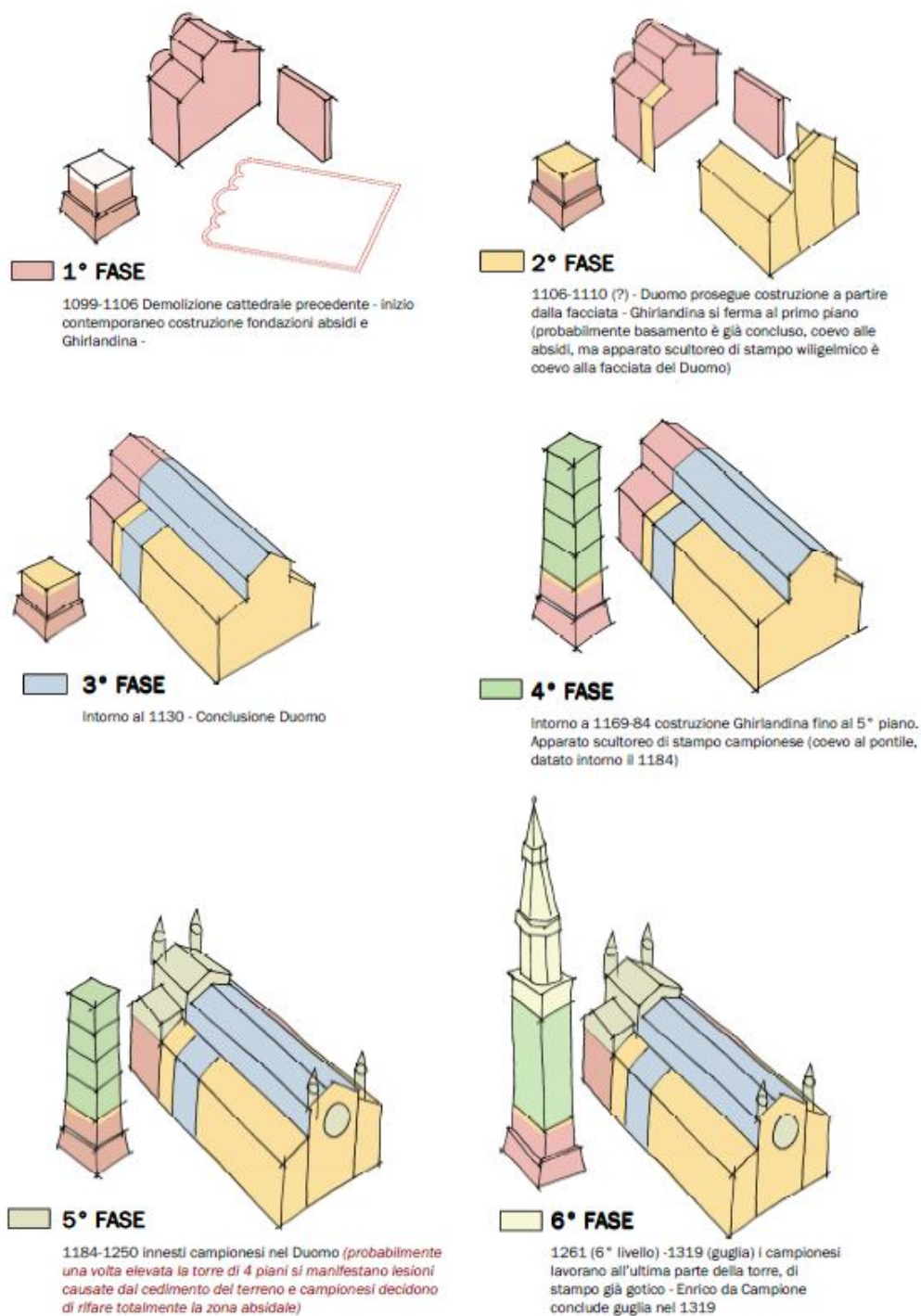


Fig.1.2.7. Fasi costruttive del Duomo e della Ghirlandina (Cadignani [10]).

Per i successivi interventi di modifica e restauro effettuati sul Duomo, conseguenti a sismi, deperimento strutturale e rifacimento di alcune parti, rinnovamento e danni bellici si può fare riferimento al capitolo 1 della tesi *Analisi strutturale del Duomo di Modena*, svolta da S.Martella presso la facoltà di Ingegneria di Bologna[32].

1.3 Sintesi quadro fessurativo

Per poter valutare lo stato attuale e la sicurezza del Duomo di Modena è necessario rilevare il quadro fessurativo e acquisire un adeguato livello di conoscenza. La lettura dei dissesti, infatti, consente di ricavare informazioni fondamentali sullo stato di danno subito nel tempo e permette la formulazione di ipotesi sui meccanismi che si sono innescati nel corso della sua storia.

Per edifici storici spesso il quadro fessurativo è conseguenza non solo dello stato di sollecitazione ma anche di rimaneggiamenti subiti nel tempo e di fattori esterni, quali influenza di edifici limitrofi, subsidenza, ecc.

Lo Studio Tecnico Silvestri ha provveduto ad effettuare il rilievo del quadro fessurativo del Duomo di Modena. In seguito a tale rilievo sono state realizzate dall'Arch. Elena Silvestri, in maniera dettagliata, delle schede di rilievo fessurativo per ogni muro con relativa documentazione fotografica attuale e storica.

I dati raccolti verranno ora utilizzati per effettuare una interpretazione strutturale dei dissesti e dei segni di degrado visibili sugli elementi strutturali e per individuare i punti più deboli e con stato fessurativo più grave.

Le schede di interpretazione strutturale per ogni muro che permettono di desumere:

- la gravità dello stato fessurativo con l'individuazione delle lesioni maggiori;
- descrizione dell'andamento lungo l'elemento strutturale;
- le corrispondenze tra muri esterni, sottotetti, muri interni, lesioni passanti ed eventuali simmetrie;
- andamenti nel tempo ed incrementi recenti;
- definizione del tipo di rottura che ha interessato l'elemento;
- ipotesi sulle possibili cause di rottura.

Le schede di analisi ed interpretazione del quadro fessurativo sono il punto di partenza per una successiva analisi strutturale del comportamento del Duomo di Modena.

Nelle schede seguenti sono riportate le tavole di sintesi del quadro fessurativo, per le schede dettagliate e complete di rilievo fotografico si rimanda all'appendice A della tesi *Analisi strutturale del Duomo di Modena*, svolta da S.Martella presso la facoltà di Ingegneria di Bologna[32].

Nella figura seguente è riportata una tavola utile per l'interpretazione del quadro fessurativo descritto.

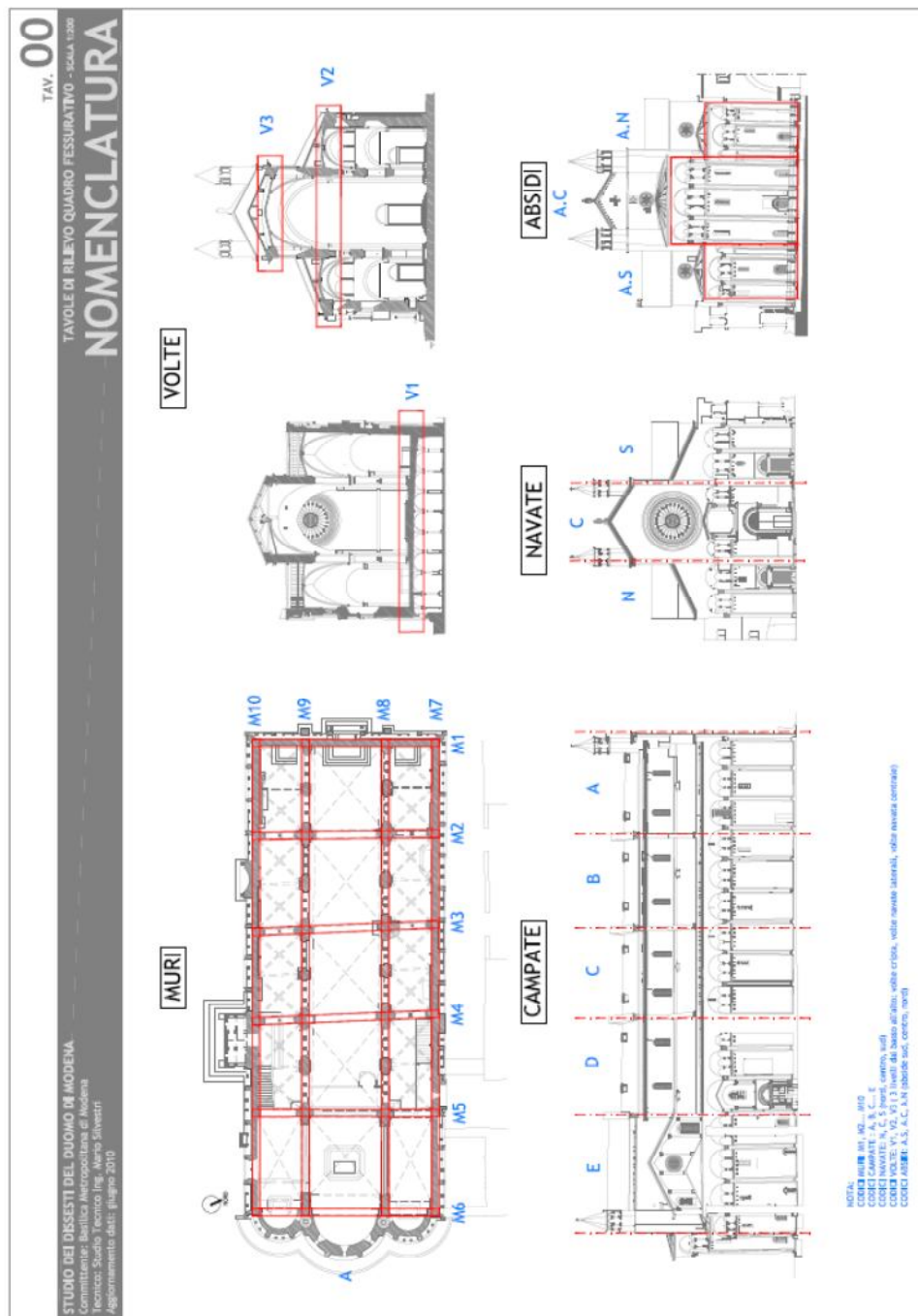


Fig.1.3.1 Nomenclatura utilizzata per il quadro fessurativo, rielaborazione Studio Tecnico Silvestri[28].

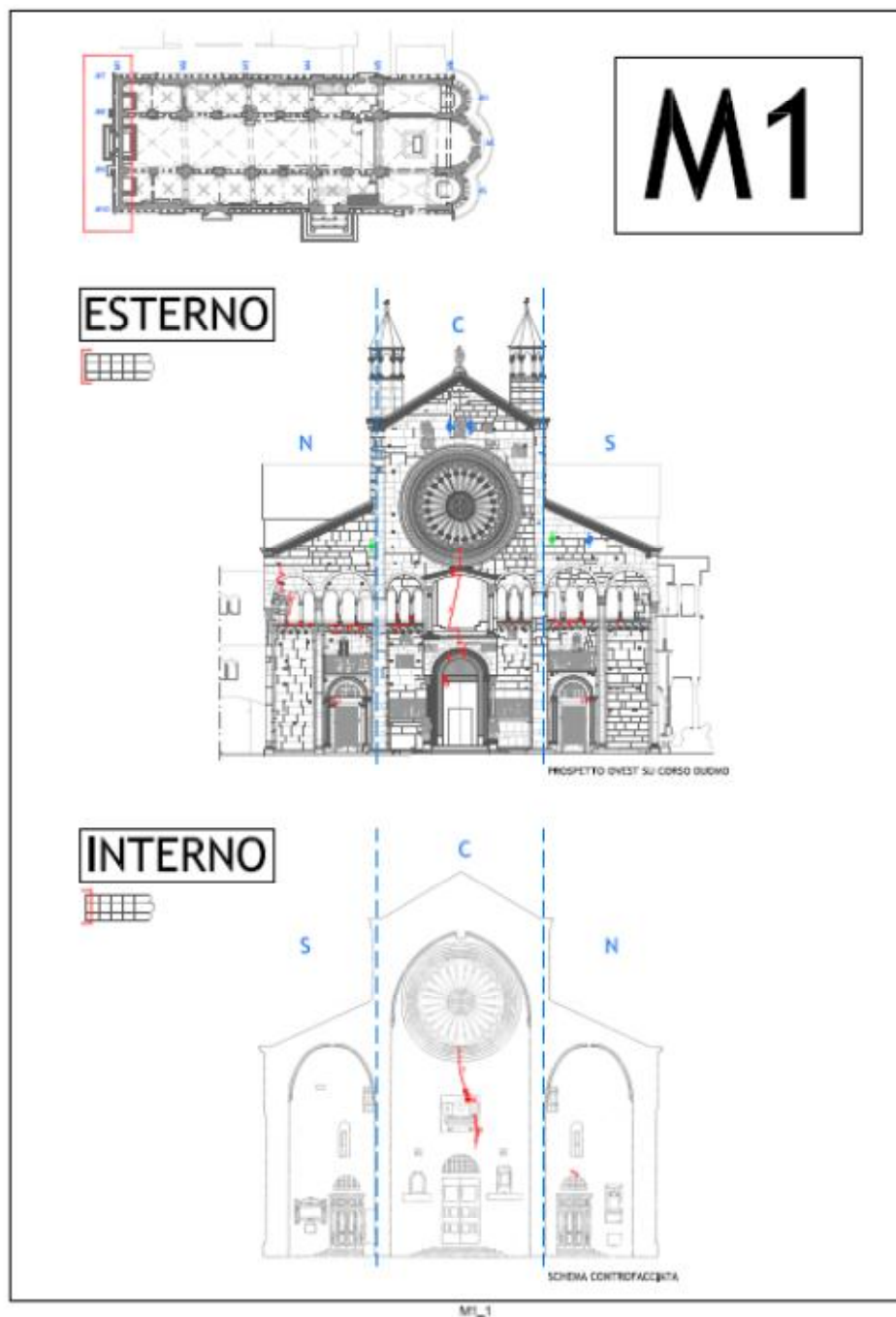


Fig.1.3.2 Quadro fessurativo per il muro 1, rielaborazione Studio Tecnico Silvestri[28].

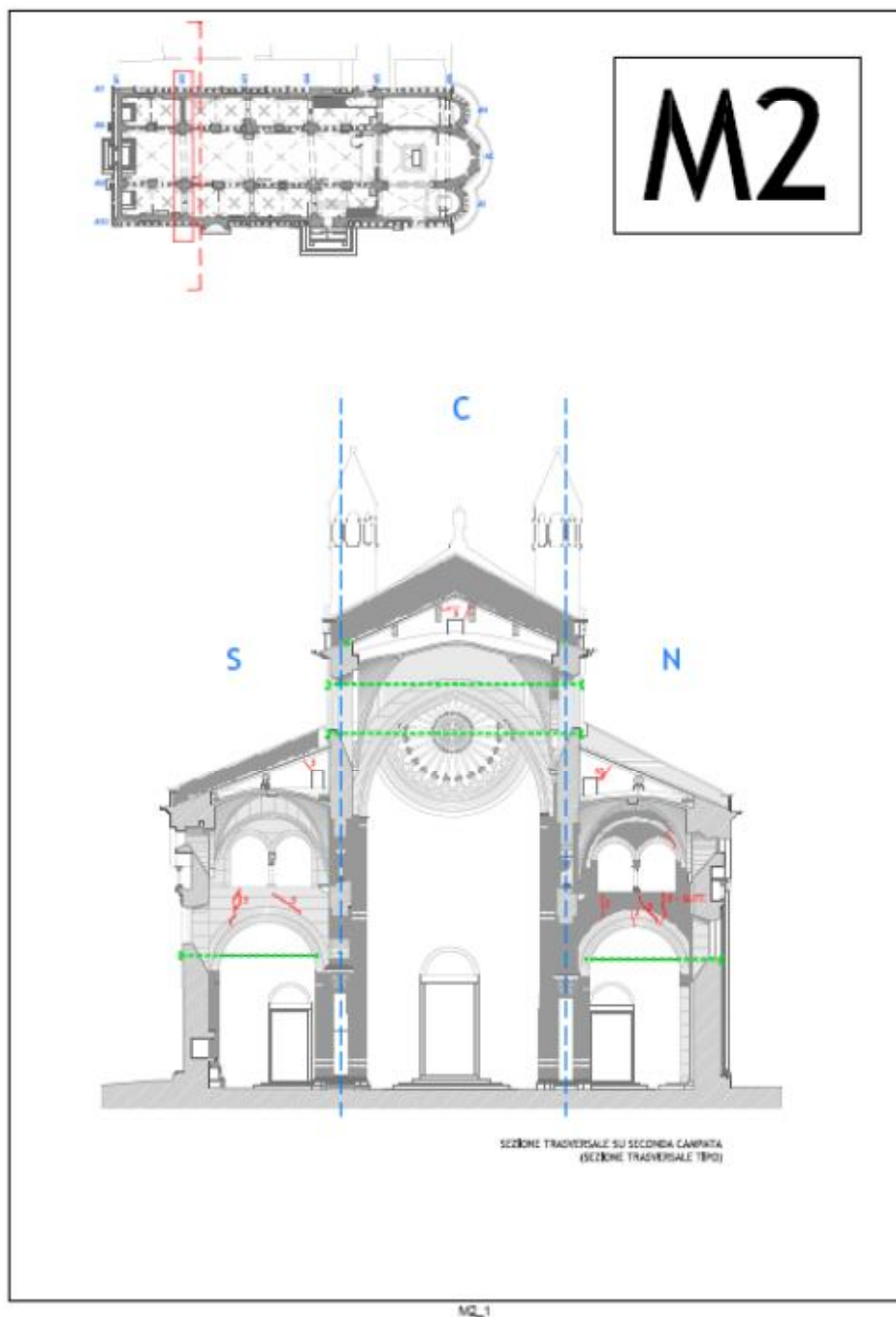


Fig.1.3.3 Quadro fessurativo per il muro 2, rielaborazione Studio Tecnico Silvestri[28].

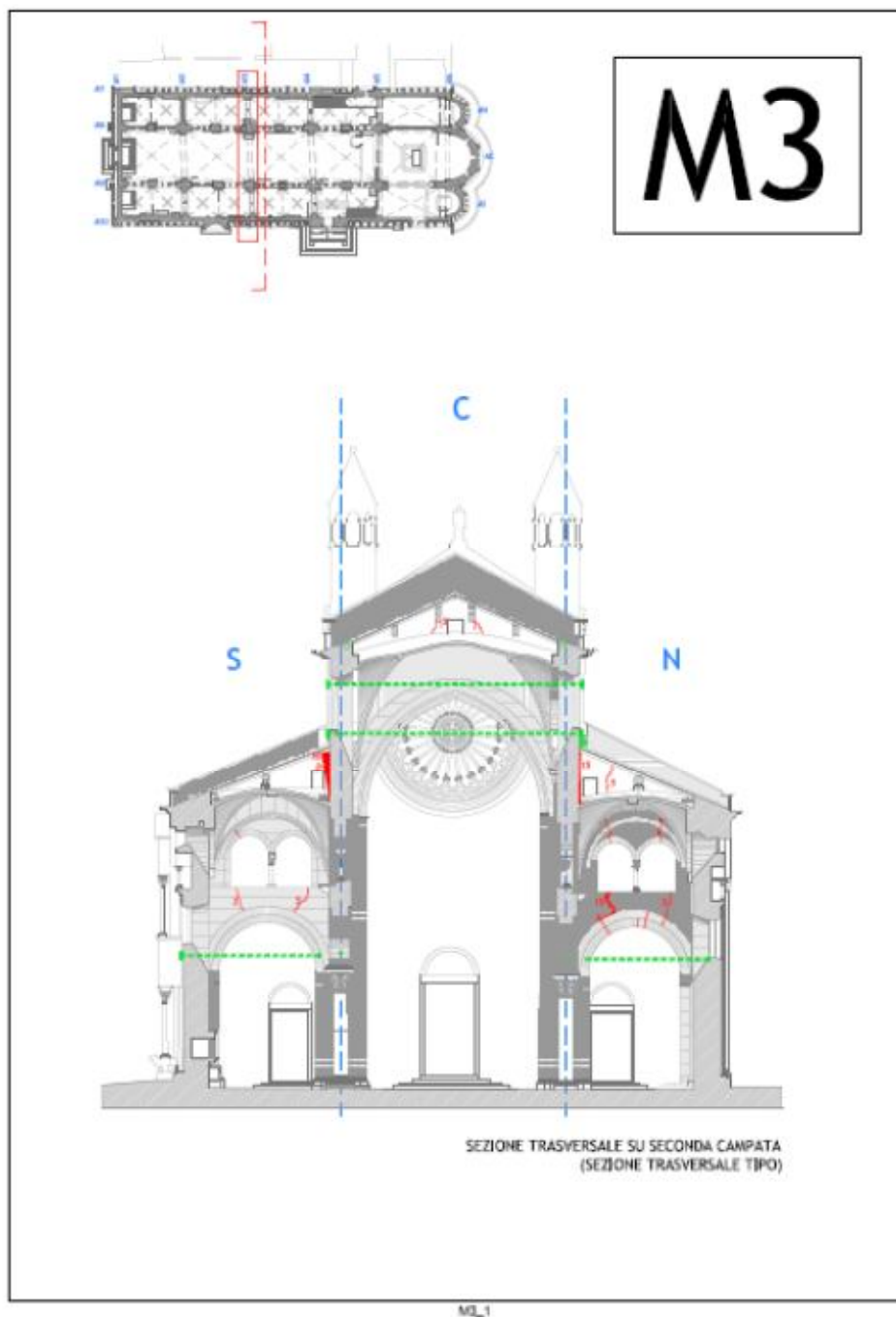


Fig.1.3.4 Quadro fessurativo per il muro 3, rielaborazione Studio Tecnico Silvestri[28].

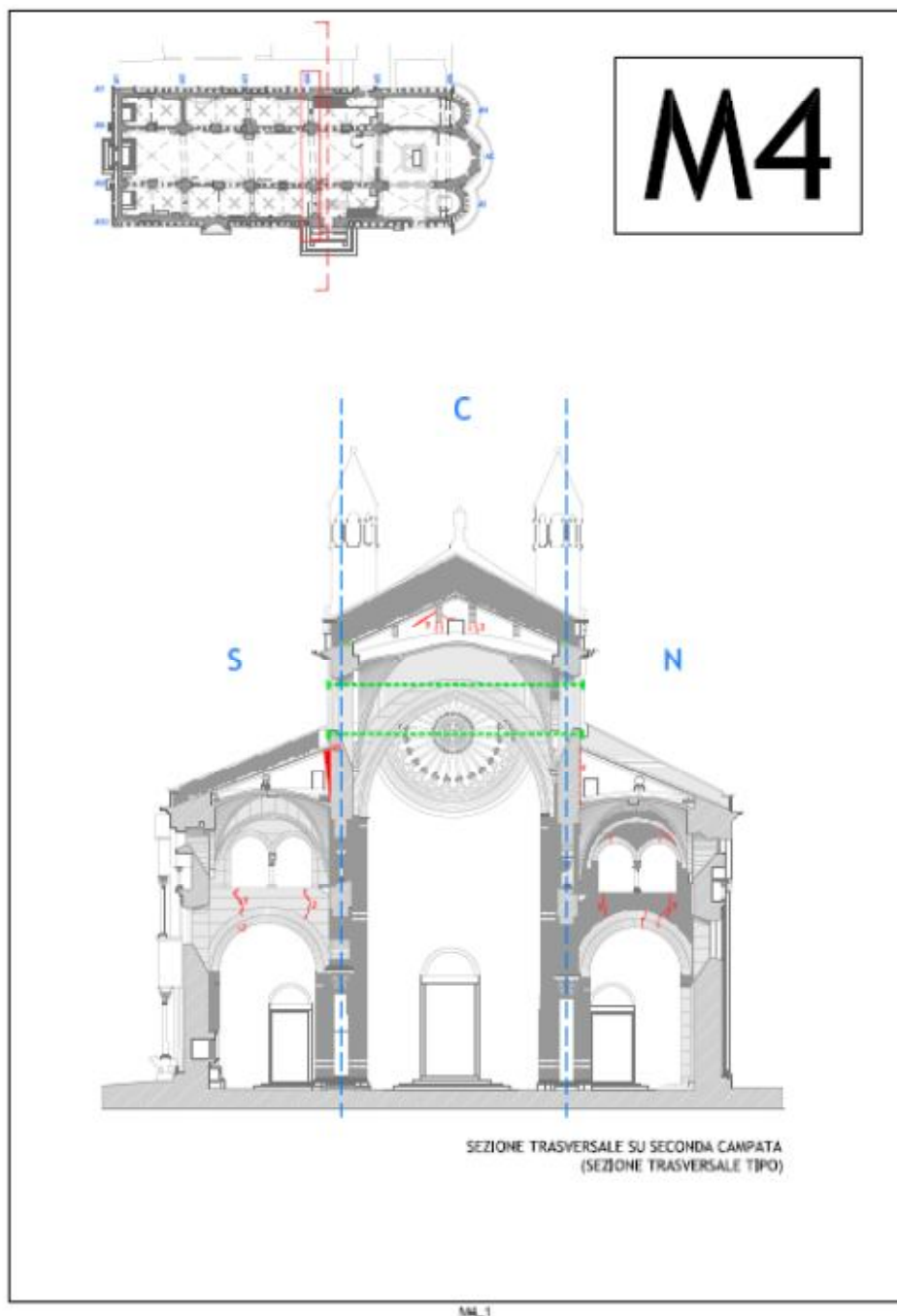


Fig.1.3.5 Quadro fessurativo per il muro 4, rielaborazione Studio Tecnico Silvestri[28].

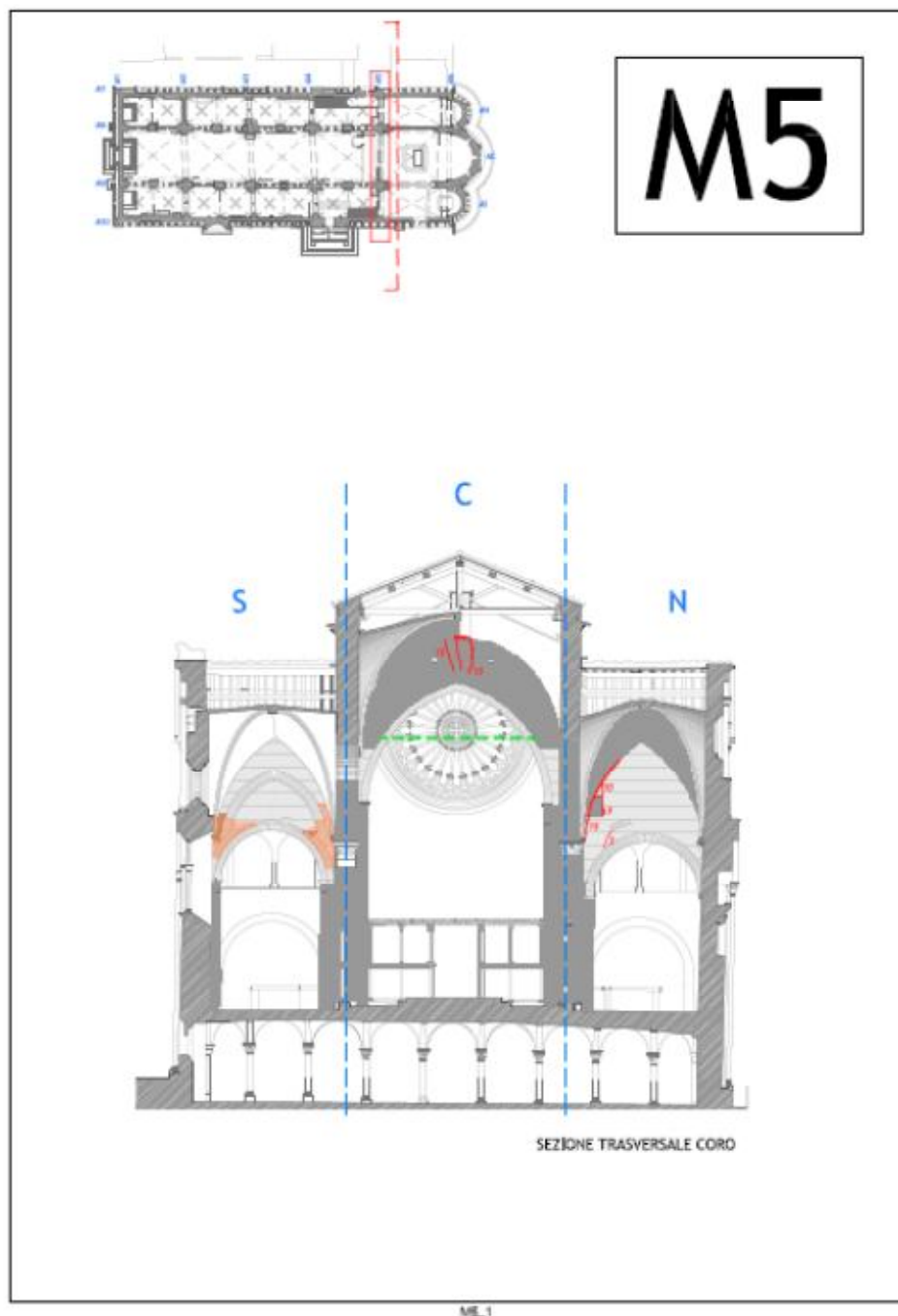


Fig.1.3.6 Quadro fessurativo per il muro 5, rielaborazione Studio Tecnico Silvestri[28].

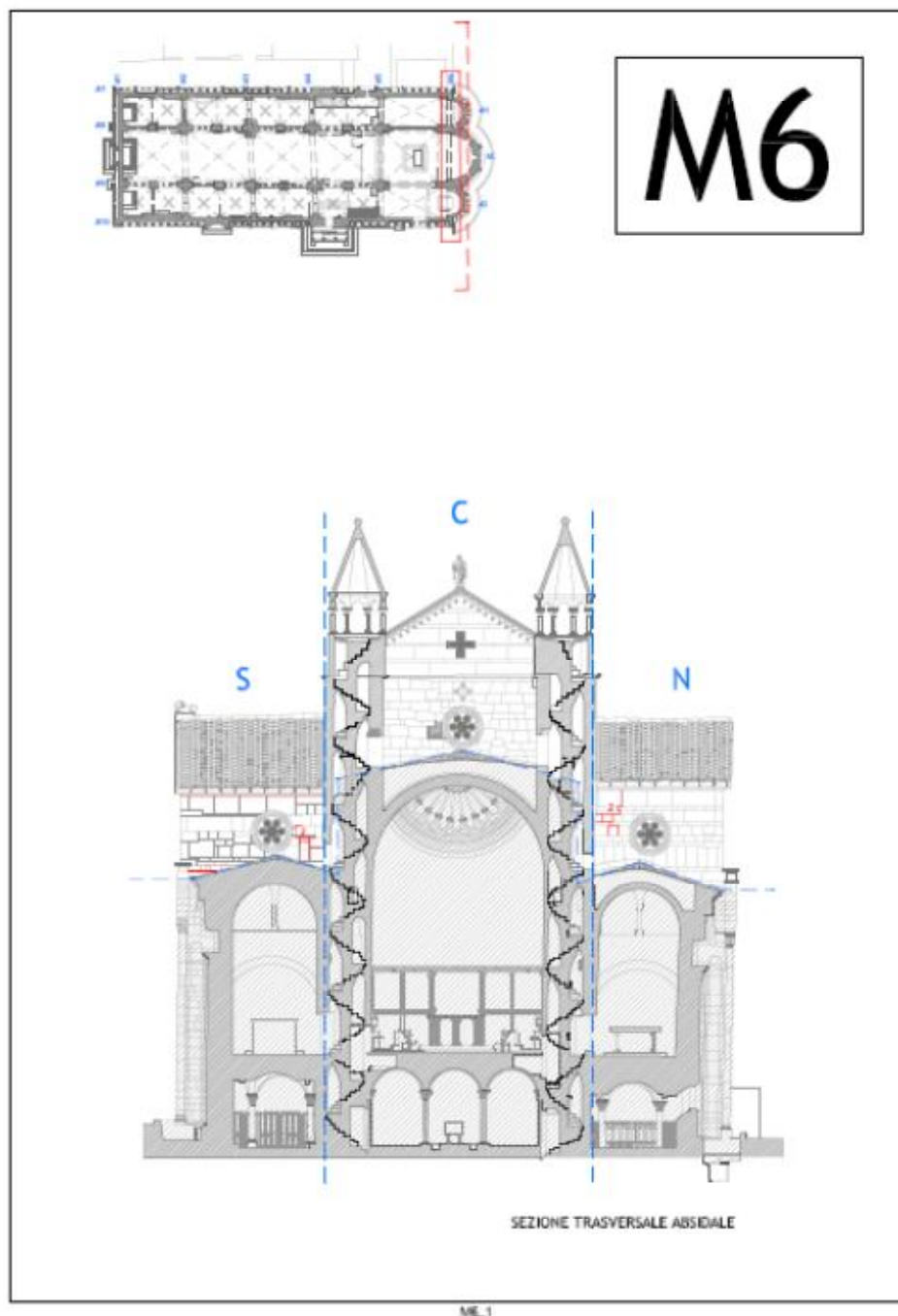


Fig.1.3.7 Quadro fessurativo per il muro 6, rielaborazione Studio Tecnico Silvestri[28].

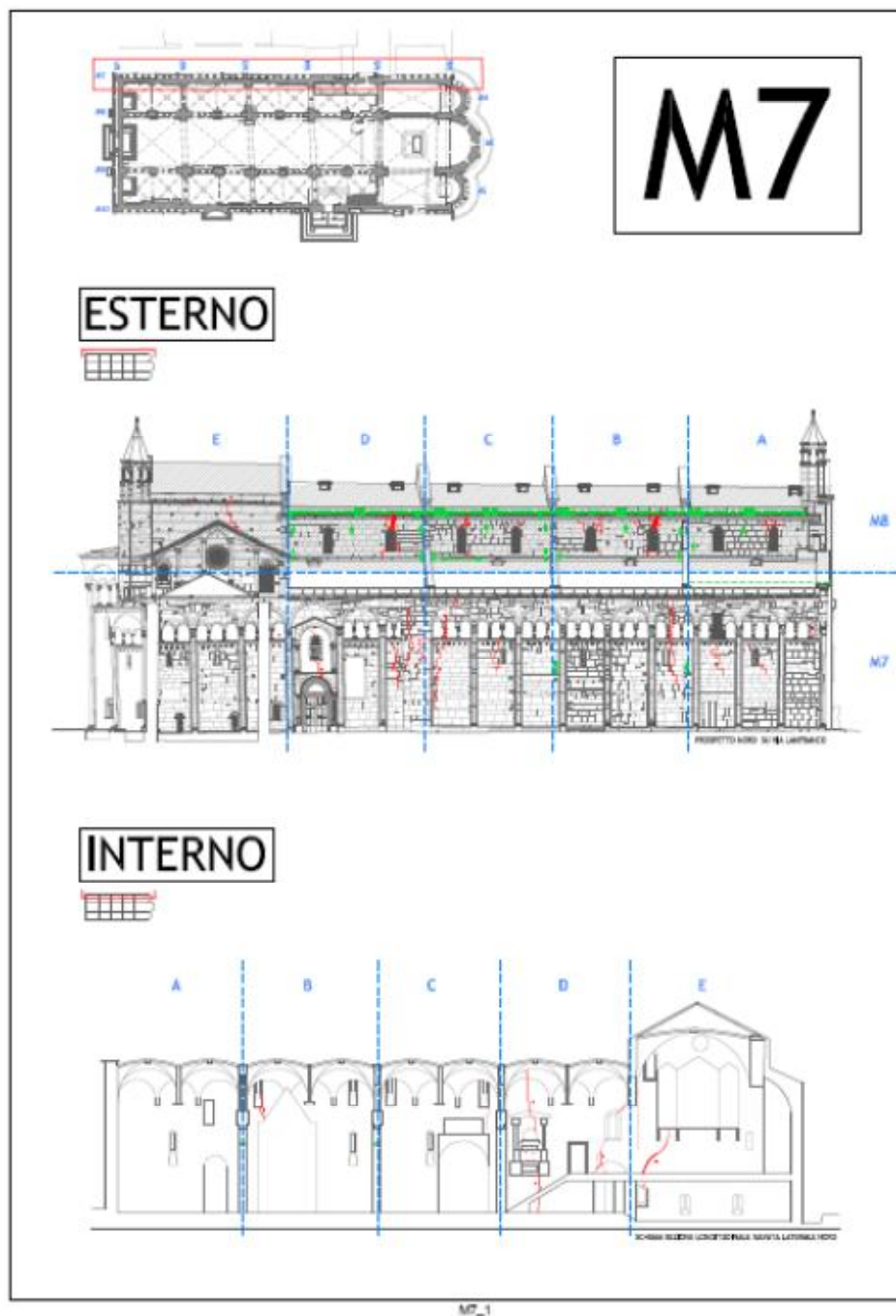


Fig.1.3.8 Quadro fessurativo per il muro 7, rielaborazione Studio Tecnico Silvestri[28].

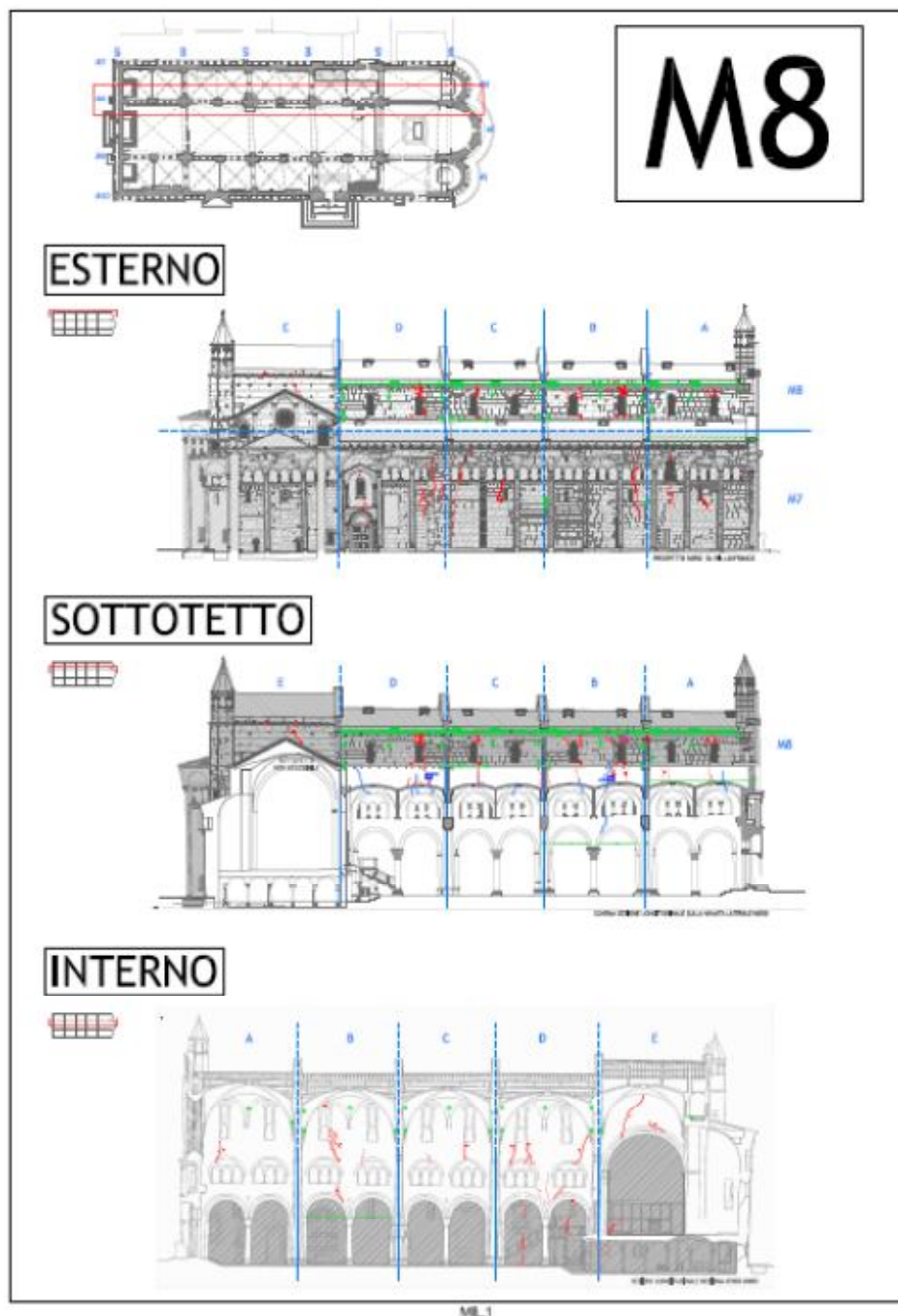


Fig.1.3.9 Quadro fessurativo per il muro 8, rielaborazione Studio Tecnico Silvestri[28].

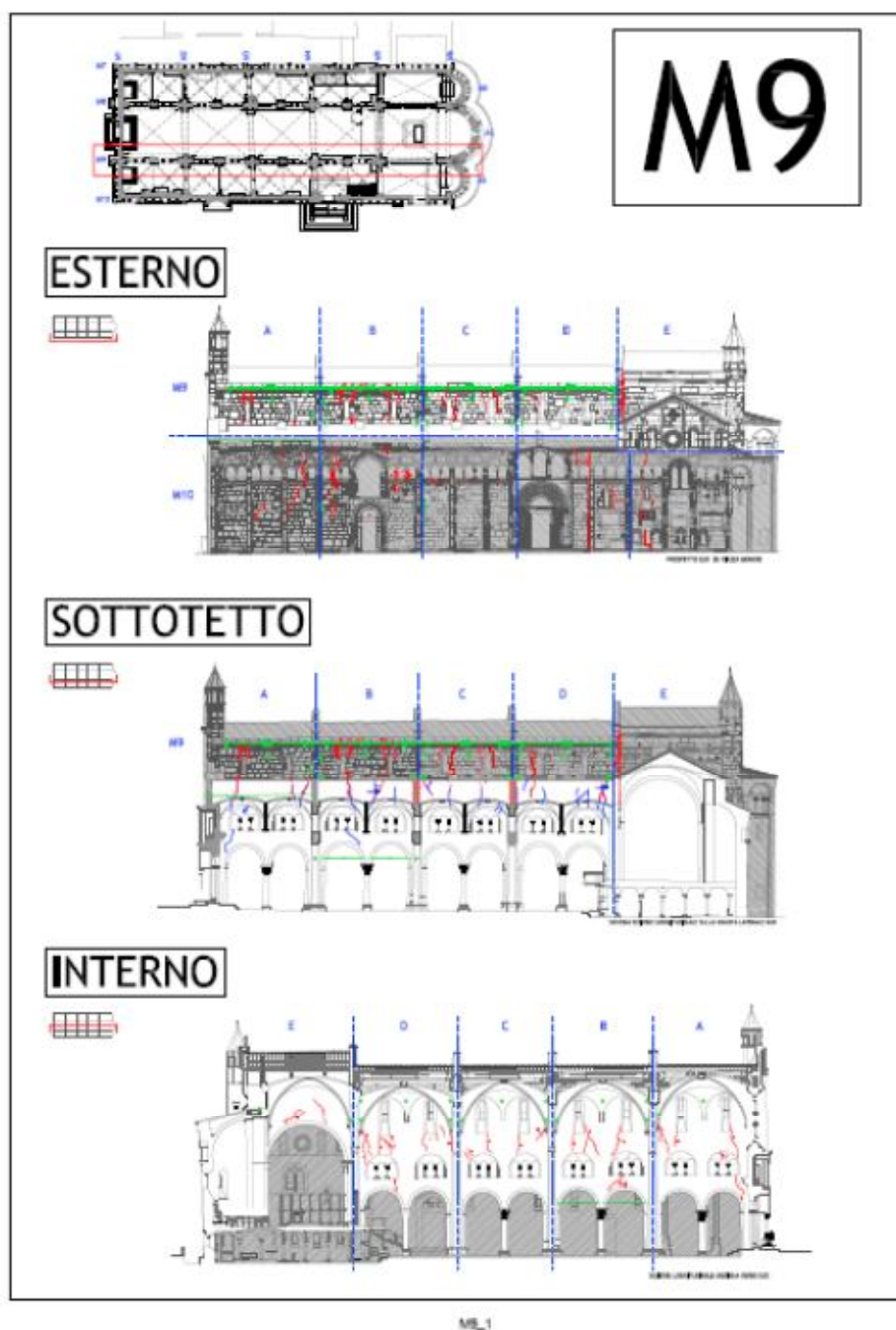


Fig.1.3.10 Quadro fessurativo per il muro 9, rielaborazione Studio Tecnico Silvestri[28].

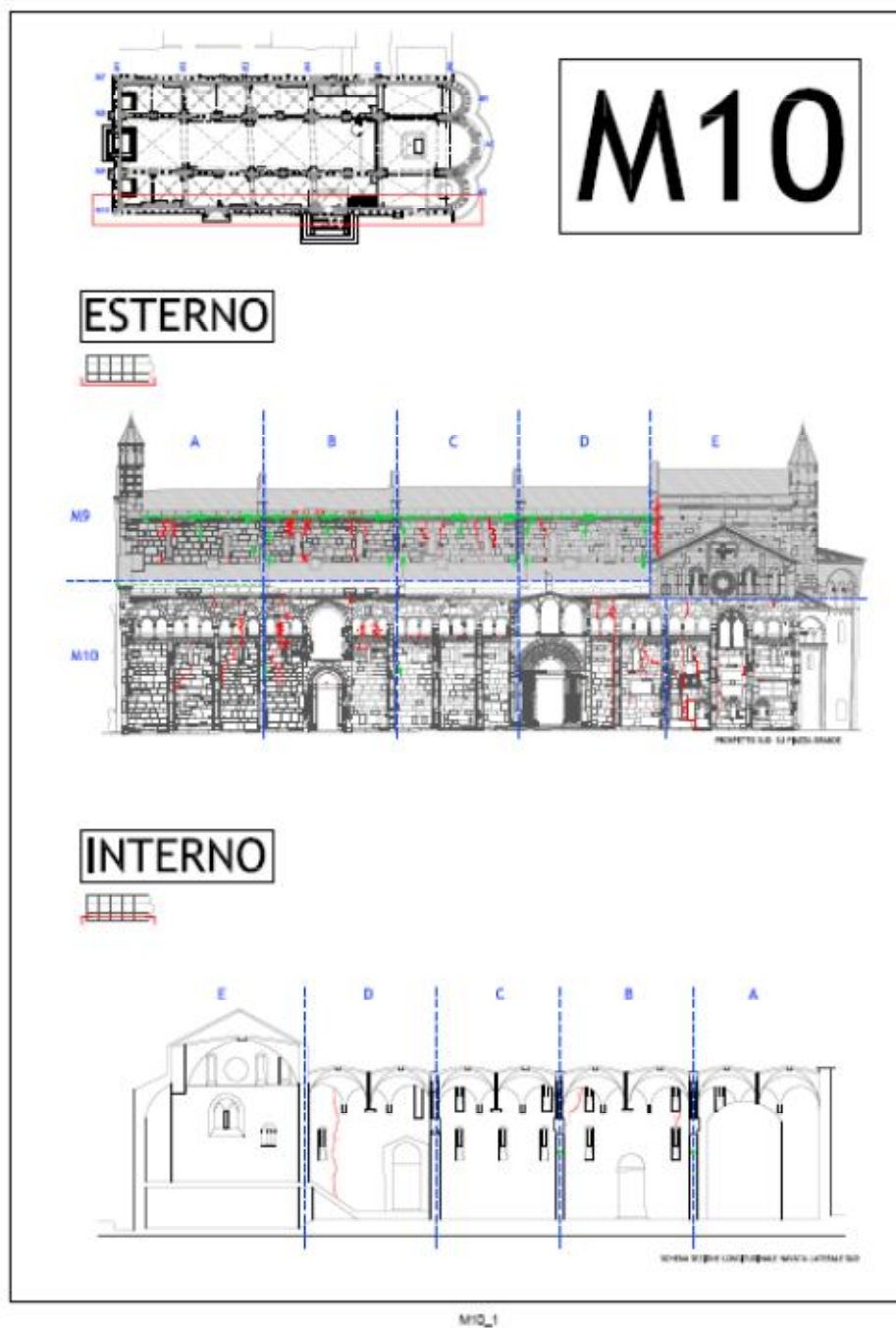


Fig.1.3.11 Quadro fessurativo per il muro 10, rielaborazione Studio Tecnico Silvestri[28].

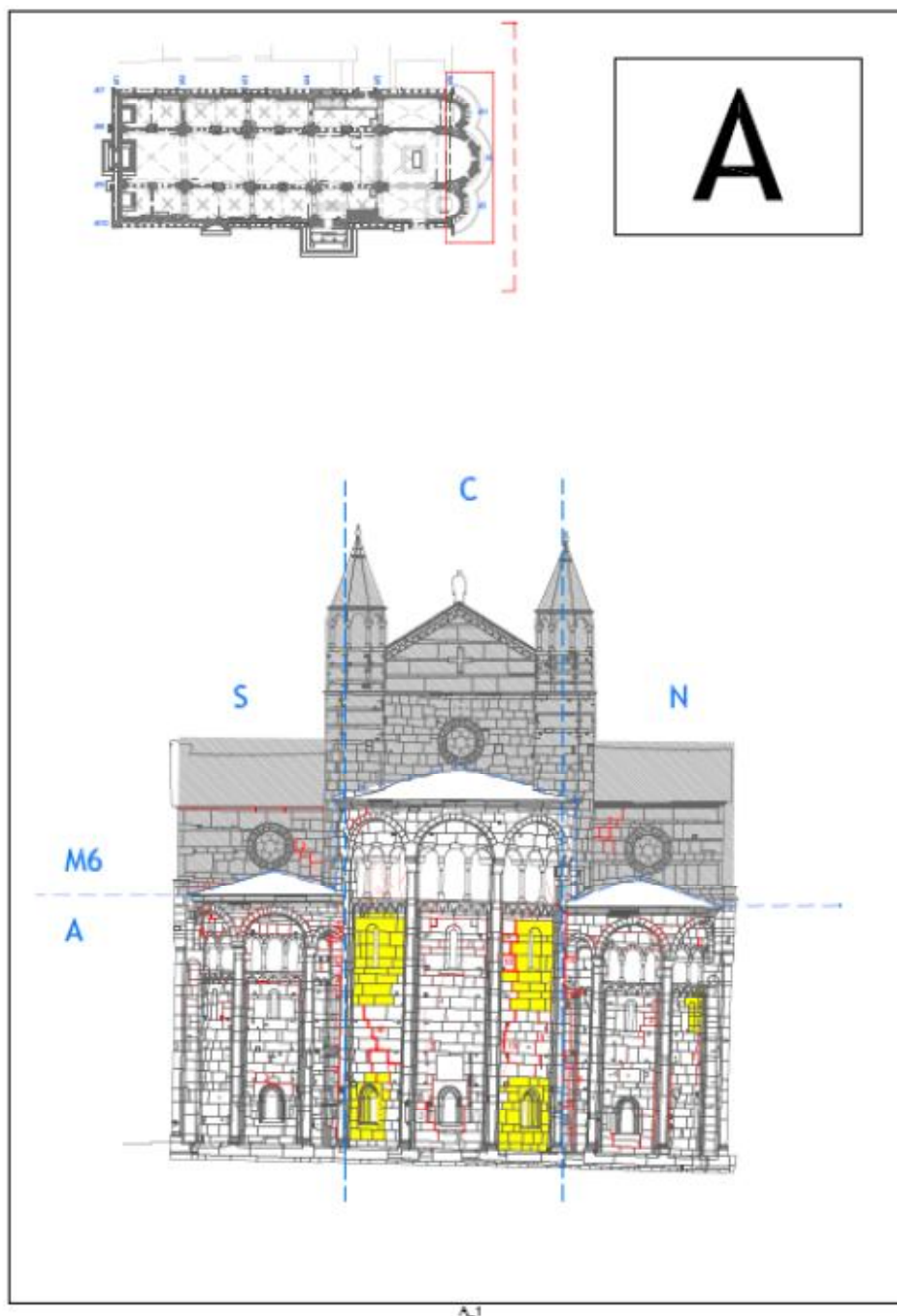


Fig.1.3.12 Quadro fessurativo per il muro A, rielaborazione Studio Tecnico Silvestri[28].

E' importante segnalare che i muri longitudinali e quelli absidali presentano un quadro fessurativo aggiornato rispetto a quello riportato nella tesi svolta da S.Martella [32], le variazioni maggiormente significative si notano nella pareti absidali e nel muro longitudinale interno su piazza Grande, le altre variazioni non modificano invece in modo significativo il quadro fessurativo delle pareti.

Le zone della parete absidale centrale evidenziate di giallo sono state ricostruite durante i restauri del 1888-1898 integrando nuove lastre e riducendo le aperture delle finestre. Le lesioni sono in corrispondenza dell'innesto con gli elementi originali o nella zona non ristrutturata.

Le rotture hanno interessato l'intera parete absidale, lungo i giunti di malta. Le lesioni raggiungono un'ampiezza massima di 15 mm.

La lesione è imputabile all'azione combinata di moti differenziali della parete, che provocano una rotazione verso la Ghirlandina. La zona è da sempre in movimento a causa di continui cedimenti del terreno.

Per il muro longitudinale è riportato il giunto all'innesto tra la quarta campata e la campata del coro, questo è una vera e propria disconnessione verticale dovuta al mancato innesto tra le fasi costruttive, l'apertura massima raggiunge i 55 mm.

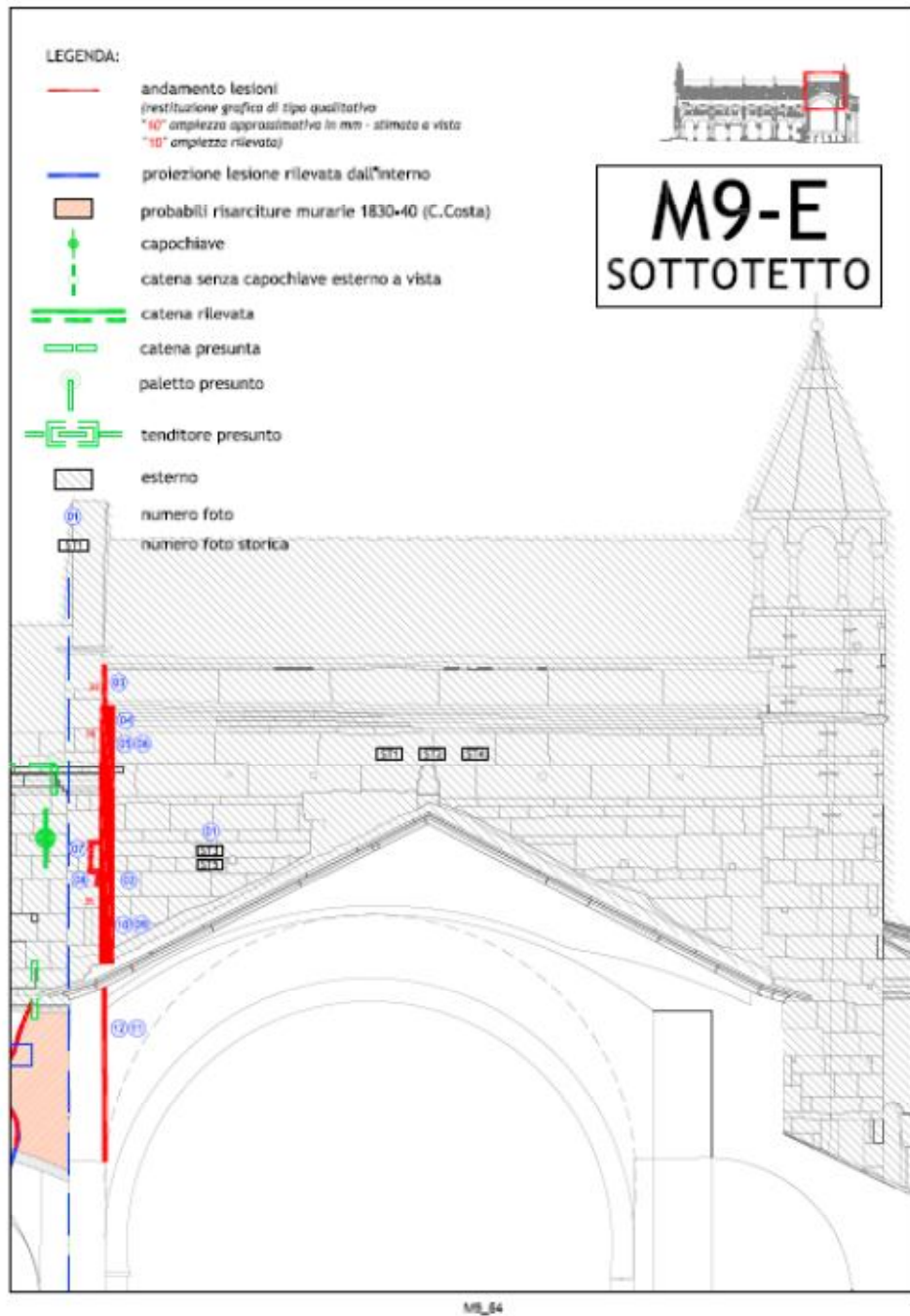


Fig.1.3.13 Giunto presente tra la quarta campata e la campata del coro , rielaborazione Studio Tecnico Silvestri[28].

1.4 Studio dei dissesti e confronti

Lo studio dei dissesti, eseguito dallo Studio Tecnico Silvestri, è un ulteriore passo avanti nel complesso percorso conoscitivo del Duomo di Modena.

Il quadro generale dei dissesti del Duomo trae origine dal rilievo del quadro fessurativo e dall'analisi e il confronto con la storia, dal rilievo delle geometrie e degli strapiombi, dalla subsidenza ed il monitoraggio.

Il rilievo del quadro fessurativo ha rivelato la gravità delle lesioni presenti nei paramenti murari e nelle volte. In particolare, sono state evidenziate le corrispondenze tra sottotetti, muri esterni ed interni e le lesioni passanti. Dallo studio della storia, e dall'archivio fotografico, è stato rilevato l'incremento di alcune lesioni nel tempo.

Dalla pianta sinottica realizzata dallo Studio Silvestri, in cui sono state individuate le fasce di maggiore rottura, si visualizza il movimento torsionale dal Duomo verso la Ghirlandina in direzione nord - est.



Fig. 1.4.1. Pianta sinottica (Silvestri [28]).

Le diverse fasi costruttive possono aver influenzato il comportamento del Duomo di Modena. La storia non è del tutto chiara, a causa di numerose lacune, ma è certo che dai rilievi si nota la chiara corrispondenza delle lesioni maggiori con i punti di raccordo delle fasi (S. T. Silvestri).

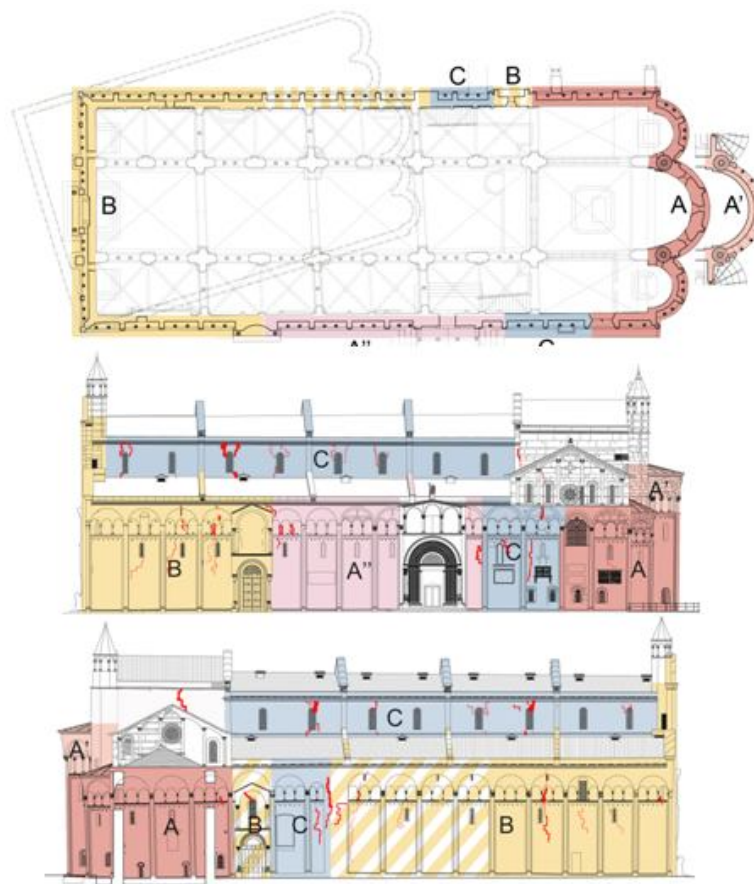


Fig. 1.4.2. Confronto quadro fessurativo con fasi costruttive (Silvestri [28]).

Molto interessante risulta anche il confronto tra i rilievi delle fondazioni con il rilievo delle lesioni maggiori: è infatti evidente la corrispondenza tra i punti di raccordo tra due tipi di fondazioni con la manifestazione delle lesioni maggiori. La presenza delle fondazioni della basilica Lanfranchiana può avere provocato cedimenti differenziali causa di fessurazioni.

Va considerata inoltre l'effetto della Ghirladina che con la sua tendenza a sprofondare nel terreno influenza la parte absidale e il transetto nord del Duomo e porta insieme all'effetto delle preesistenze delle vecchie fondazioni ad un movimento complessivo di torsione dell'intera struttura lungo l'asse est-ovest.

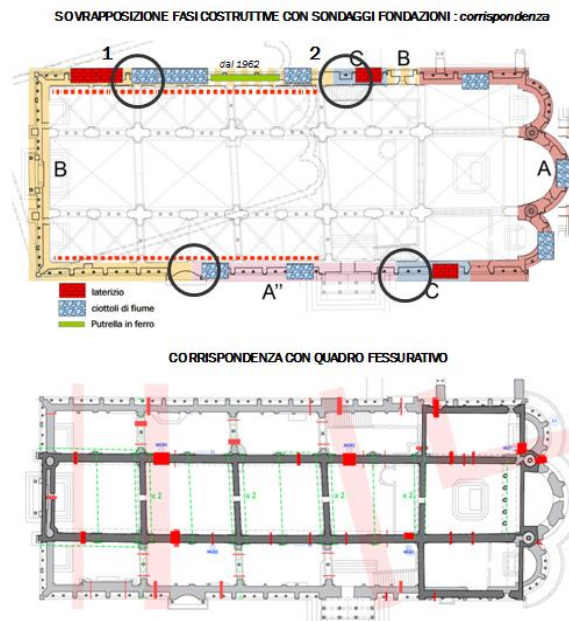


Fig. 1.4.3. Confronto quadro fessurativo con rilievo fondazioni (Silvestri [28], Labate [30]).

Lo Studio Tecnico Silvestri ha inoltre confrontato gli interventi sostanziali di consolidamento documentati con il rilievo delle lesioni maggiori. E' stata evidenziata una evidente corrispondenza tra i dissesti dei sismi del 1500 ed i dissesti rilevati dal Costa nel 1834 con le fasce di rottura maggiore.

Le aree più deboli risultano da sempre la zona absidale, in prossimità della Ghirlandina, la zona corrispondente alla seconda campata delle navate centrali (catene documentate già dal 1500 e vari consolidamenti) e la facciata.

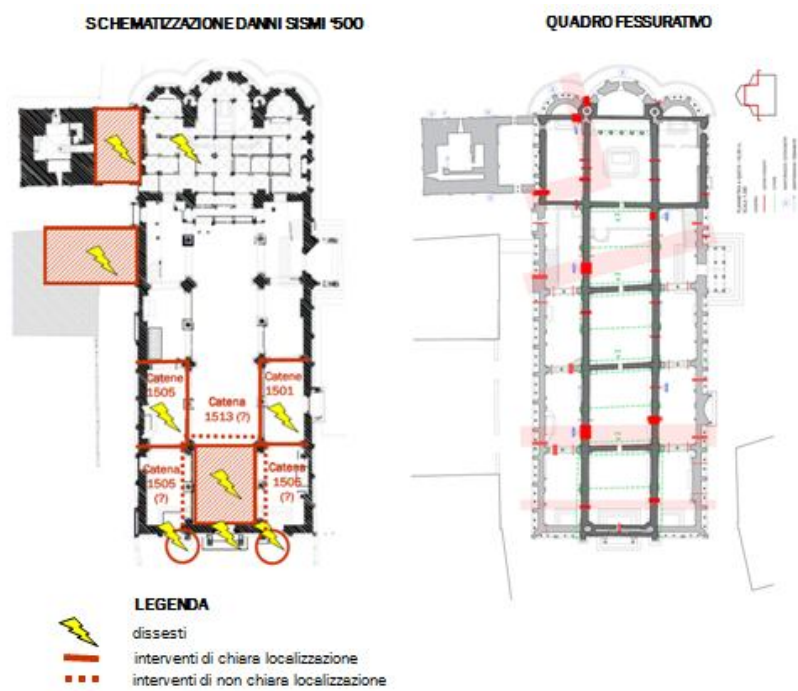


Fig. 1.4.4. Confronto danni sisma 1500 con quadro fessurativo (Silvestri [28]).

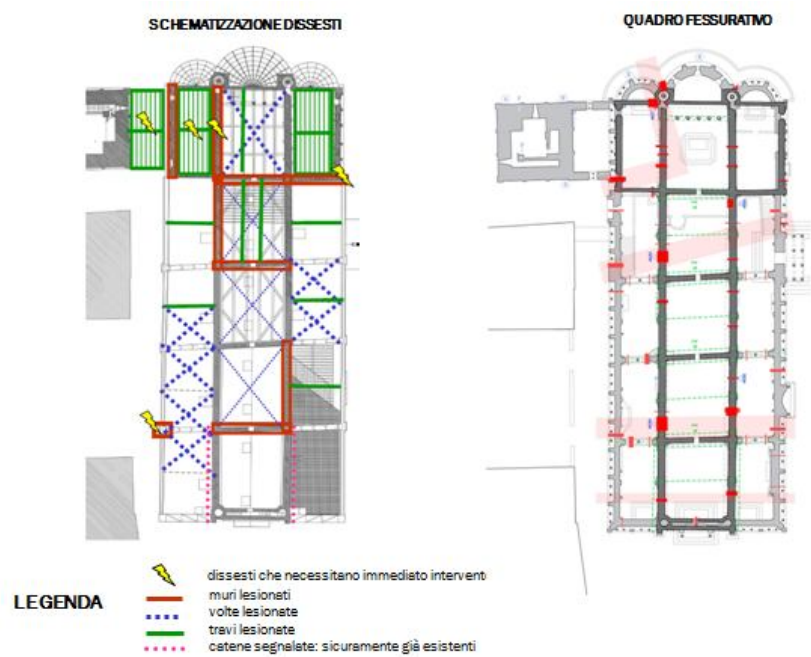


Fig. 1.4.5. Confronto dissesti rilevati dal Costa nel 1834 con quadro fessurativo (Silvestri [28]).

1.5 Il rilievo laser scanner

Negli ultimi anni sono state utilizzate varie tecniche per il rilievo del Duomo di Modena. Il più recente rilievo effettuato è stato eseguito con elevatissima precisione mediante l'utilizzo del laser scanner.

I laser a scansione (o laser scanner) sono dispositivi capaci di emettere un impulso elettromagnetico (il laser) e di ricevere il segnale riflesso, misurando l'intervallo di tempo trascorso e quindi la distanza tra lo strumento ed il punto rilevato. Questo sistema opera misurando anche decine di migliaia di punti al secondo formando delle "nuvole di punti". Per ogni misurazione (x,y,z), il sistema fornisce l'intensità del segnale di ritorno descrivendo la superficie dell'oggetto scansionato.

Il rilievo laser scanner del Duomo di Modena è stato eseguito dal Prof. A. Capra dell'Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia [27]. Con questa tecnica è stato possibile ottenere la silhouette della struttura, con profili interni in trasparenza, da diversi punti di vista, attraverso la quale si è eseguita un'analisi geometrica.

In questo capitolo si riporta una sintesi dei risultati del rilievo del Duomo, eseguito con laser scanner dal Prof. A. Capra dell'Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia[27].

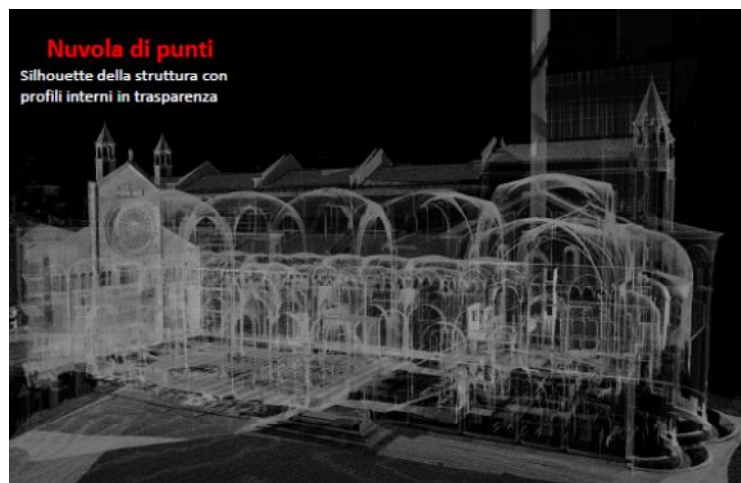


Fig. 1.5.1 Rilievo laser scanner (Capra [27]).

1.5.1 Sbandamenti nel piano e fuori dal piano

Dall'elaborazione dei risultati del rilievo laser scanner si riporta l'andamento degli sbandamenti, detti anche strapiombi, delle pareti nel proprio piano e fuori dal piano, ovvero l'inclinazione rispetto alla verticale.

Dall'analisi degli sbandamenti nel piano di parete, relativa al muro longitudinale esterno su Via Lanfranco, si nota una sostanziale verticalità degli elementi architettonici analizzati, in prossimità della facciata. Lo sbandamento aumenta progressivamente proseguendo verso la zona absidale.

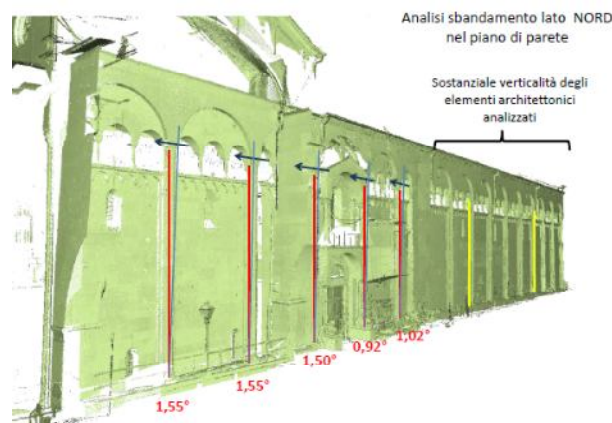


Fig. 1.5.1.1 Analisi sbandamento lato nord via Lanfranco (Capra [27]).

Il muro longitudinale esterno su Piazza Grande presenta due differenti direzioni di sbandamento nel piano di parete: una prima zona compresa tra Porta dei Principi e la zona absidale si inclina verso le absidi; una seconda zona compresa tra Porta dei Principi e la facciata, si inclina verso quest'ultima.

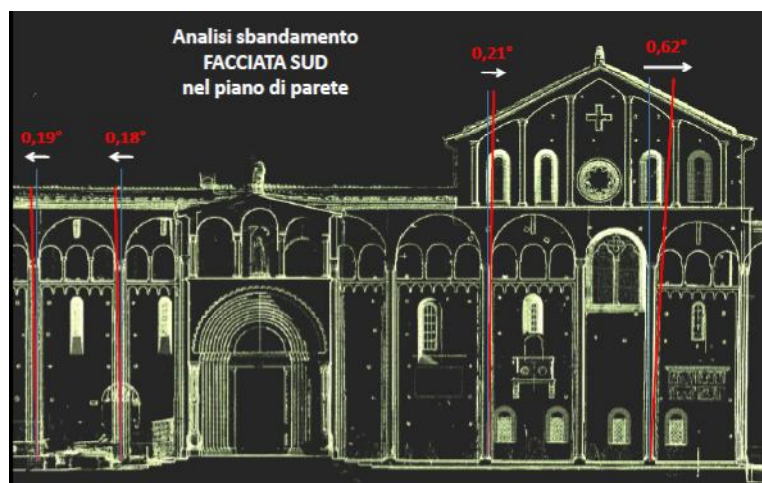


Fig. 1.5.1.2 Analisi sbandamento lato sud Piazza Grande (Capra [27]).

Il muro di facciata è soggetto ad uno sbandamento nel piano di parete che incrementa spostandosi da sud a nord, verso la Ghirlandina.

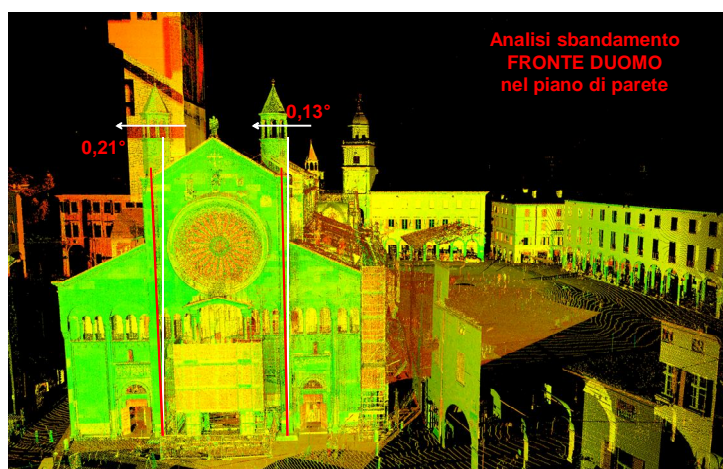


Fig. 1.5.1.3 Analisi sbandamento facciata (Capra [27]).

La zona absidale è fortemente influenzata dalla presenza della torre e questo la rende da sempre la zona più debole, questo risulta evidente anche dai risultati dei laser scanner. Le inclinazioni maggiori si rilevano in direzione sud – nord, dove è evidente l'influenza della torre. In direzione ovest – est, le absidi presentano una lieve inclinazione fuori piano, che non si rileva a livello dei muri del transetto

(ricostruiti dai Campionesi per riportare i piani pari, a causa dei cedimenti della zona absidale già durante la costruzione dei primi piani della torre). Le absidi hanno inclinazione diversa a seconda dell'elemento analizzato. Oltre ai cornicioni molto inclinati rispetto all'orizzontale, risulta una evidente inclinazione anche del basamento delle absidi.

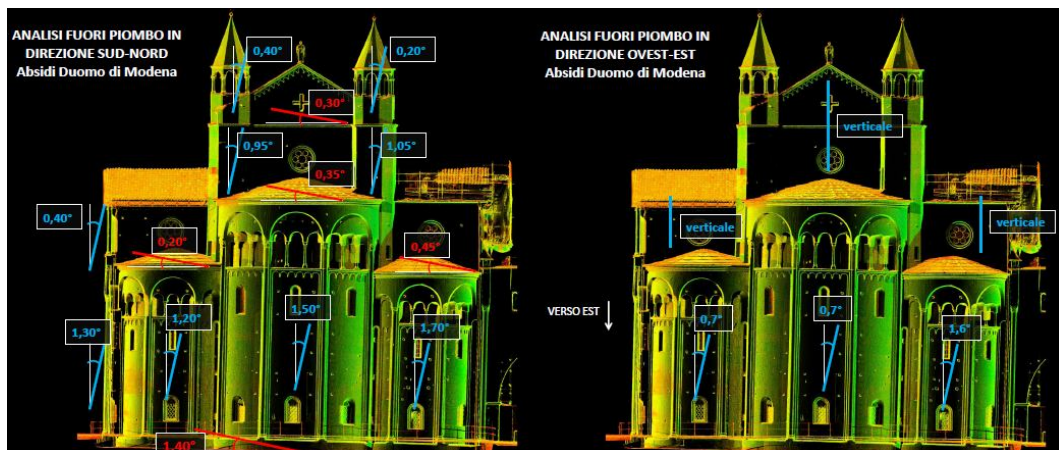


Fig. 1.5.1.4 Analisi sbandamento absidi (Capra [27]).

Nella seguente figura è riportata una pianta che riepiloga gli sbandamenti presenti nel piano e fuori dal piano, le frecce indicano la direzione e l'angolo dello strapiombo.

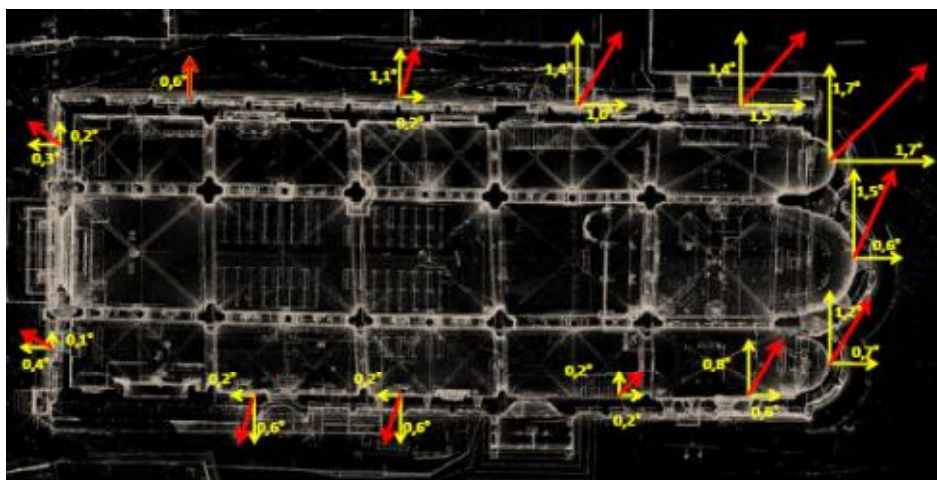


Fig 1.5.1.5 Pianta riepilogativa della direzione dello strapiombo (Capra [27]).

1.5.2 Orizzontalità degli elementi architettonici

L'analisi con i laser scanner oltre allo studio della verticalità delle pareti nel piano e fuori dal piano, ha interessato anche l'orizzontalità degli elementi architettonici. Questa è stata valutata soltanto per alcuni paramenti murari, nello specifico i due muri longitudinali interno e esterno verso piazza Grande e il muro longitudinale esterno verso via Lanfranco. L'orizzontalità è stata valutata analizzando l'andamento del cornicione in direzione orizzontale e verticale del paramento preso in considerazione.

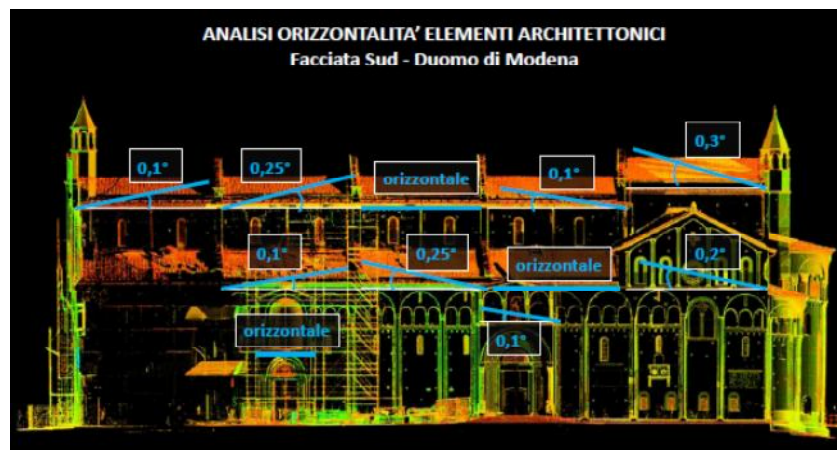
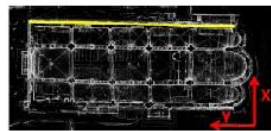
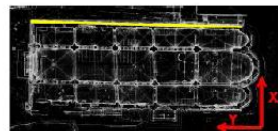
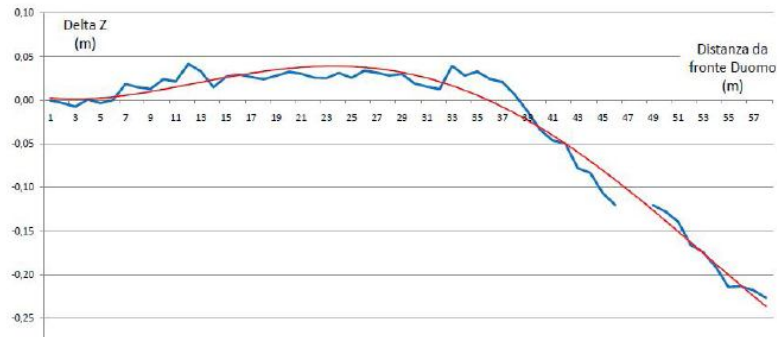


Fig. 1.5.2.1 Analisi orizzontalità elementi architettonici (Capra [27]).

L'andamento verticale del cornicione su via Lanfranco presenta un elevato abbassamento della zona absidale, in corrispondenza della Ghirlandina, di circa 25 cm rispetto al livello della facciata. In direzione orizzontale il cornicione presenta un'anomalia con un'alternanza di spanciamenti più o meno accentuati verso l'interno e verso l'esterno.



Risultati laser scanner: Prof. Capra
Andamento cornicione direzione Z



Risultati laser scanner: Prof. Capra
Andamento cornicione direzione X

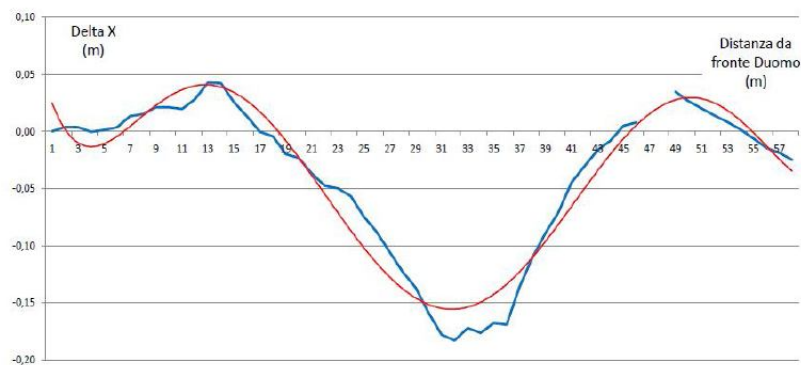


Fig. 1.5.2.2 Andamento cornicione muro su Via Lanfranco, direzione verticale e orizzontale (Capra [27]).

Il muro longitudinale interno verso piazza Grande presenta in direzione verticale un innalzamento nella parte centrale del cornicione. In direzione orizzontale è invece presente nella zona che va dalla facciata al transetto uno spanciamento verso l'esterno della parete con un massimo di oltre 25 cm, dovuto probabilmente alla spinta degli archi, mentre nella zona che va dal transetto all'abside c'è un'inversione dell'andamento che si suppone sia dovuto alla presenza della Ghirlandina.

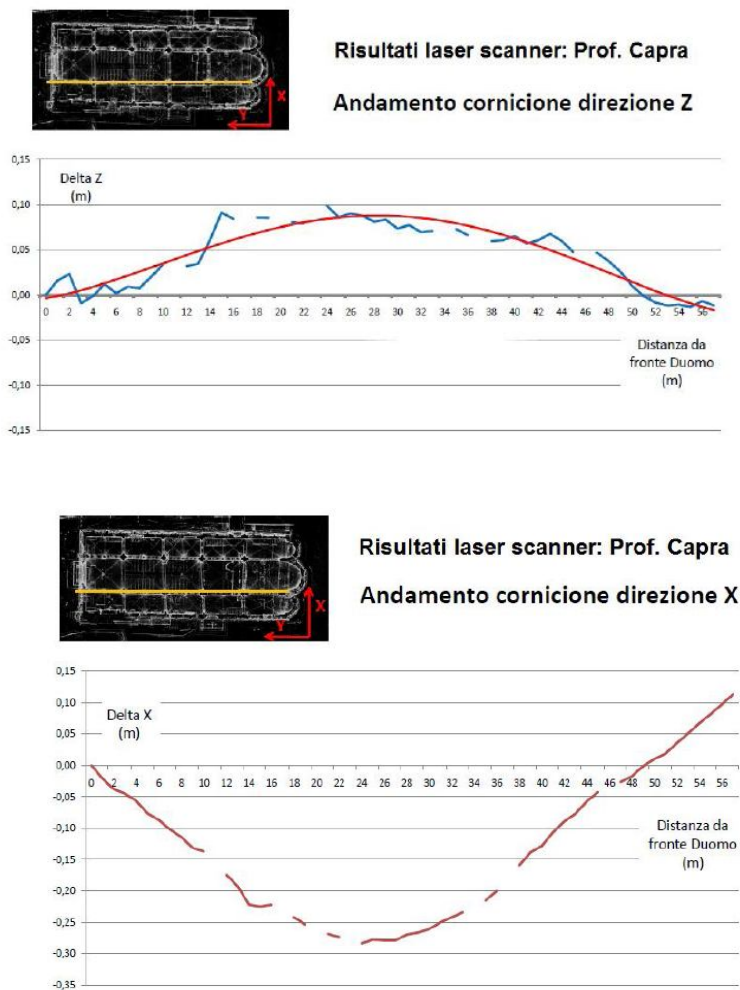
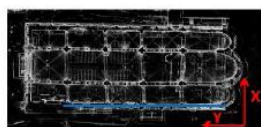
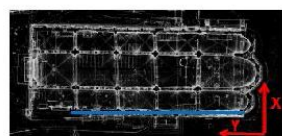
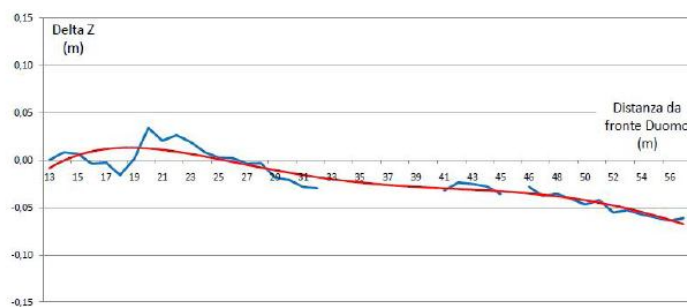


Fig. 1.5.2.3 Andamento cornicione muro interno su piazza Grande, direzione verticale e orizzontale (Capra [27]).

Il muro longitudinale esterno su piazza Grande presenta in direzione verticale un progressivo abbassamento spostandosi in direzione est, ovvero muovendosi verso l'abside. In direzione orizzontale c'è, partendo da ovest un iniziale spanciamento verso l'esterno seguito da un cambio di direzione in corrispondenza della porta Regia che pare contrasti la spinta verso l'esterno.



Risultati laser scanner: Prof. Capra
Andamento cornice direzione Z



Risultati laser scanner: Prof. Capra
Andamento cornice direzione X

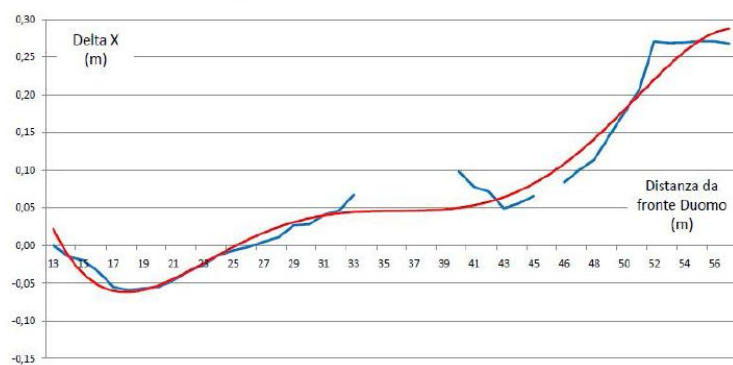


Fig. 1.5.2.4 Andamento cornice muro esterno su piazza Grande, direzione verticale e orizzontale (Capra [27]).

1.6 Ipotesi sul comportamento globale della struttura

Incrociando i dati ottenuti dai rilievi geometrici con laser scanner con lo stato fessurativo rilevato, è stato possibile fare alcune ipotesi sul comportamento globale della struttura.

Considerando le fasi costruttive ed i valori ottenuti dall' analisi con laser scanner si nota che muovendosi in direzione sud-nord si ha un aumento di inclinazione delle pareti avvicinandosi alla Ghirlandina. L'abbassamento maggiore si è verificato durante e subito dopo la prima fase di costruzione della Torre. E' evidente il tentativo dei Campionesi correggere l'inclinazione, anche nelle coperture delle absidi. Successivamente anche il transetto campionesse ha dubito un'inclinazione di $0,2^\circ$ - $0,45^\circ$. Dal 1220 pare che non si siano manifestati ulteriori movimenti in questa direzione.

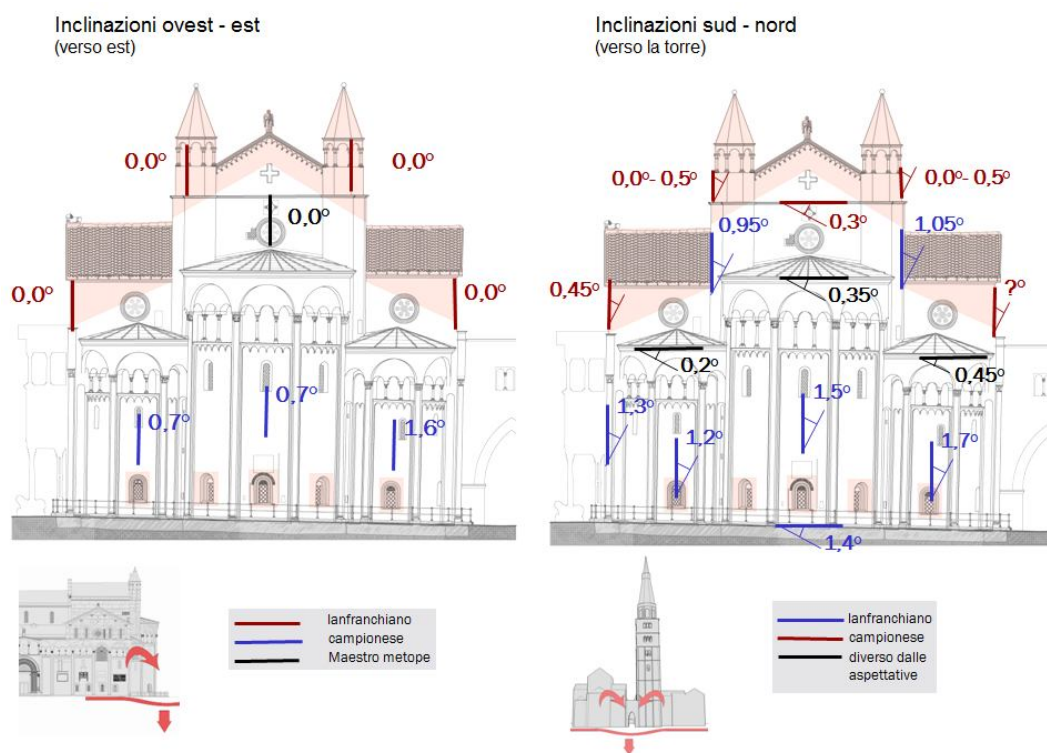


Fig. 1.6.1 Confronto quadro fessurativo con rilievo inclinazioni (Capra [27]) e fasi costruttive eseguito da Studio Tecnico Silvestri [28].

Pare invece che il Duomo non sia in movimento in direzione est-ovest, l'inclinazione presente oggi è contemporanea o immediatamente successiva alla costruzione delle absidi. Gli innesti del maestro metope (1130) e dei Campionesi (1220) furono impostati sulla linea verticale corretta. La verticalità è stata mantenuta fino ad oggi.

Dal confronto dello schema semplificativo dei movimenti più gravi con l'andamento della subsidenza (rilevata dal 1991 al 2008), si può notare che le zone in cui si sono verificati i cedimenti maggiori, dell'ordine di circa 20 cm nella zona absidale e di circa 8 cm nella zona della facciata, corrispondono le fasce di lesione più gravi.

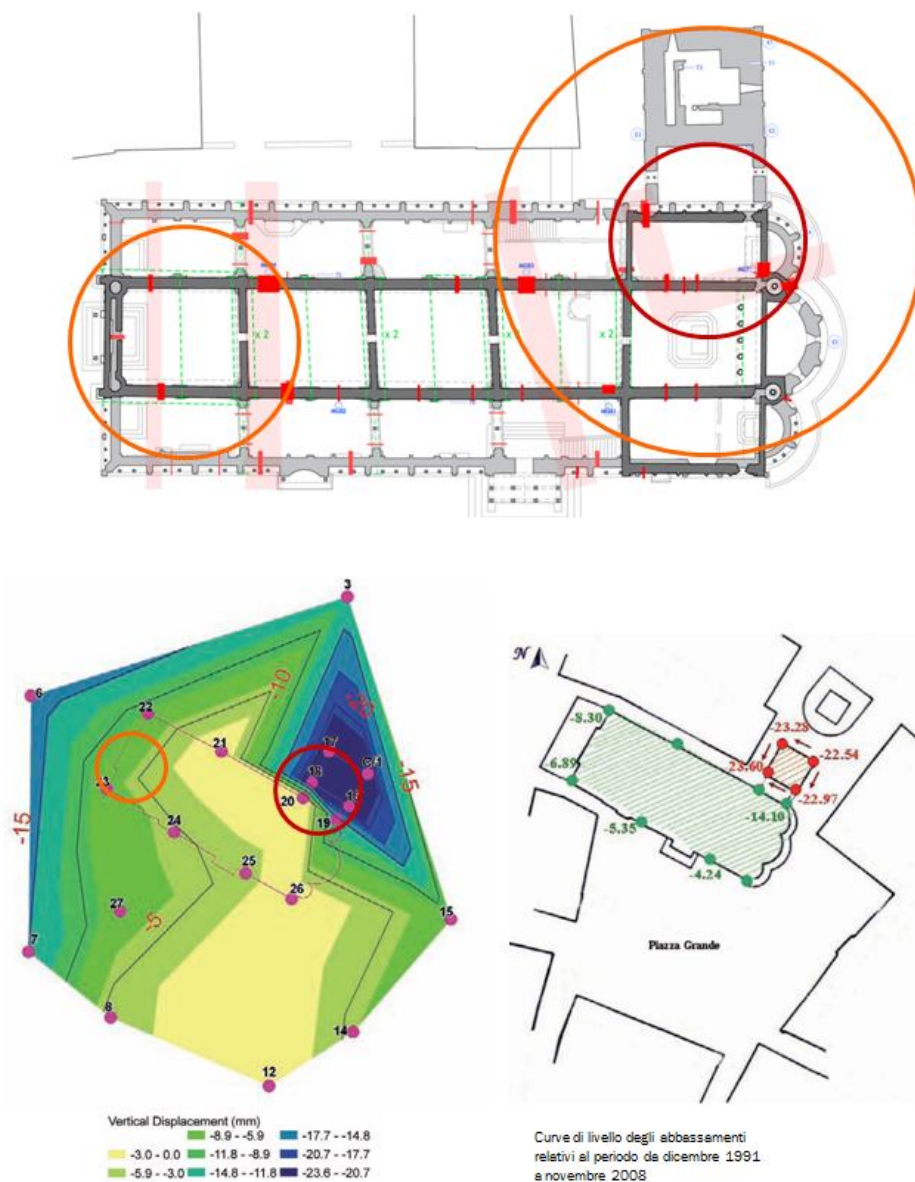


Fig. 1.6.2 Confronto quadro fessurativo (Studio Tecnico Silvestri [28]) con andamento subsidenza (Capra [27]) eseguito da Studio Tecnico Silvestri.

Il comportamento ipotizzato lungo l'asse nord-sud è un movimento complessivo di torsione lungo l'asse longitudinale del Duomo dovuto alla somma nel corso del tempo di diversi fattori.

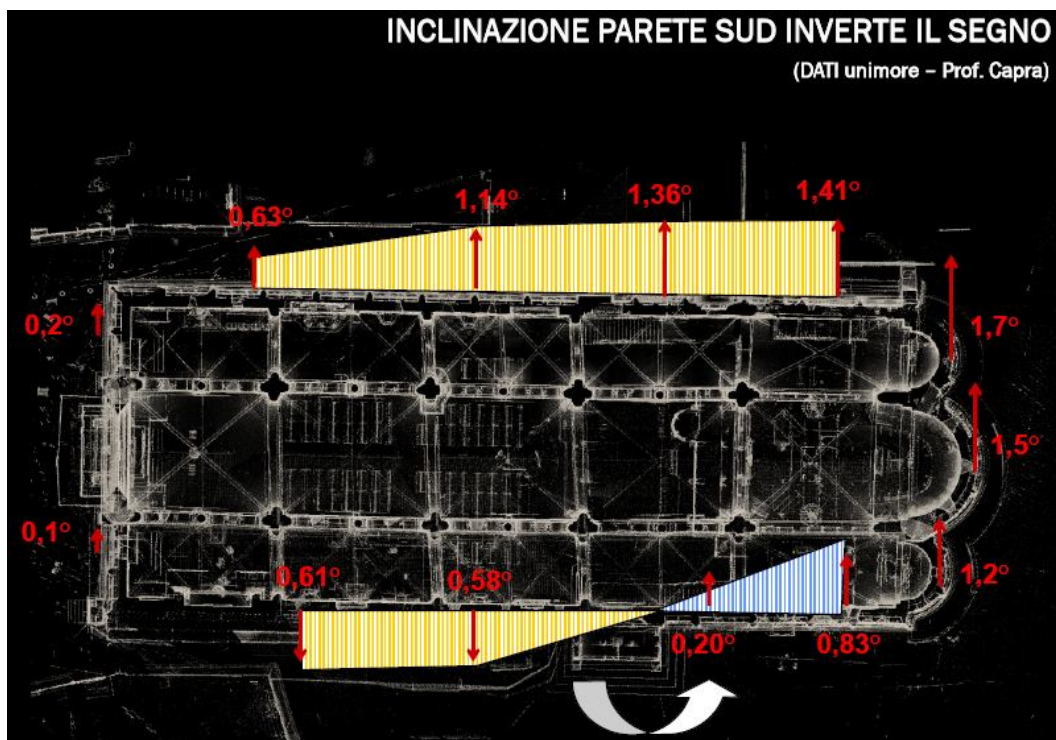


Fig. 1.6.3 Torsione in direzione nord- sud rilevato con laser scanner (Capra [27])

La prima azione da considerare è legata alla geometria propria della struttura e nella fattispecie la spinta dovuta agli archi e alle volte, unita ad eventuali anomalie metriche.

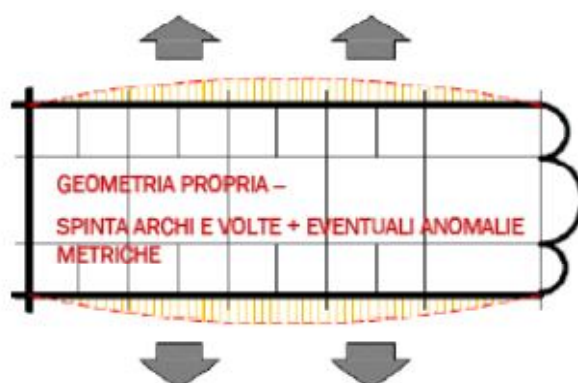


Fig. 1.6.4 Effetto dovuto alla spinta degli archi (Studio Tecnico Silvestri [28])

Ulteriore fattore che influenza questo comportamento è il cedimento della zona absidale ed in particolare in corrispondenza della Ghirlandina, unito alle preesistenze delle fondazioni delle vecchie chiese che portano cedimenti differenziali. Infine è da considerare l'azione di contrasto dovuta agli archi di collegamento con la torre.

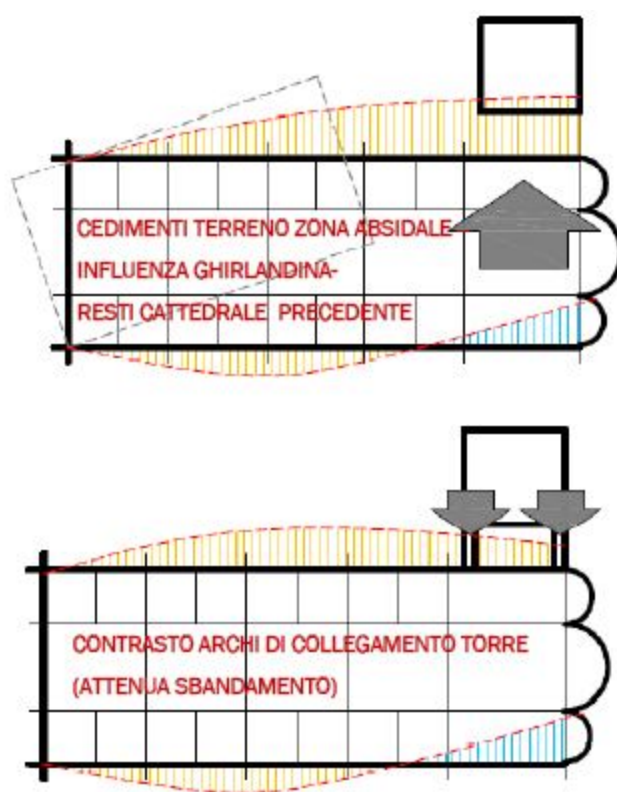


Fig. 1.6.5 Effetto dovuto ai cedimenti differenziali e al contrasto della torre(Studio Tecnico Silvestri [28])

La torsione che subisce la parete sud del Duomo verso la Ghirlandina, secondo i dati del prof. Capra conferma lo schema delle fasce delle lesioni maggiori dato dal rilievo del quadro fessurativo (Cap.1). La zona critica in cui c'è l'inversione del segno corrisponde proprio al punto di raccordo tra le due fasi costruttive, questo ha portato a ipotizzare che la zona C sia una fase di ricostruzione dei punti lesionati, lo conferma il fatto che la fase C è stranamente successiva alle fasi di contorno e si configura come “ispessimento” murario a probabile rinforzo dei

punti che avevano manifestato grosse lesioni in seguito agli assestamenti contemporanei alla costruzione.

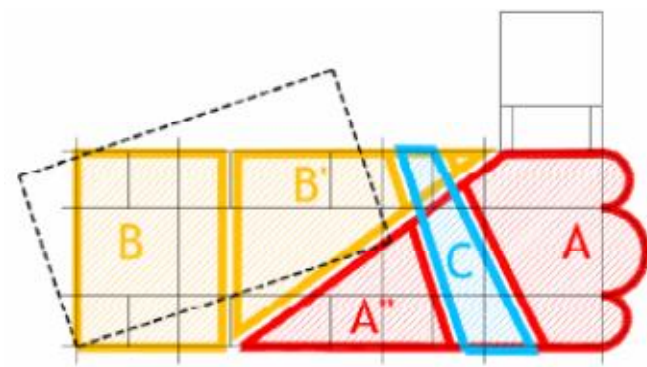


Fig. 1.6.6 Ipotesi sulle fasi costruttive (Studio Tecnico Silvestri [28])

Capitolo 2

La modellazione FEM del Duomo

2.1 Introduzione

Per studiare i diversi aspetti di interesse sul Duomo si è modellato quest'ultimo con il metodo degli elementi finiti (F.E.M.), sul quale sono state eseguiti diversi tipi di analisi strutturale. Con il metodo degli elementi finiti è stato discretizzato il dominio continuo di partenza in un dominio discreto (mesh) mediante l'uso di elementi semplici, ovvero triangoli e quadrilateri, su ciascun elemento la soluzione del problema viene espressa come combinazione lineare di funzioni dette funzioni di forma.

2.2 Geometria del Duomo

Il Duomo ha una pianta a croce latina con piedicroce costituito da tre navate e falso transetto con un presbiterio (l'area dove si trova l'altare liturgico) in posizione sopraelevata, che suggerisce la presenza della cripta. La pianta si articola in alzato su tre livelli: quello delle navate, quello del presbiterio o coro (che si presenta rialzato su gradini) e quello della cripta (luogo semi-sotterraneo riservato alla conservazione delle reliquie del santo cui la chiesa è dedicata e che si trova sotto il presbiterio). L'altare e la cripta sono posti all'incrocio dei bracci. Le navate laterali terminano anch'esse con absidi, affiancate a quella maggiore.

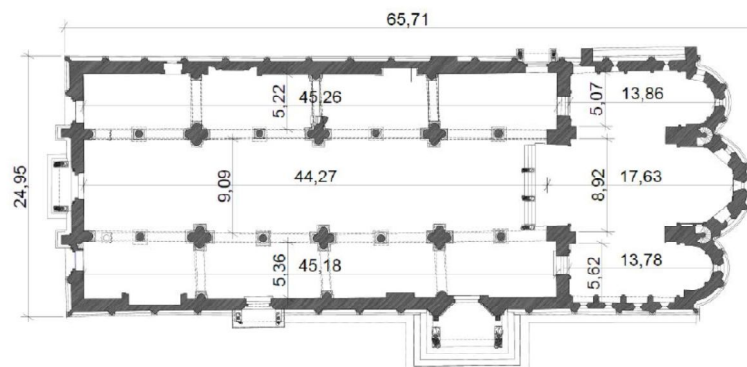


Fig 2.2.1 Dimensioni di massima in pianta.

La struttura presenta un ingombro esterno di dimensioni di circa 25 m di larghezza (in direzione trasversale) e 66 m di profondità (in direzione longitudinale) per una superficie di circa 1650 m². La navata centrale, più ampia rispetto a quelle laterali, presenta dimensioni di circa 9 m di larghezza e 44 m circa di profondità. Le navate laterali invece presentano una larghezza di circa 5 m ed una profondità di circa 45m. I transetti hanno dimensioni di circa 5m di larghezza e 14 m circa di profondità. La campata del coro ha dimensioni di circa 9 m per 18 m di profondità.

Il Duomo basa il suo sistema costruttivo sulle pesanti murature e sui robusti pilastri, che sostengono il peso delle imponenti volte a crociera. Le pareti che separano le navate sono caratterizzate da archi a tutto sesto, poggianti su pilastri compositi alternati a colonne ed articolati da triplici arcate nel triforio(dove si simula un matroneo inesistente) e strette finestre nel cleristorio, dalle quali filtra la luce.

L'uso di pilastri e colonne alternati è di solito funzionale alla costruzione delle volte perché le volte della navata centrale, più ampie e pesanti, poggiano su pilastri, mentre le volte delle navate laterali scaricano su colonne o piccoli pilastri.

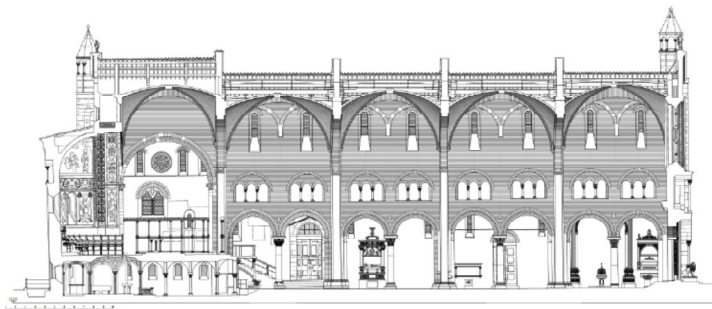


Fig. 2.2.2 Sezione longitudinale mediana, veduta prospettica della parete di separazione tra la navata centrale e la navata meridionale.

Tutte le navate, sia quella centrale che quelle laterali presentano quattro campate. Le campate della navata centrale (più grande di quelle delle navate laterali) presentano una volta di lunghezza doppia rispetto a quelle delle campate delle navate laterali (che risultano quindi otto). Oltre la quarta campata della navata

centrale, tra i falsi transetti, vi è la campata del coro. Viene generato un gioco di spinte e contropinte dovuto alla copertura a volta.

Il collegamento tra le navate è realizzato da muri rampanti che collaborano a scaricare a terra il peso della copertura e delle volte, e la spinta che quest'ultime esercitano sulle pareti che delimitano la navata centrale. Tale murature proseguono oltre l'estradosso del pacchetto del solaio di copertura.

In sezione la navata centrale presenta un'altezza tra pavimento e intradosso del punto più alto della volta pari a circa 20 m, mentre tale altezza si riduce a circa 13 m per le navate laterali. Il colmo della copertura della navata centrale risulta mediamente ad un'altezza di circa 24 m dalla quota della pavimentazione. La muratura perimetrale si estende fino ad un'altezza di circa 13 m.



Fig. 2.2.3 (a) Dimensioni delle navate, centrali e laterali, in corrispondenza della seconda navata. (b) Prospetto della facciata del Duomo

2.3 Struttura e classificazione delle zone

Di seguito è riportata una prima schematizzazione per zone della pianta dell'edificio:

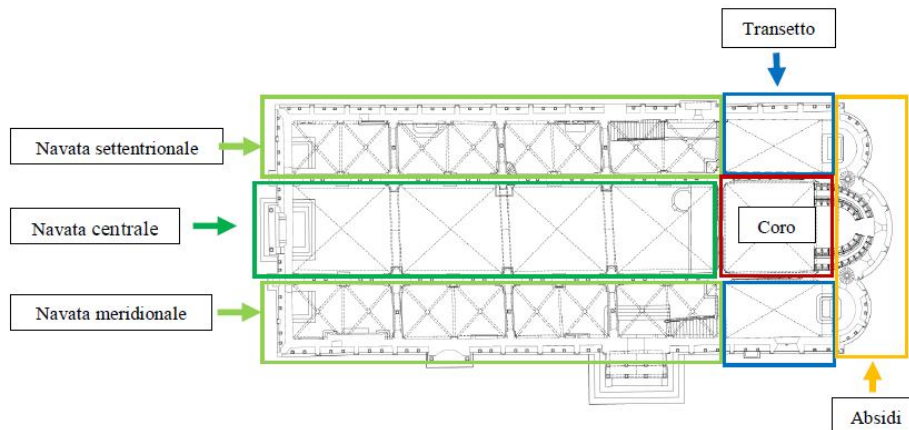


Fig. 2.3.1 Schematizzazione delle macrozone.

Il sistema di coperture si articola in alzato su più livelli: quella del coro è sopraelevata rispetto a quella della navata centrale, la quale a sua volta risulta ad una quota maggiore rispetto a quella dei transetti. Le coperture delle navate laterali risultano essere ad una quota inferiore rispetto alle altre.

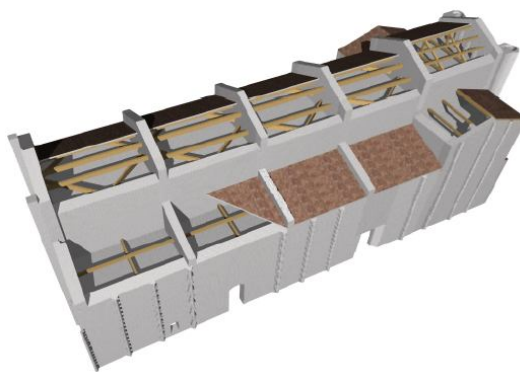


Fig. 2.3.2. Rappresentazione tridimensionale del sistema delle coperture.

La copertura dell'*i*-esima campata della navata centrale appoggia su quattro travi principali: le due travi centrali hanno uno schema strutturale di travi appoggio-

appoggio; le due travi più esterne hanno uno schema trave continua su quattro appoggi (i due appoggi d'estremità sono costituiti dai muri trasversali che delimitano le campate, mentre i due appoggi interni sono dovuti alle travi rompitratte).

La copertura delle campate delle navate settentrionale e meridionale appoggia su una trave principale, appoggiata ai muri trasversali, che ha lo schema statico di trave continua su tre appoggi. L'appoggio centrale è fornito da una trave rompitratte con schema statico di trave su doppio appoggio, appoggiata ai muri longitudinali.

La copertura della campata del coro appoggia su cinque travi principali poggiate sui muri trasversali e con schema statico di trave su cinque appoggi. Gli appoggi centrali sono forniti da due capriate e da un pilastro in muratura.

La copertura dei transetti appoggia su cinque travi principali appoggiate ai muri longitudinali, con schema statico di trave appoggio-appoggio.

La copertura delle abside è semi-circolare, sostenuta da travetti che appoggiano ai muri absidali e a quelli trasversali.

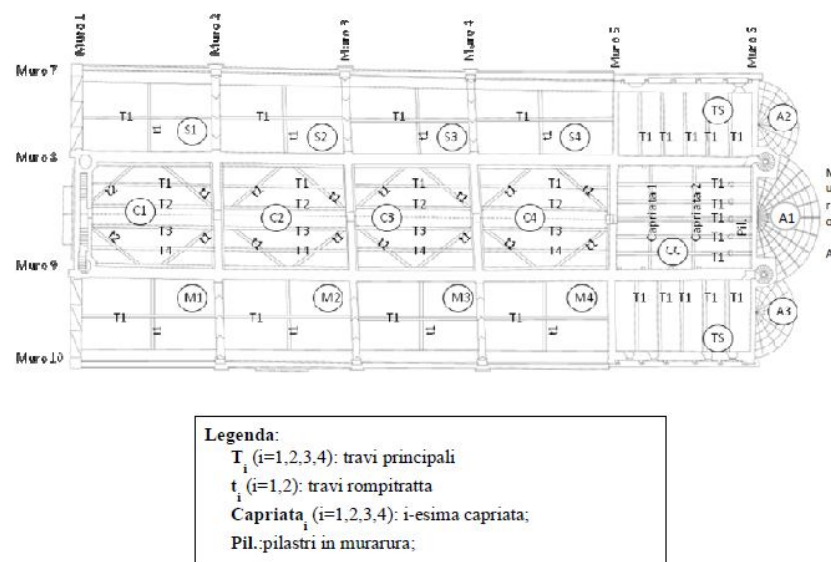


Fig. 2.3.3 Sistema delle coperture: nomenclatura.

Le pesanti murature che compongono la struttura in elevazione del Duomo sono state schematizzate come 6 muri trasversali, 4 muri longitudinali ed il muro costituente le absidi. Nella seguente figura si riporta la nomenclatura delle murature.



Fig. 2.3.4 Nomenclatura della struttura in elevazione

Per modellare una struttura complessa come il Duomo di Modena si sono dovute effettuare alcune ipotesi semplificative che permettono partendo dalla struttura reale di ricavare la struttura portante del modello:

- si è considerato lo spessore medio dell'i-esimo muro;
- i muri sono stati considerati in muratura piena;
- non sono stati considerati gli elementi architettonici decorativi;
- sono state considerate tutte le aperture finestrate principali;
- non si è modellata la copertura;
- si è tenuto conto della geometria degli archi presenti nelle navate e del rosone;
- non si sono considerate le catene poiché da precedenti studi si è visto che sono poste in maniera non adeguata per assorbire le spinte degli archi.

La conoscenza delle caratteristiche meccaniche della muratura è essenzialmente legata a quella delle malte, della tessitura, alla dimensione degli elementi lapidei e allo sfasamento dei giunti e alla presenza di collegamenti trasversali. Il Duomo di Modena è un monumento storico classificato patrimonio UNESCO: il rilievo dei

materiali, fino ad ora, è stato effettuato mediante prove video-endoscopiche. Sono comunque previste prove non invasive in sito, tra cui prove soniche.

La struttura è priva di intonaco ed è costituita da muratura in mattoni pieni e malta di calce, le cui caratteristiche meccaniche sono riportate nella tabella sotto:

Tipologia di muratura	f_m (N/cm ²)	τ_0 (N/cm ²)	E (N/mm ²)	G (N/mm ²)	w (kN/m ³)
	Min-max	min-max	min-max	min-max	
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	100 180	2,0 3,2	690 1050	230 350	19
Muratura a conci sbazzati, con paramento di limitato spessore e nucleo interno	200 300	3,5 5,1	1020 1440	340 480	20
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	260 380	5,6 7,4	1500 1980	500 660	21
Muratura a conci di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	140 240	2,8 4,2	900 1260	300 420	16
Muratura a blocchi lapidei squadriati	600 800	9,0 12,0	2400 3200	780 940	22
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	240 400	6,0 9,2	1200 1800	400 600	18
Muratura in mattoni semipieni con malta cementizia (es.: doppio UNI foratura $\leq 40\%$)	500 800	24 32	3500 5600	875 1400	15
Muratura in blocchi laterizi semipieni (perc. foratura < 45%)	400 600	30,0 40,0	3600 5400	1080 1620	12
Muratura in blocchi laterizi semipieni, con giunti verticali a secco (perc. foratura < 45%)	300 400	10,0 13,0	2700 3600	810 1080	11
Muratura in blocchi di calcestruzzo o argilla espansa (perc. foratura tra 45% e 65%)	150 200	9,5 12,5	1200 1600	300 400	12
Muratura in blocchi di calcestruzzo semipieni (foratura < 45%)	300 440	18,0 24,0	2400 3520	600 880	14

Simboli:

f_m = resistenza media a compressione

τ_0 = resistenza media-caratteristica a taglio

E = modulo di elasticità normale

G = modulo di elasticità tangenziale

W = peso specifico

Fig 2.3.5 Caratteristiche della muratura per edifici esistenti (Tab. C8A.2.1.,Circ. D.M. 2008)[19] .

Il modulo elastico considerato è pari a 18000 Kg/cm², relativo a muratura in mattoni pieni e malta di calce.

Non avendo informazioni relative alle caratteristiche meccaniche degli elementi in marmo, si è considerata una tensione ammissibile paragonabile alla tensione ammissibile del calcestruzzo. Il modulo elastico adottato è pari a 250000 Kg/cm².

2.4 Il modello FEM

Il metodo degli elementi finiti (FEM) è una tecnica numerica atta a cercare soluzioni approssimate di problemi, descritti da equazioni differenziali alle derivate parziali, riducendo queste ultime ad un sistema di equazioni algebriche. La caratteristica principale del metodo degli elementi finiti è la discretizzazione, attraverso la creazione di una griglia (mesh), composta da primitive (elementi finiti) di forma codificata (triangoli e quadrilateri per domini 2D, esaedri e tetraedri per domini 3D). Su ciascun elemento caratterizzato da questa forma elementare, la soluzione del problema è espressa dalla combinazione lineare di funzioni dette funzioni di forma. La funzione viene approssimata, e non necessariamente saranno i valori esatti della funzione quelli calcolati nei punti, ma i valori che forniranno il minor errore su tutta la soluzione.

Il software agli elementi finiti, utilizzato per la creazione e lo studio dei modelli del Duomo di Modena è Straus7, gli elementi utilizzati per la modellazione sono elementi triangolari a 6 nodi e quadrangolari a 8 nodi.

Il modello tridimensionale del Duomo di Modena è stato creato utilizzando elementi bidimensionali di tipo plate (piastra), per la modellazione degli elementi portanti in muratura, e di elementi monodimensionali di tipo beam (trave), per la modellazione delle colonne dei muri longitudinali interni. Modellando una struttura è possibile studiare oltre alle azioni nel piano proprio della parete anche le azioni fuori piano, ipotizzando perfetta continuità materiale all'innesto tra muri ortogonali e considerando un comportamento di tipo scatolare.

Di seguito si riportano due viste del modello tridimensionale del Duomo, i diversi colori sono riferiti ai differenti spessori assunti per i muri e per le colonne.

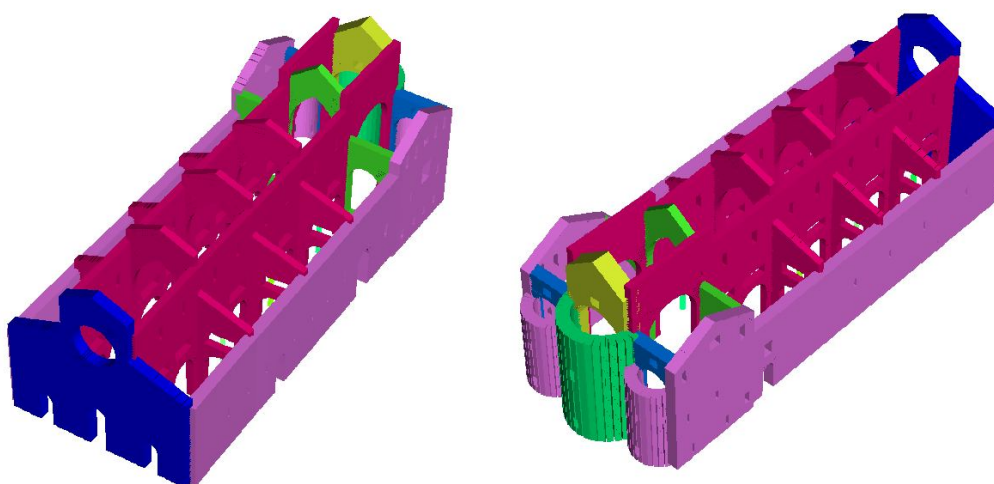
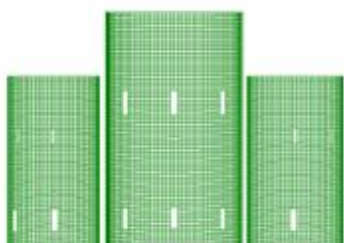


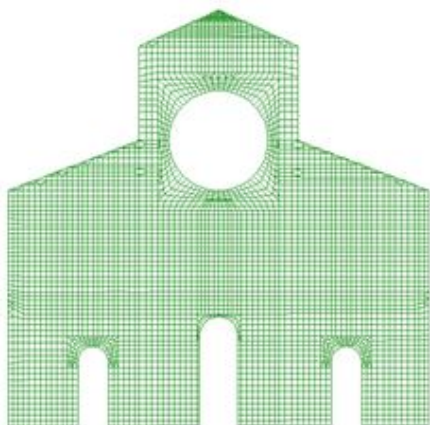
Fig. 2.4.1 Viste tridimensionali del modello del Duomo di Modena.

E' indispensabile assicurare la continuità, ossia la congruenza, tra sezioni di dimensioni e materiali diversi, per ovviare alla discontinuità geometrica e meccanica, si inseriscono dei “*rigid link*”, ossia degli elementi monodimensionali, dotati di rigidità infinita, che collegano i nodi degli elementi innestati nella stessa sezione. Questo problema si riscontra nell'innesto tra gli archi in muratura dei muri longitudinali interni e le colonne in marmo.

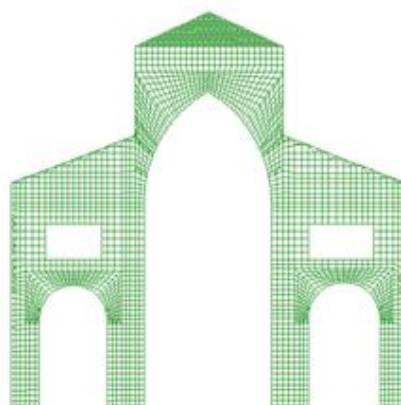
Di seguito si riportano le mesh degli elementi portanti verticali del Duomo di Modena:



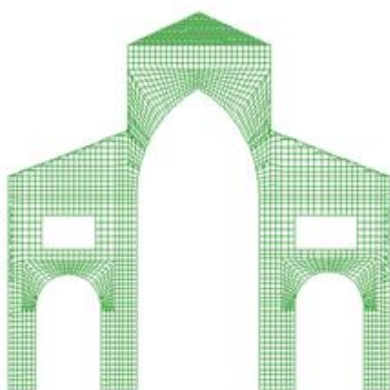
Muro A :
spessore centrale 1,7 m
spessore laterale 1,5 m



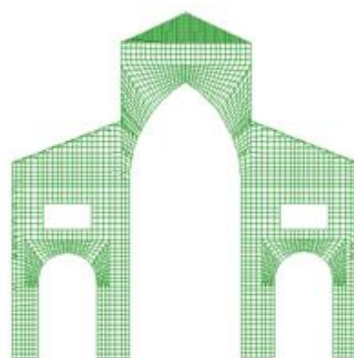
Muro 1 : spessore 1,45 m



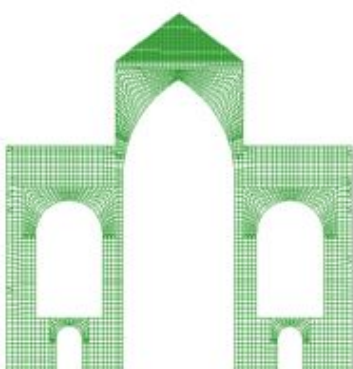
Muro 2 : spessore 1 m



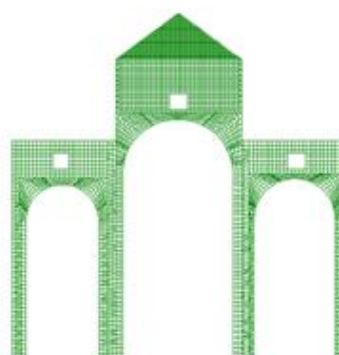
Muro 3 : spessore 1 m



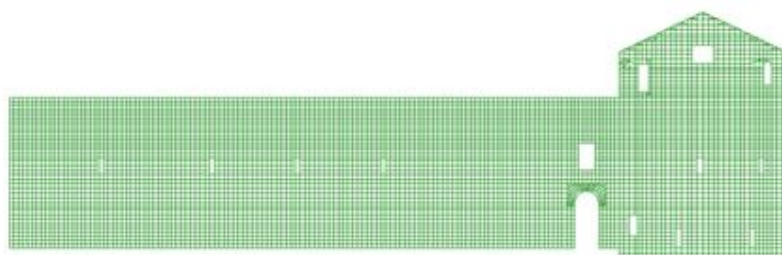
Muro 4 : spessore 1 m



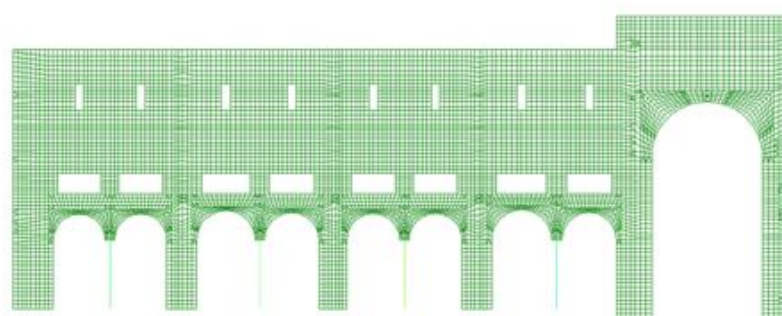
Muro 5 : spessore 1,15 m



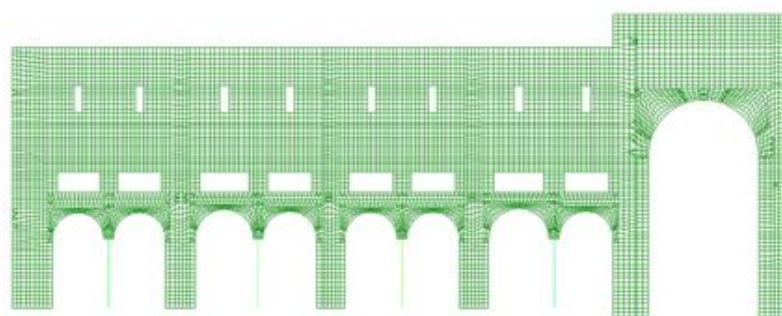
**Muro 6 :
spessore centrale 2,5 m
spessore laterale 1,6 m**



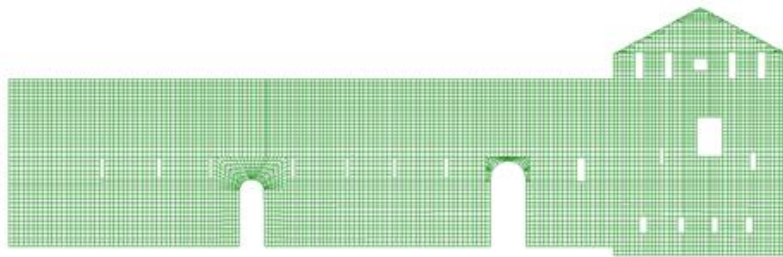
Muro 7: spessore 1,5 m



Muro 8: spessore 1 m



Muro 9: spessore 1 m



Muro 10: spessore 1,5 m

Fig. 2.4.2 Mesh delle murature portanti

Capitolo 3

Studio degli effetti dovuti ai carichi statici

3.1 Introduzione

In questa prima analisi svolta sul modello tridimensionale agli elementi finiti si vogliono esplorare gli effetti dei diversi vincoli alla base per la struttura soggetta ai soli carichi statici. I carichi agenti considerati nel modello sono il peso proprio della muratura delle pareti e i pesi permanenti, gravanti sulle pareti stesse, derivanti dalle coperture, dalle volte, dalle torrette di facciata e absidali oltre che ai carichi distribuiti del coro e del pontile campionese.

Mantenendo inalterata la struttura in elevazione si sono considerati diversi casi limite di vincolamento alla base sia per quanto riguarda il vincoli in direzione verticali sia per i vincoli in direzione orizzontale.

I risultati dell'analisi che sono riportati nelle seguenti pagine si concentrano su tre aspetti principali:

- le tensioni verticali di compressione ed in particolar modo le pressioni alla base delle murature;
- le tensioni orizzontali di trazione che vengono messe a confronto con il quadro fessurativo riportato nel capitolo 1;
- la deformata e i movimenti a cui sono soggette le pareti.

Sono inoltre riportati per completezza le altre analisi svolte:

- le tensioni verticali trazione;
- le tensioni orizzontali di compressione;
- le tensioni tangenziali.

3.2 Carichi permanenti sugli elementi portanti verticali

Nel seguente paragrafo si riporta un riepilogo della metodologia di calcolo dei carichi permanenti agenti sugli elementi portanti verticali che rappresenta una sintesi del lavoro svolto su modelli semplici, eseguito da Paolo Manna e Carlo Cavana nelle loro tesi [31].

3.2.1 Navata centrale

I carichi che insistono sui muri longitudinali derivano da: due reazioni rompi tratta (carichi concentrati), i carichi uniformemente distribuiti derivanti dalla copertura e i carichi provenienti dalla porzione di volta. Sui muri trasversali gravano le quattro reazioni vincolari delle travi principali (carichi concentrati), le due reazioni derivanti dai rompi tratta (concentrate) e il carico distribuito derivante dalla porzione di volta.

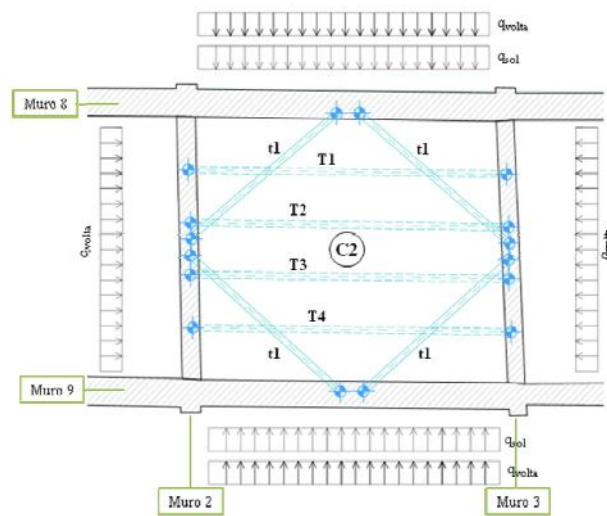


Fig. 3.2.1.1 Schema dei carichi per la campata tipo della navata centrale [31].

3.2.2 Coro

Sui muri longitudinali insistono: le due azioni concentrate derivanti dalle capriate, i carichi uniformemente distribuiti derivanti dalla copertura e i carichi derivanti dalla porzione di volta. Sui muri trasversali gravano cinque azioni concentrate derivanti dalle travi principali e il carico distribuito derivante dalla porzione di volta.

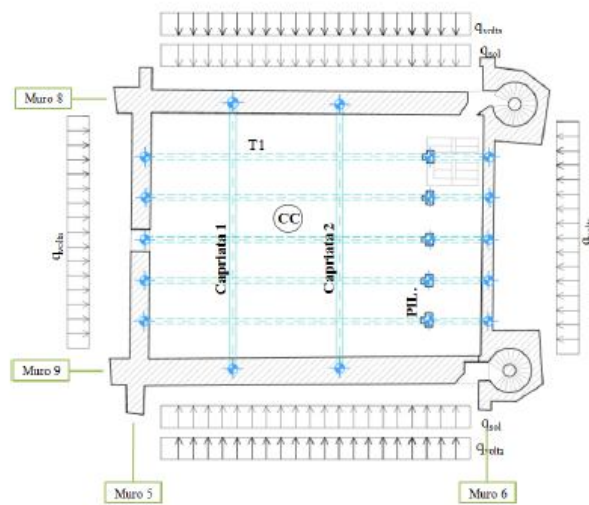


Fig. 3.2.2.1 Schema dei carichi per la campata del coro, navata centrale [31].

3.2.3 Navata settentrionale e meridionale

Sui muri laterali longitudinali insistono: la reazione della trave rompi tratta come carico concentrato, un carico concentrato derivante dall'arco che scarica la porzione di volta e i carichi uniformemente distribuiti derivanti dalla copertura e dalla porzione di volta. Sui muri trasversali gravano la reazione vincolare delle trave principale come carico concentrato e un carico distribuito derivante dalla porzione di volta.

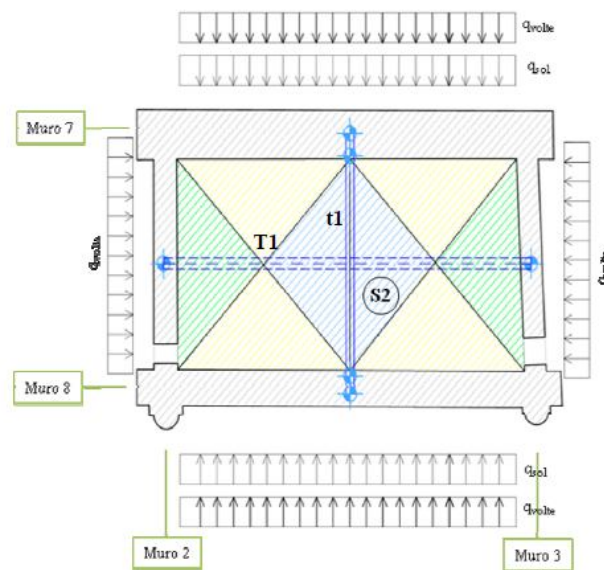


Fig. 3.2.3.1 Schema dei carichi per la campata tipo laterale [31].

3.2.4 Transetto settentrionale e meridionale

Sui muri laterali longitudinali insistono cinque reazioni delle travi principali come carico concentrato ed i carichi uniformemente distribuiti derivanti dalla porzione di volta. Sui muri trasversali gravano i carichi distribuiti derivanti dalla porzione di volta e dal solaio di copertura.

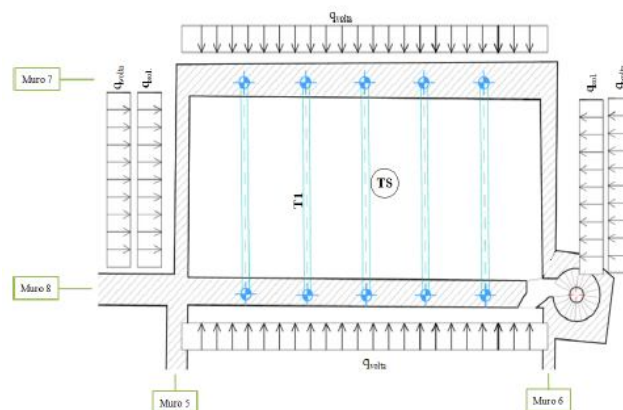


Fig. 3.2.4.1 Schema dei carichi per le campate del transetto [31].

3.2.5 Absidi

Sui muri absidali insistono i carichi uniformemente distribuiti derivanti dalla porzione di semi-cupola ed i carichi distribuiti derivanti dalla porzione del solaio di copertura.

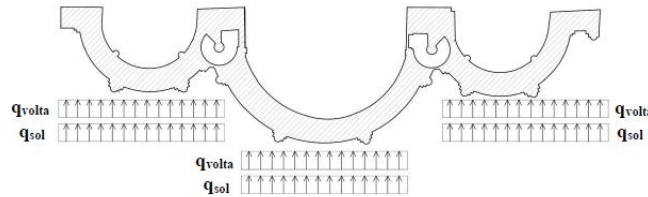


Fig. 5.2.5.1 Schema dei carichi per i muri absidali [31].

3.2.6 Solaio del coro e del pontile campionesse

Si riporta di seguito lo schema di carico incidente sulle murature, considerato per aree d'influenza. Sul muro 5, oltre al carico derivante dalla copertura, agisce il carico derivante dal solaio del coro come carico concentrato, a quest'ultimo si aggiunge l'azione concentrata derivante dal peso del pontile campionesse. Il muro 6, caricato dal peso delle coperture, è sollecitato dal peso del carico concentrato del solaio del coro che incide solamente in corrispondenza delle pareti interne dell'apertura centrale del muro. I muri 7, muro 10 e absidali sono caricati linearmente dal solaio del coro.

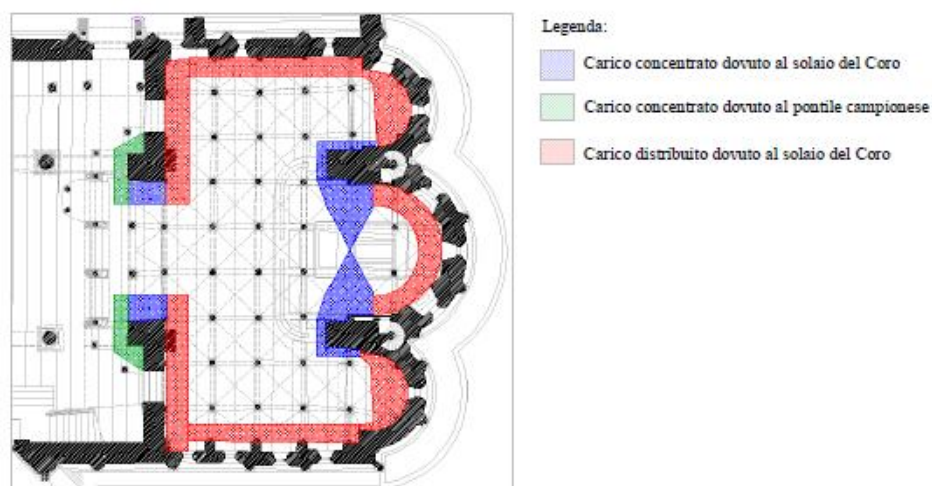


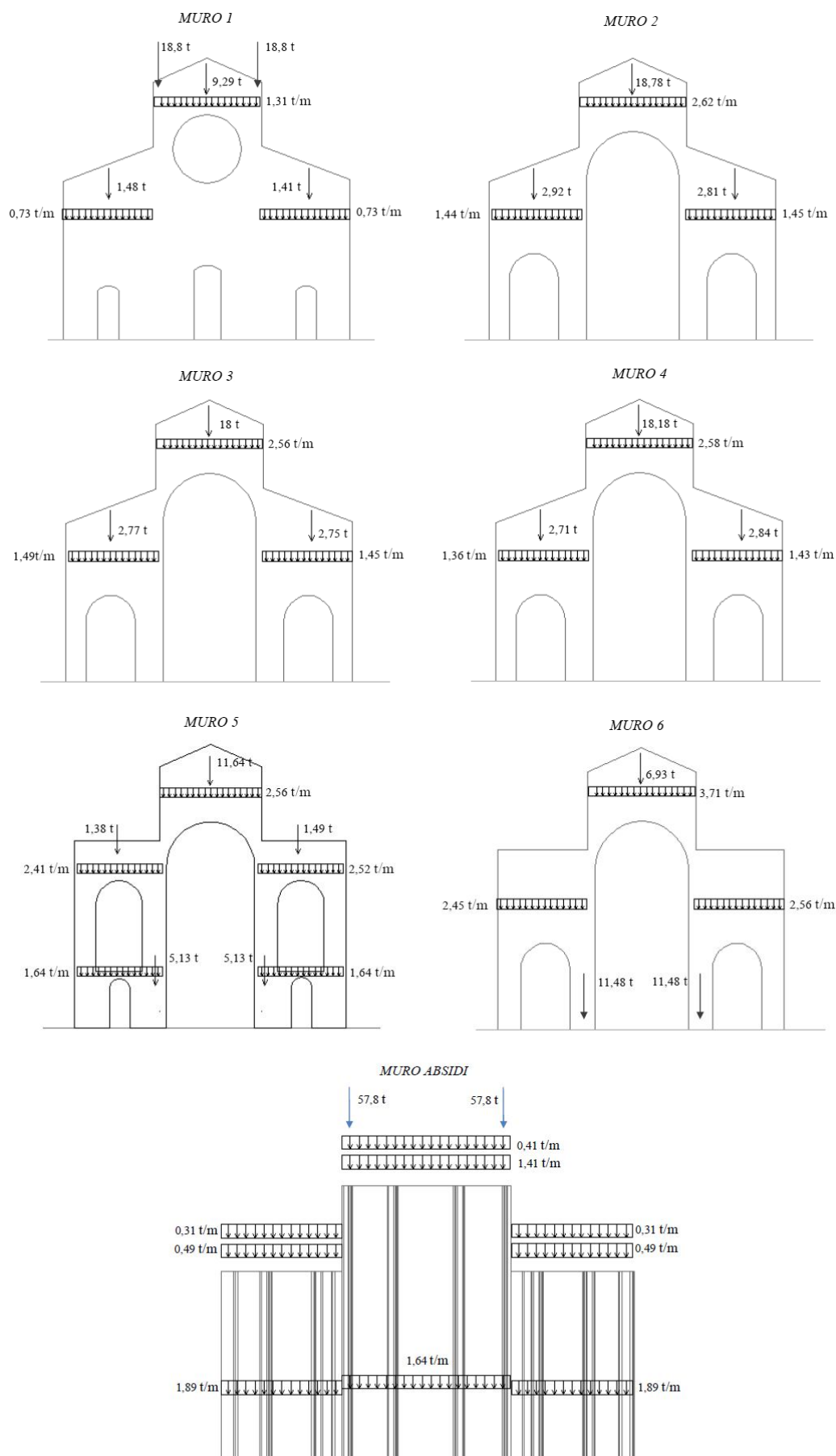
Fig. 5.2.6.1 Schema di carico in pianta per il solaio del coro e il pontile campionese [31].

3.2.7 Torrette di facciata e torrette absidali

Le due torrette di facciata si sviluppano dal muro1 e determinano due carichi concentrati in sommità. Le due torrette absidali si sviluppano dal muro absidale centrale e insistono sullo stesso secondo due carichi concentrati in sommità.

3.2.8 Sintesi grafica dei carichi sulle murature

Di seguito, si riporta un riepilogo grafico dei carichi verticali e del peso proprio del Duomo: questi stessi calcolo, utilizzati per un'analisi strutturale con modelli semplici, verranno applicati anche ai modelli FEM. I carichi concentrati, vengono nei modelli in straus7 distribuiti su una certa area di influenza.



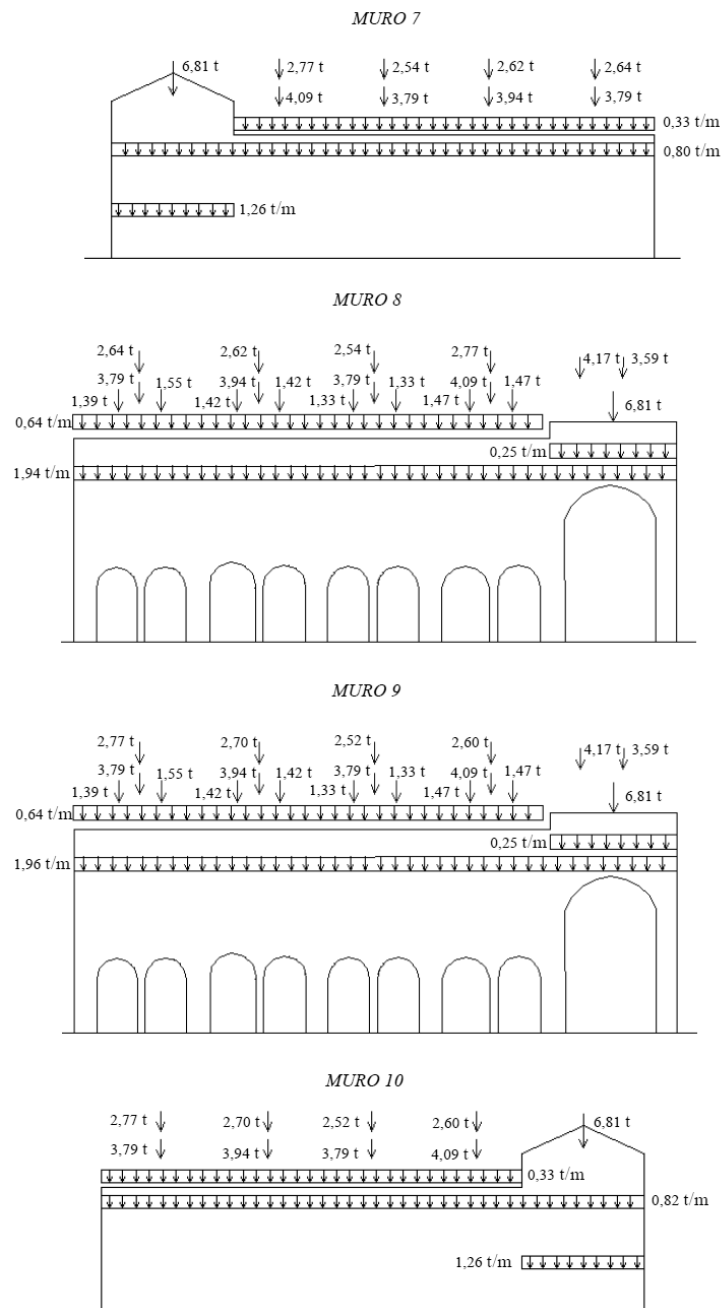


Fig. 3.2.8.1 Sintesi grafica dei carichi verticali permanenti agenti sulle pareti[31].

3.3 Vincoli alla base

Le informazioni riguardanti le caratteristiche meccaniche delle fondazioni e soprattutto del terreno in sito sono parziali, per questo l'analisi sul modello del Duomo è stata eseguita considerando diversi modelli. I modelli considerati sono casi limite e sono frutto di altrettante ipotesi sul comportamento della struttura al variare del supporto, ovvero del terreno.

Per quanto riguarda i vincoli in direzione orizzontale si considerano inizialmente due soli casi limite: incastri e carrelli. Nel primo caso la struttura è vincolata in tutti i nodi alla base in entrambe le direzioni del piano orizzontale DX e DZ. Nel secondo caso non c'è invece alcun vincolamento in direzione orizzontale dei nodi alla base, fatto salvo in tre punti che servono per evitare la rotazione della struttura.

Per i vincoli in direzione verticali si considerano tre differenti ipotesi: incastri, molle con distribuzione uniforme del modulo di reazione (chiamate molle 1) e molle con distribuzione non uniforme del modulo di reazione (molle 2). Nel primo caso per tutti i nodi alla base è impedita la traslazione in direzione verticale DY, nel secondo caso si considera una distribuzione di molle uniforme con modulo di reazione K_{xB} pari a 26 Kg/cm², infine nell'ultimo caso si considerano due differenti moduli di reazione per simulare la storia pregressa, ovvero la presenza delle fondazioni della vecchia chiesa. In quest'ultimo caso il modulo di reazione K_{xB} vale sempre 26 Kg/cm² nella zona non interessata dall'effetto della vecchia fondazione e 130 Kg/cm² per la zona interessata dalla vecchia fondazione. I valori dei due moduli di reazione sono forniti dagli studi del prof. Lancellotta, professore di geotecnica al Politecnico di Torino.

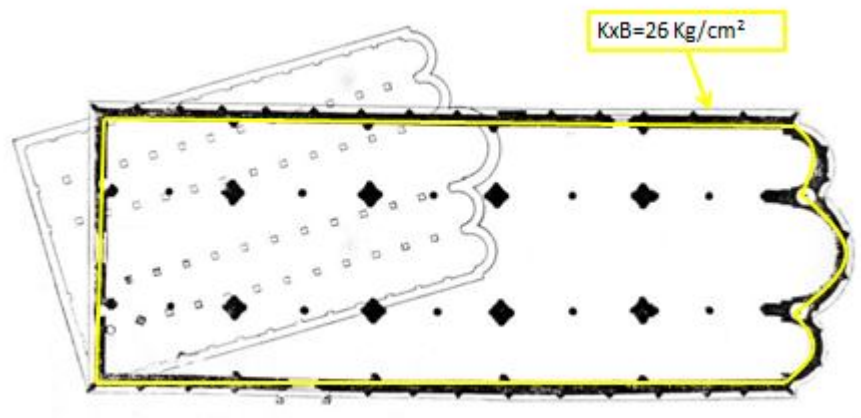


Fig. 3.3.1 Distribuzione uniforme del modulo di reazione del terreno (caso molle 1).

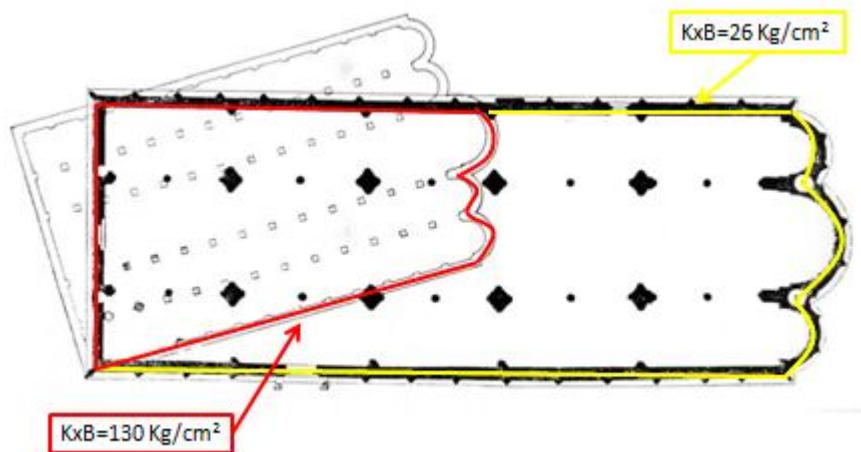


Fig. 3.3.2 Distribuzione non uniforme del modulo di reazione influenza della storia pregressa (caso molle 2).

La tabella seguente riporta i diversi tipi di vincolamento considerati:










Vincoli in direzione orizzontale Vincoli in direzione verticale	INCASTRATI	CARRELLI
 INCASTRATI		
 MOLLE 1 (distribuzione uniforme del modulo di reazione)		
 MOLLE 2 (distribuzione non uniforme del modulo di reazione per simulare la storia pregressa)		

Fig. 3.3.4 Tabella riepilogativa dei vincoli considerati.

3.4 Tensioni verticali di compressione e livelli tensionali alla base

In questo paragrafo i risultati dell'analisi statica, eseguita sui diversi modelli fem tridimensionali, vengono analizzati in termini di tensioni verticali di compressione. I risultati ottenuti in termini di compressione alla base delle murature verranno poi confrontati con quelli ottenuti su modelli semplici riportati in “Analisi strutturale del Duomo di Modena: rilievo, definizioni dei carichi, modellazione, analisi tensionale ed identificazione delle criticità”, tesi svolta presso la Facoltà di Ingegneria di Bologna (2010) [31]. Proprio per facilitare il confronto dei risultati si considerano le aree a_i per ogni muro portante, ovvero le stesse già utilizzate per l'analisi con modelli semplici, si cerca di fare un confronto dei risultati per determinare l'ordine di grandezza delle tensioni alla base e tenere conto di eventuali anomalie di comportamento tra i modelli.

Lo schema delle aree resistenti a cui si fa riferimento per i modelli semplici [31] è riportato di seguito:

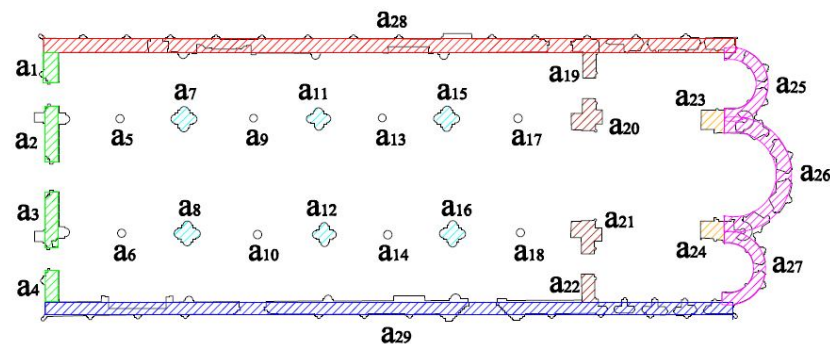


Fig. 3.4.1. Aree resistenti considerate per modelli semplici.

	area	spessore muro		
Muri interni ed esterni:	a1: 3,34 m ²	1,25 m	Pilastri in muratura:	
	a2: 7,44 m ²	trasversale 1,45 m; longitudinale 1,00 m	area	spessore muro
	a3: 7,15 m ²	trasversale 1,45 m; longitudinale 1,00 m	a7: 2,91 m ²	1,00 m
	a4: 3,15 m ²	1,15 m	a8: 2,81 m ²	1,00 m
	a19: 2,47 m ²	1,15 m	a11: 2,35 m ²	1,00 m
	a20: 5,28 m ²	trasversale 1,15 m; longitudinale 1,00 m	a12: 2,40 m ²	1,00 m
	a21: 5,32 m ²	trasversale 1,15 m; longitudinale 1,00 m	a15: 2,78 m ²	1,00 m
	a22: 2,74 m ²	1,15 m	a16: 2,88 m ²	1,00 m
	a23: 3,52 m ²	trasversale 2,50 m; longitudinale 1,00 m	Colonne in marmo:	
	a24: 3,15 m ²	trasversale 2,50 m; longitudinale 1,00 m	a5/a6/a9/a10/a13/a14/a17/a18:	
	a25: 9,33 m ²	1,1 m	area	diametro
	a26: 17,56 m ²	1,3 m	0,42 m ²	0,73 m
	a27: 9,33 m ²	1,1 m		
	a28: 74,69 m ²	1,25 m		
	a29: 65,34 m ²	1,1 m		

Fig. 3.4.2. Aree resistenti considerate per modelli semplici, valori numerici.

Per i modelli semplici le aree resistenti sono state definite facendo le seguenti ipotesi semplificative, a partire dal manufatto architettonico:

- si è considerato lo spessore medio dell'i-esimo muro;
- i muri sono stati considerati in muratura piena;
- sono state trascurate le aperture finestrate considerando il volume vuoto per pieno;
- non sono stati considerati gli elementi architettonici decorativi.

Nei modelli semplici la metodologia per la determinazione delle pressioni alla base dei muri è stata differenziata a seconda della muratura presa in esame [31].

Per la determinazione delle pressioni alla base dei muri longitudinali esterni , muro 7 e muro 10, è stata considerata l'interazione tra questi ed i muri trasversali. Per il muro 8 e muro 9 sono state considerate anche le quote parti agenti sul muro di facciata [31].

Per la determinazione delle pressioni sul muro 1 di facciata si è tenuto in conto della ripartizione dei carichi totali anche sui muri longitudinali: si è considerato il caso di sezione presso-inflessa [31].

Per i muri trasversali interni, muro 2, muro 3 e muro 4, le aree resistenti sono state ipotizzate inglobate all'interno dello spessore dei muri longitudinali esterni [31].

Per il muro 5 si è tenuto in conto della ripartizione dei carichi totali sui muri longitudinali [31].

Per il muro 6 le aree resistenti sono state considerate inglobate all'interno dello spessore dei muri longitudinali esterni [31].

I valori di tensione, riportati nelle tabelle seguenti, per ogni area resistente sono i valori massimi e minimi e la corrispondente tensione media. Nel caso dei pilastri interni in muratura e delle colonne, le tensioni sono state calcolate nel caso di sezione interamente compressa. In entrambi i casi le tensioni medie sono riferite al baricentro dell'area considerata.

Nel caso dei modelli FEM, le aree resistenti rispetto alla quali vengono calcolate le tensioni medie sono differenti in pianta, a causa di esigenze di modellazione: i pilastri in muratura dei muri longitudinali interni sono stati modellati secondo l'intersezione e lo spessore dei muri trasversali e longitudinali interni. La schema del modello 3d in pianta è riportato di seguito.

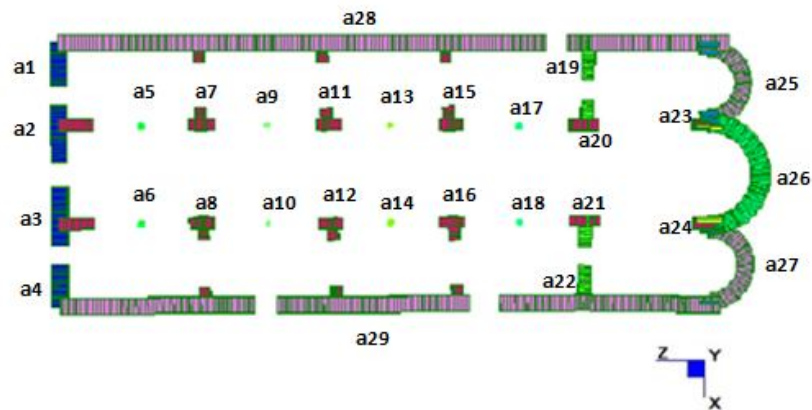


Fig. 3.4.3. Aree resistenti considerate per modelli FEM.

Muri interni ed esterni:

	area	spessore muro
a1:	5,73 m ²	1,45 m
a2:	7,61 m ²	trasversale 1,45 m; longitudinale 1,00 m
a3:	7,61 m ²	trasversale 1,45 m; longitudinale 1,00 m
a4:	5,58 m ²	1,45 m
a19:	3,85 m ²	1,15 m
a20:	4,70 m ²	trasversale 1,15 m; longitudinale 1,00 m
a21:	4,87 m ²	trasversale 1,15 m; longitudinale 1,00 m
a22:	3,85 m ²	1,15 m
a23:	4,17 m ²	trasversale 2,50 m; longitudinale 1,00 m
a24:	3,70 m ²	trasversale 2,50 m; longitudinale 1,00 m
a25:	14 m ²	1,5 m
a26:	24 m ²	1,7 m
a27:	14 m ²	1,5 m
a28:	91,65 m ²	1,5 m
a29:	90,08 m ²	1,5 m

Pilastri in muratura:

	area	spessore muro
a7:	1,89 m ²	trasversale 1,00 m; longitudinale 1,00 m
a8:	1,89 m ²	trasversale 1,00 m; longitudinale 1,00 m
a11:	3,27 m ²	trasversale 1,00 m; longitudinale 1,00 m
a12:	3,22 m ²	trasversale 1,00 m; longitudinale 1,00 m
a15:	3,45 m ²	trasversale 1,00 m; longitudinale 1,00 m
a16:	3,50 m ²	trasversale 1,00 m; longitudinale 1,00 m

Colonne in marmo:

	area	diametro
a5:	0,41 m ²	0,72 m
a6:	0,41 m ²	0,72 m
a9:	0,36 m ²	0,68 m
a10:	0,36 m ²	0,68 m
a13:	0,37 m ²	0,69 m
a14:	0,37 m ²	0,69 m
a17:	0,45 m ²	0,76 m
a18:	0,45 m ²	0,76 m

Fig. 3.4.4. Aree resistenti considerate per modelli FEM, valori numerici.

La pressione alla base per ogni singola area è calcolata come valore medio nel piano della parete interessata, i valori considerati sono al livello del pavimento del Duomo.

Per i 6 muri trasversali e per il muro absidale, per ogni area, si considerano le pressioni massima e minima lungo la direzione X, dalle quali è calcolata la tensione media tra le due.

Per i 4 muri longitudinali, per ogni area, si considerano le pressioni massima e minima lungo la direzione Z, dalle quali è calcolata la tensione media tra le due.

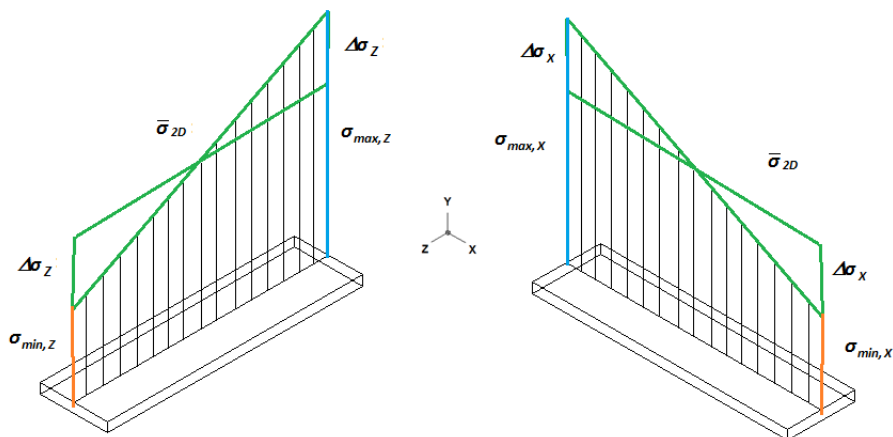


Fig. 3.4.5. Schema di calcolo delle tensioni medie nei modelli.

I risultati presentati nelle tavole seguenti sono tutti espressi in Kg/cm², le scala utilizzata riporta per ogni parete il valore massimo di compressione verticale ottenuta tra tutti i modelli con diverso vincolamento, le zone dove non è presente la mappa di colore che risultano grigie sono zone in cui non è presente compressione, ovvero zone in cui sono presenti tensioni di trazione verticale.

Per chiarire il confronto con i prospetti e le sezioni del quadro fessurativo, in cui sono riportate le indicazioni nord, centro e sud, si deve specificare che il lato nord dei modelli agli elementi finiti dei muri trasversali è posta sempre sulla sinistra, mentre per i muri longitudinali sulla sinistra c'è sempre il lato ovest.

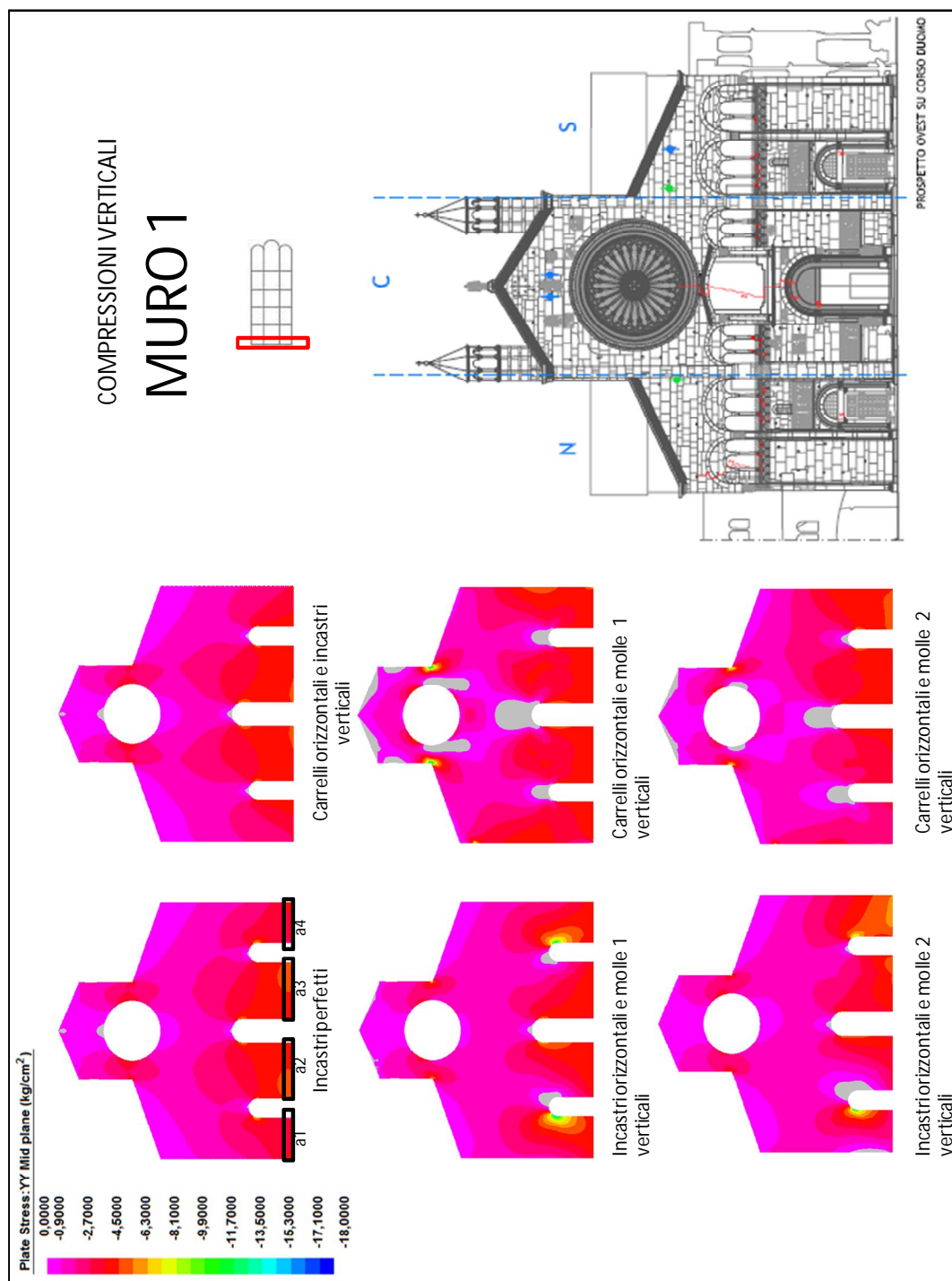


Fig. 3.4.6. Tensioni di compressione verticale per il muro 1

Tabelle riassuntive: [Kg/cm²]

MURO 1	area	σ_x max	σ_x min	σ media
Incastri perfetti	a1	4,47	2,72	4
	a2	5,95	4,23	5
	a3	5,99	4,23	5
	a4	4,57	2,72	4
incastri-molle1	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a1	3,99	3,57	4
	a2	4	3,5	4
	a3	3,99	3,59	4
incastri-molle2	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a1	2,37	1,07	2
	a2	3,65	2,4	3
	a3	4,87	3,62	4
carrelli-incastri	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a1	4,34	2,82	4
	a2	4,55	4,29	4
	a3	4,54	4,3	4
carrelli- molle 1	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a1	3,99	2,33	3
	a2	4,19	4,06	4
	a3	4,21	4,13	4
carrelli- molle 2	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a1	2,83	2,03	2
	a2	3,94	3,17	4
	a3	4,48	4,17	4
	a4	4,64	4,22	4

MURO 1	area	σ media
Modelli semplici	a1	3
	a2	5
	a3	5
	a4	4

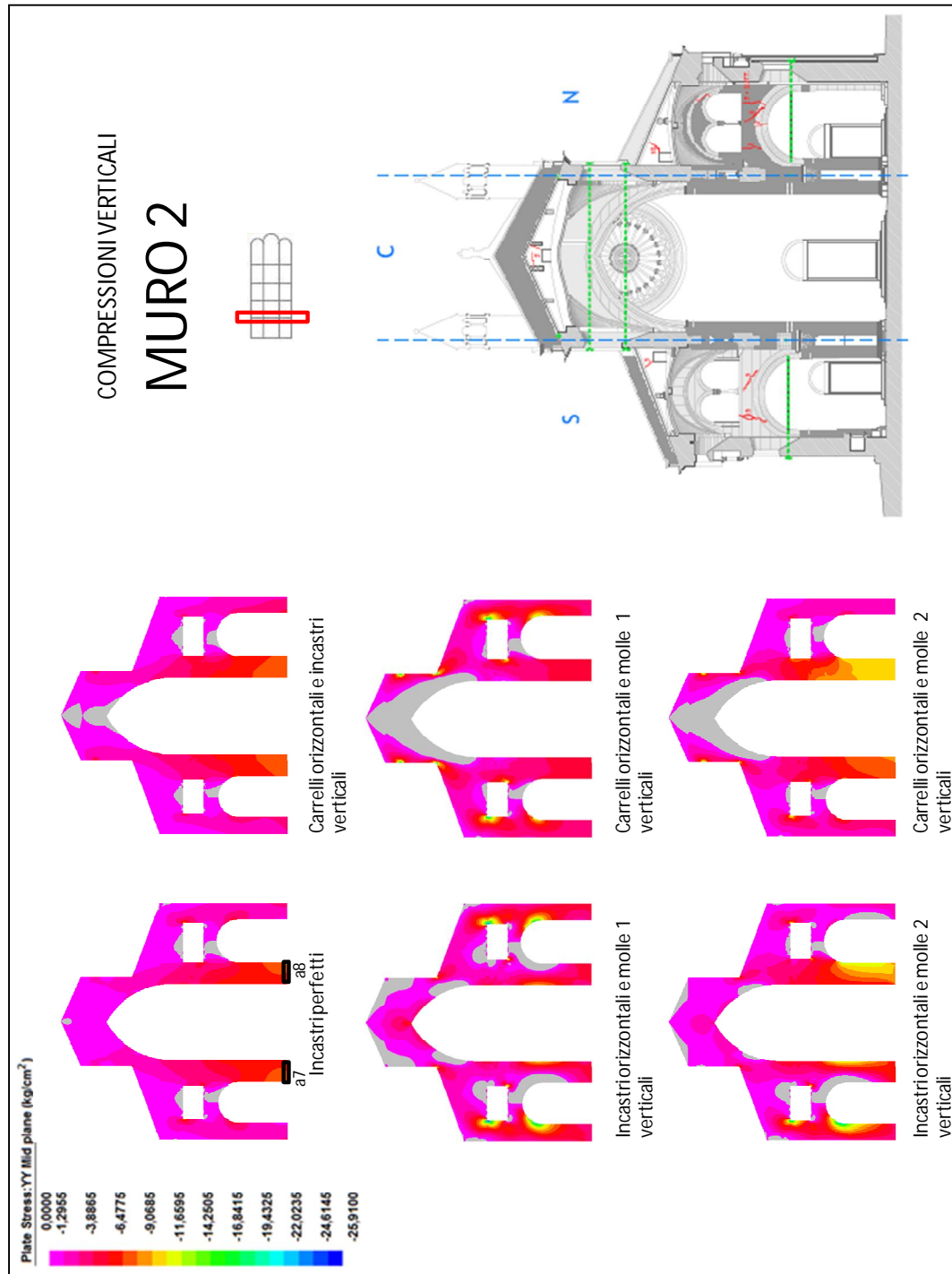


Fig. 3.4.7. Tensioni di compressione verticale per il muro2

Tabelle riassuntive: [Kg/cm²]

MURO 2	area	σ_x max	σ_x min	σ media
Incastri perfetti	a7	8,45	5,95	7
	a8	8,52	5,72	7
incastri-molle 1	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a7	4,15	3,67	4
	a8	4,33	3,7	4
incastri-molle2	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a7	6,12	5,28	6
	a8	9,04	7,75	8
carrelli-incastri	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a7	7,15	6,68	7
	a8	7,26	6,73	7
carrelli- molle 1	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a7	4,87	4,54	5
	a8	4,95	4,65	5
carrelli- molle 2	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a7	8,03	6,71	7
	a8	10,08	10,04	10

MURO 2	area	σ media
Modelli semplici	a7	11
	a8	11

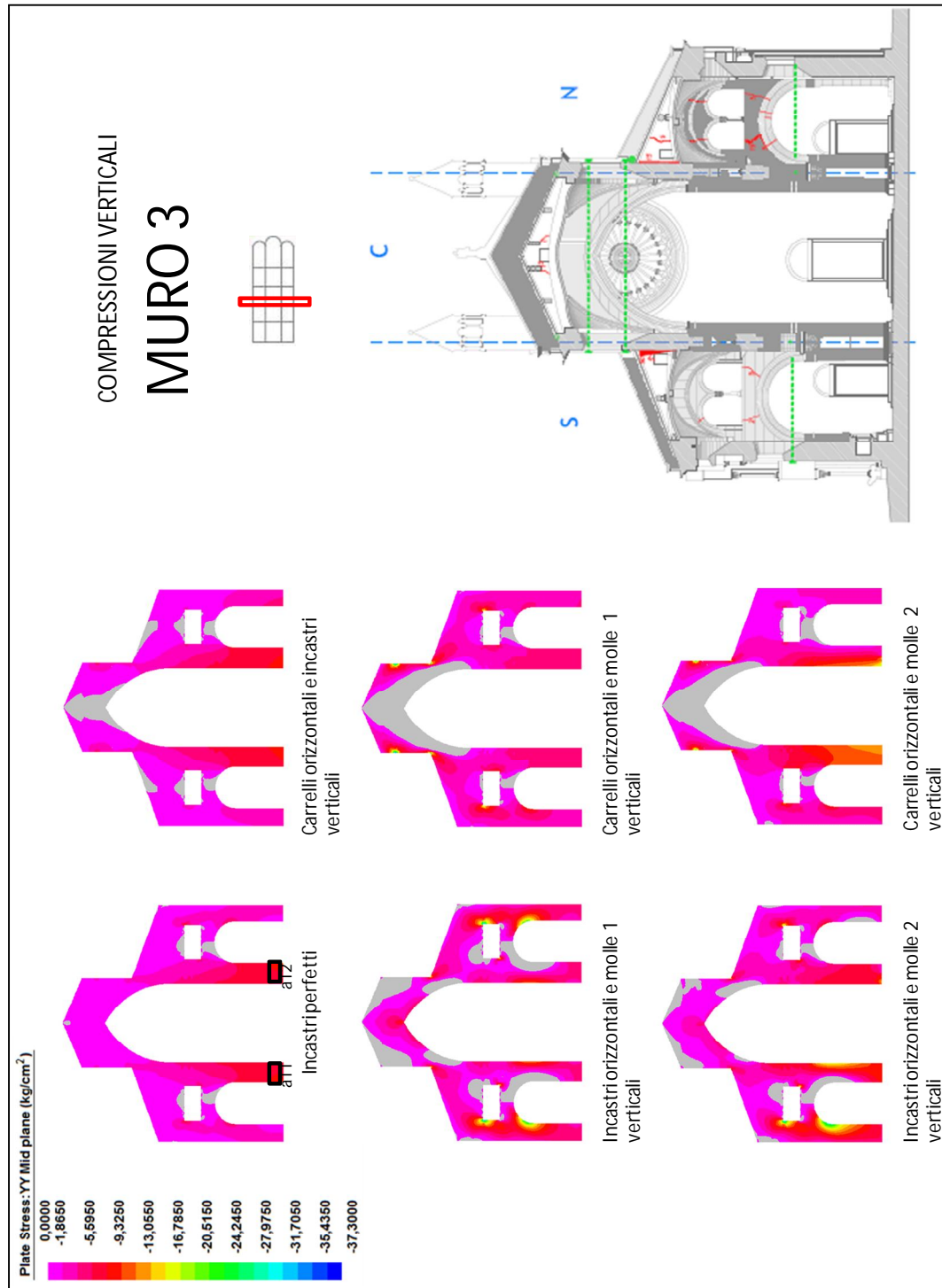


Fig. 3.4.8. Tensioni di compressione verticale per il muro3

Tabelle riassuntive: [Kg/cm²]

MURO 3	area	σ_x max	σ_x min	σ media
Incastri perfetti	a11	9,02	6,36	8
	a12	9,11	5,97	8
incastri-molle 1	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a11	4,25	3,57	4
	a12	4,4	3,58	4
incastri-molle2	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a11	8,81	7,97	8
	a12	10,7	2,9	7
carrelli-incastri	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a11	7,74	7,31	8
	a12	7,75	7,29	8
carrelli- molle 1	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a11	5,28	4,85	5
	a12	5,34	4,92	5
carrelli- molle 2	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a11	11,97	10,2	11
	a12	15,24	2,97	9

MURO 3	area	σ media
Incastri perfetti	a11	14
	a12	14

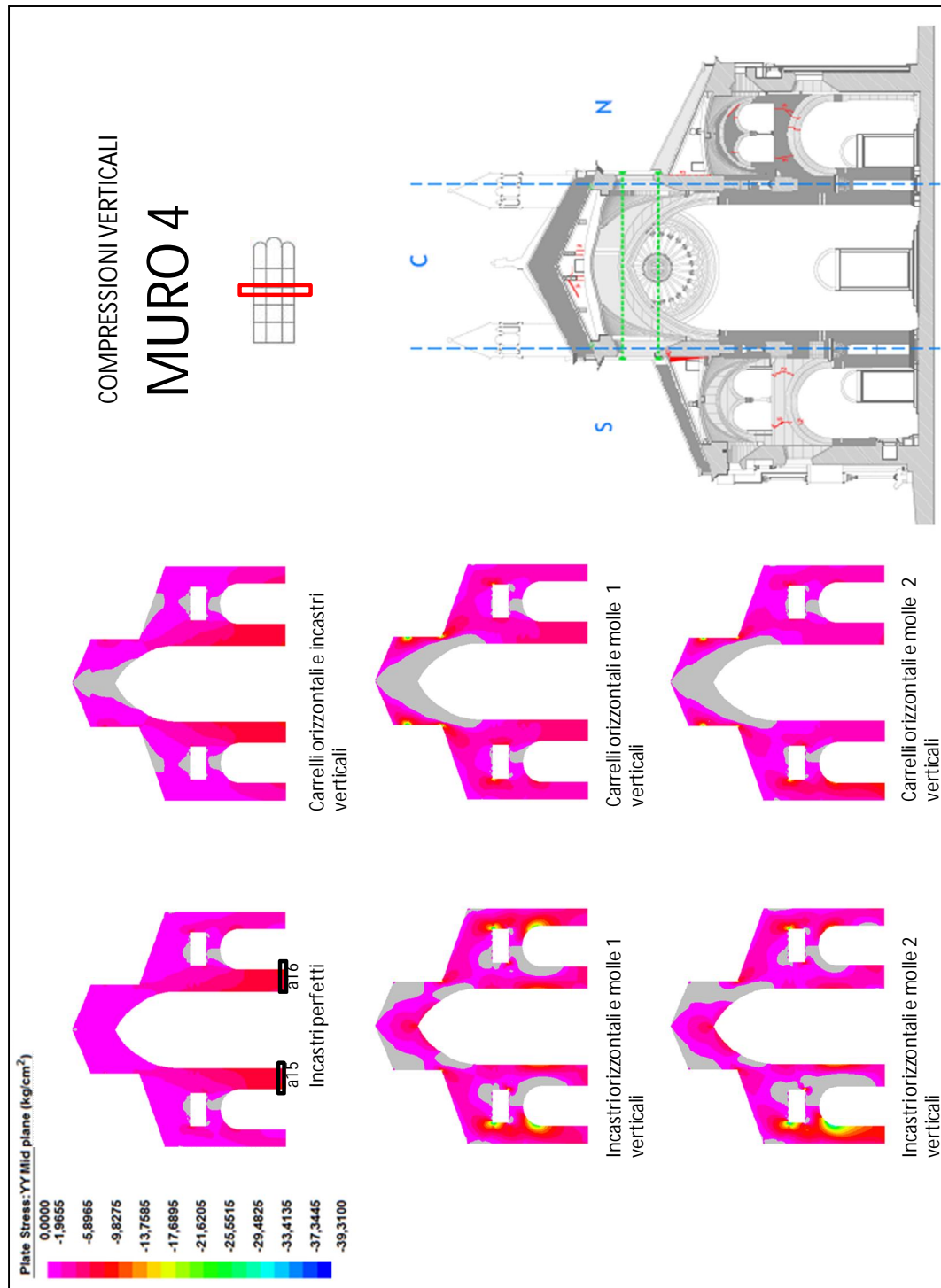


Fig. 3.4.9. Tensioni di compressione verticale per il muro4

Tabelle riassuntive: [Kg/cm²]

MURO 4	area	σ_x max	σ_x min	σ media
Incastri perfetti	a15	9,27	6,35	8
	a16	9,32	6,07	8
incastri-molle 1	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a15	4,23	3,62	4
	a16	4,36	3,65	4
incastri-molle2	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a15	2,57	2,07	2
	a16	3,55	2,45	3
carrelli-incastri	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a15	8,02	7,29	8
	a16	7,92	7,4	8
carrelli- molle 1	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a15	5,32	4,82	5
	a16	5,37	4,92	5
carrelli- molle 2	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a15	3,37	2,9	3
	a16	4	3,83	4

MURO 4	area	σ media
modelli semplici	a15	12
	a16	12

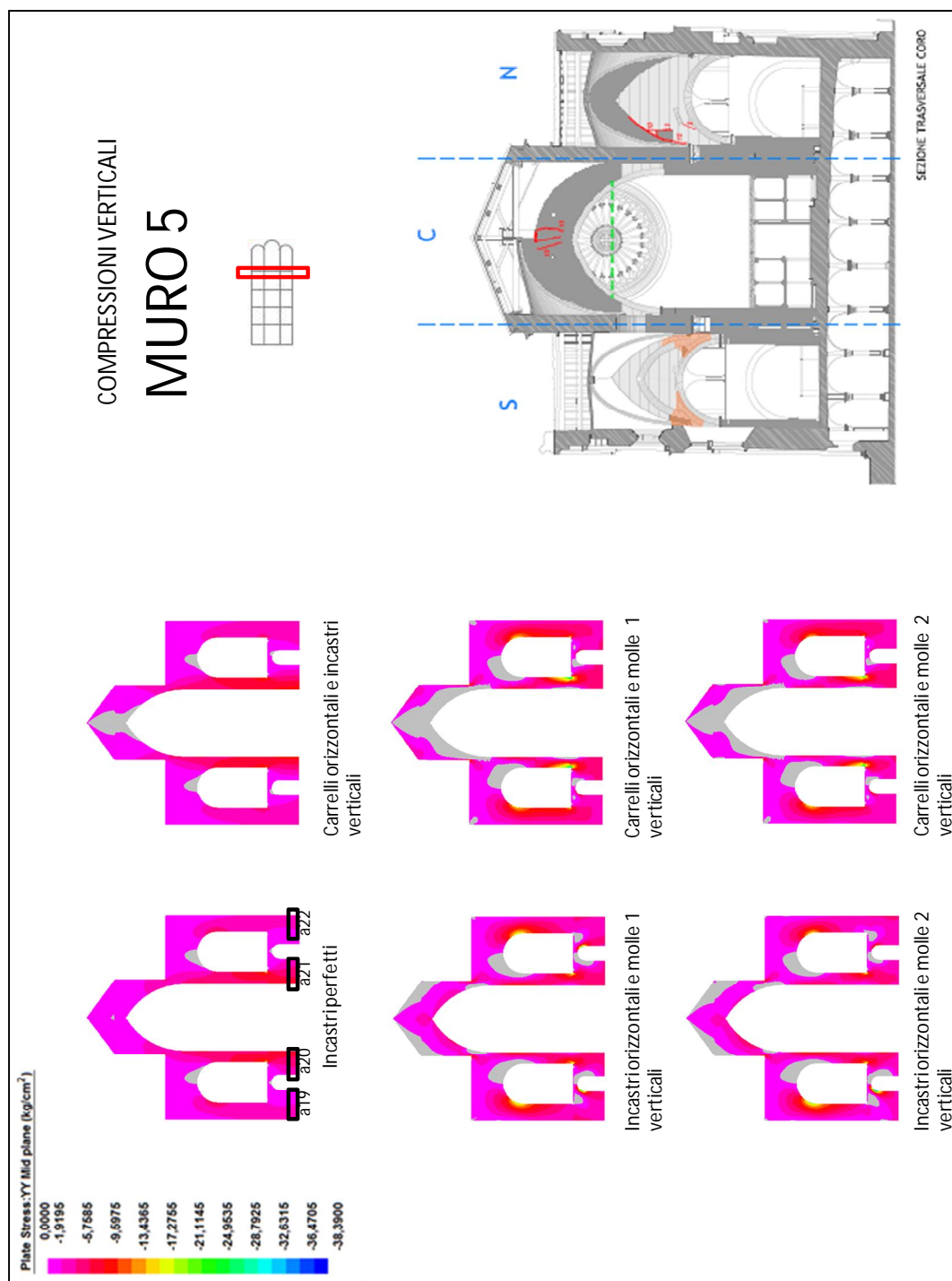


Fig. 3.4.10. Tensioni di compressione verticale per il muro5

Tabelle riassuntive: [Kg/cm²]

MURO 5	area	σ_x max	σ_x min	σ media
Incastri perfetti	a19	2,39	1,42	2
	a20	6,62	3,67	5
	a21	6,74	3,58	5
	a22	2,75	1,39	2
incastri-molle 1	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a19	3,89	3,63	4
	a20	4,3	3,26	4
	a21	4,32	3,36	4
	a22	3,96	3,69	4
incastri-molle2	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a19	3,18	2,6	3
	a20	3,72	2,31	3
	a21	3,82	3,31	4
	a22	4,2	3,24	4
carrelli-incastri	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a19	2,73	1,86	2
	a20	8,91	0,58	5
	a21	9	0,68	5
	a22	2,87	1,74	2
carrelli- molle 1	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a19	3,82	3,54	4
	a20	4,89	4,3	5
	a21	4,94	4,38	5
	a22	3,95	3,63	4
carrelli- molle 2	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a19	2,98	2,66	3
	a20	3,99	3,45	4
	a21	4,38	4,02	4
	a22	3,77	3,62	4

MURO 5	area	σ media
modelli semplici	a19	3
	a20	7
	a21	7
	a22	3

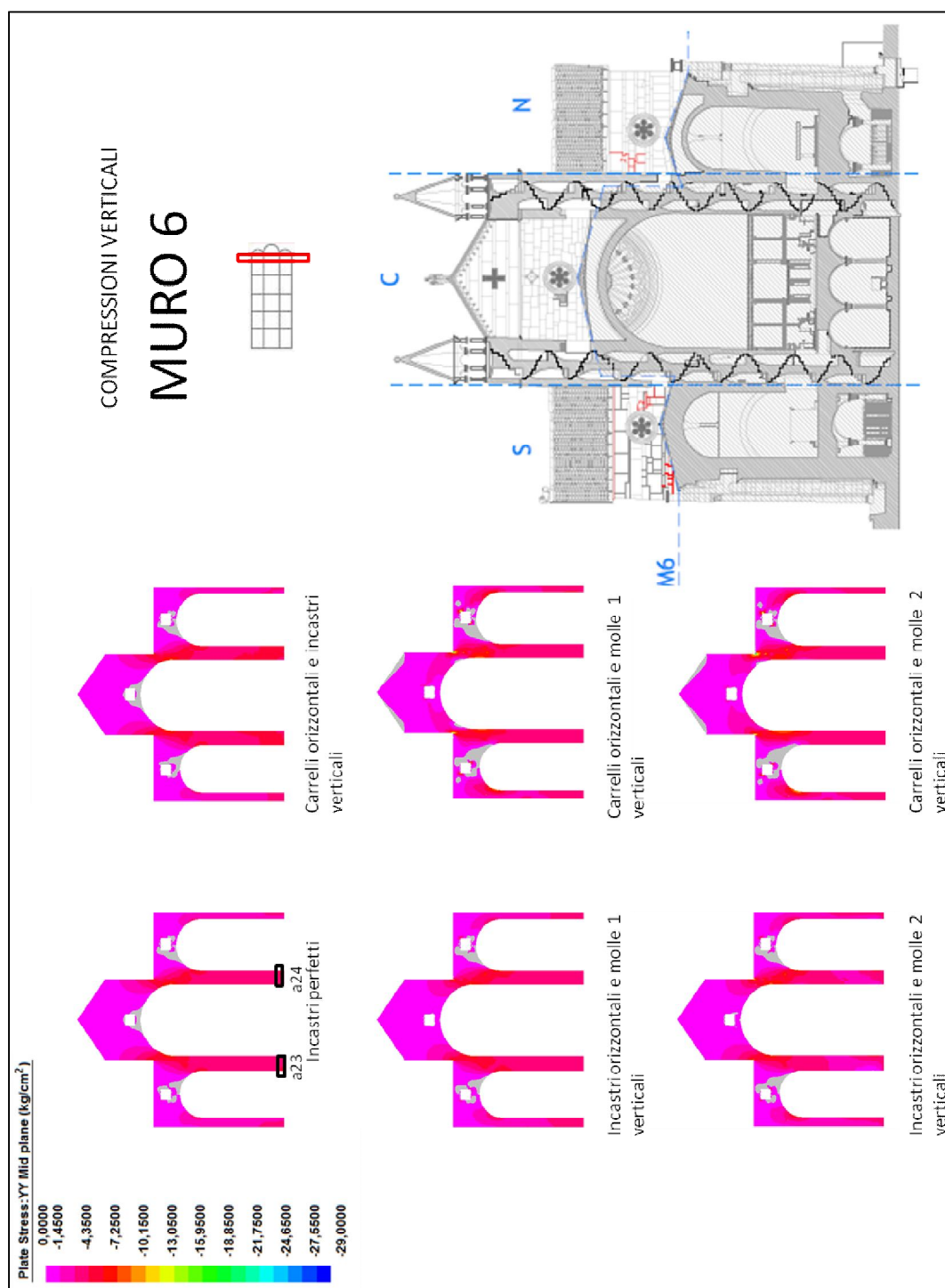


Fig. 3.4.11. Tensioni di compressione verticale per il muro6

Tabelle riassuntive: [Kg/cm²]

MURO 6	area	σ_x max	σ_x min	σ media
Incastri perfetti	a23	4,84	4,11	4
	a24	5,08	4,19	5
incastri-molle 1	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a23	3,9	3,57	4
	a24	3,92	3,68	4
incastri-molle2	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a23	3,94	2,8	3
	a24	4	3,29	4
carrelli-incastri	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a23	5,69	3,75	5
	a24	5,73	4,05	5
carrelli- molle 1	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a23	4	3,9	4
	a24	4,09	3,92	4
carrelli- molle 2	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a23	3,93	3,83	4
	a24	4,2	4	4

MURO 6	area	σ media
modelli semplici	a23	10
	a24	11



Fig. 3.4.12. Tensioni di compressione verticale per il muro A

Tabelle riassuntive: [Kg/cm²]

MURO A	area	σ_x max	σ_x min	σ media
Incastri perfetti	a25	4,17	2,59	3
	a26	4,47	3,14	4
	a27	4,13	2,5	3
incastri-molle 1	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a25	3,94	3,47	4
	a26	3,9	3,62	4
	a27	3,96	3,48	4
incastri-molle2	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a25	4,06	3,17	4
	a26	4,19	3,48	4
	a27	4,23	3,93	4
carrelli-incastri	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a25	4,69	2,08	3
	a26	5,14	2,52	4
	a27	4,77	1,97	3
carrelli- molle 1	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a25	4,06	3,56	4
	a26	4,16	3,83	4
	a27	4,05	3,66	4
carrelli- molle 2	area	σ_x max	σ_x min	σ media
	a25	4,05	3,45	4
	a26	4,25	3,94	4
	a27	4,14	3,84	4

MURO A	area	σ media
modelli semplici	a25	3
	a26	5
	a27	3

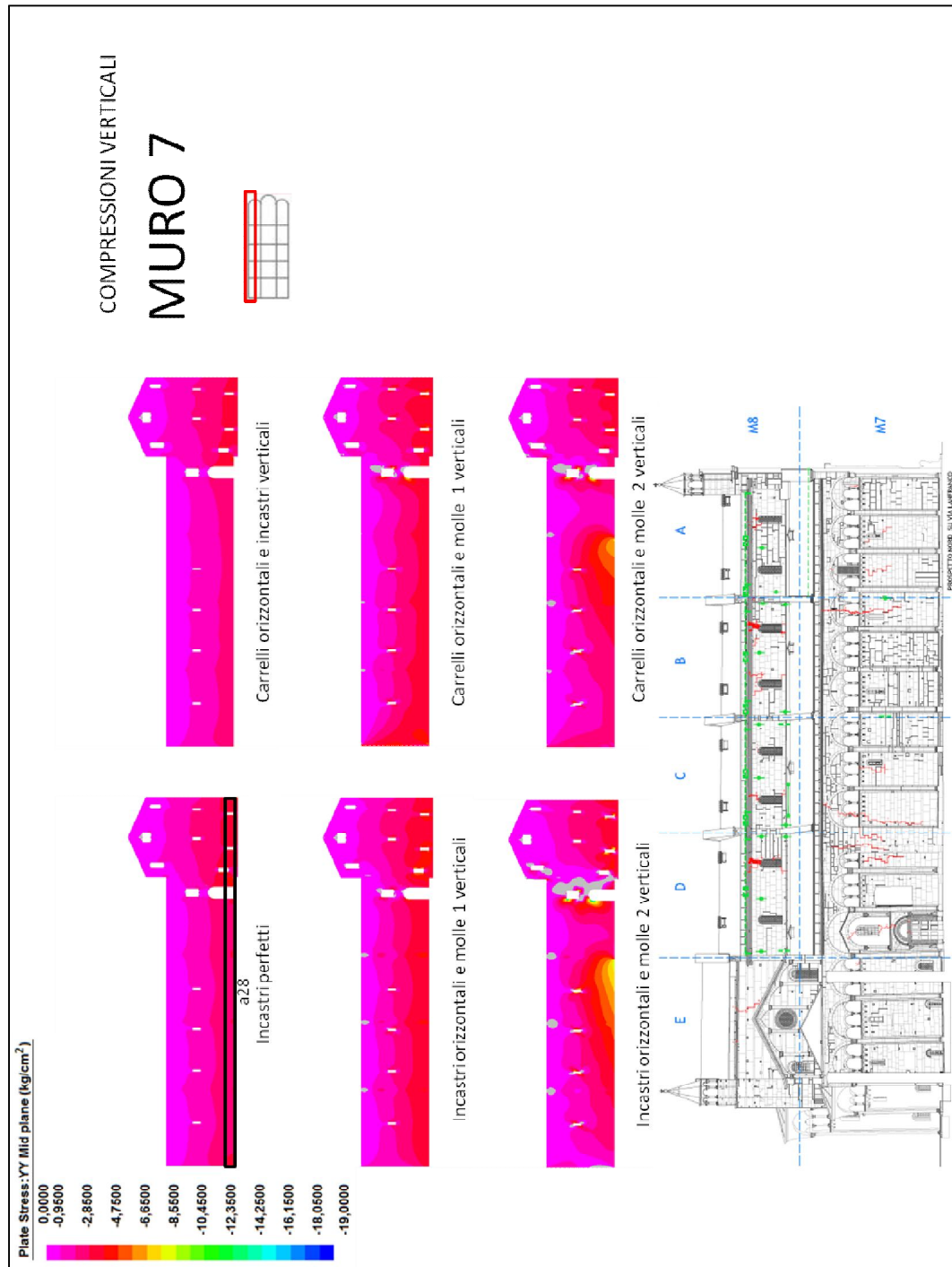


Fig. 3.4.13. Tensioni di compressione verticale per il muro7

Tabelle riassuntive: [Kg/cm²]

MURO 7	area	σ_z max	σ_z min	σ media
Incastri perfetti	a28	4,69	1,23	3
	area	σ_z max	σ_z min	σ media
incastri-molle 1	a28	3,83	3,36	4
	area	σ_z max	σ_z min	σ media
incastri-molle2	a28	7,18	1,9	5
	area	σ_z max	σ_z min	σ media
carrelli-incastri	a28	4,58	1,53	3
	area	σ_z max	σ_z min	σ media
carrelli- molle 1	a28	4,2	3,2	4
	area	σ_z max	σ_z min	σ media
carrelli- molle 2	a28	6,52	1,5	4

MURO 7	area	σ media
modelli semplici	a28	3

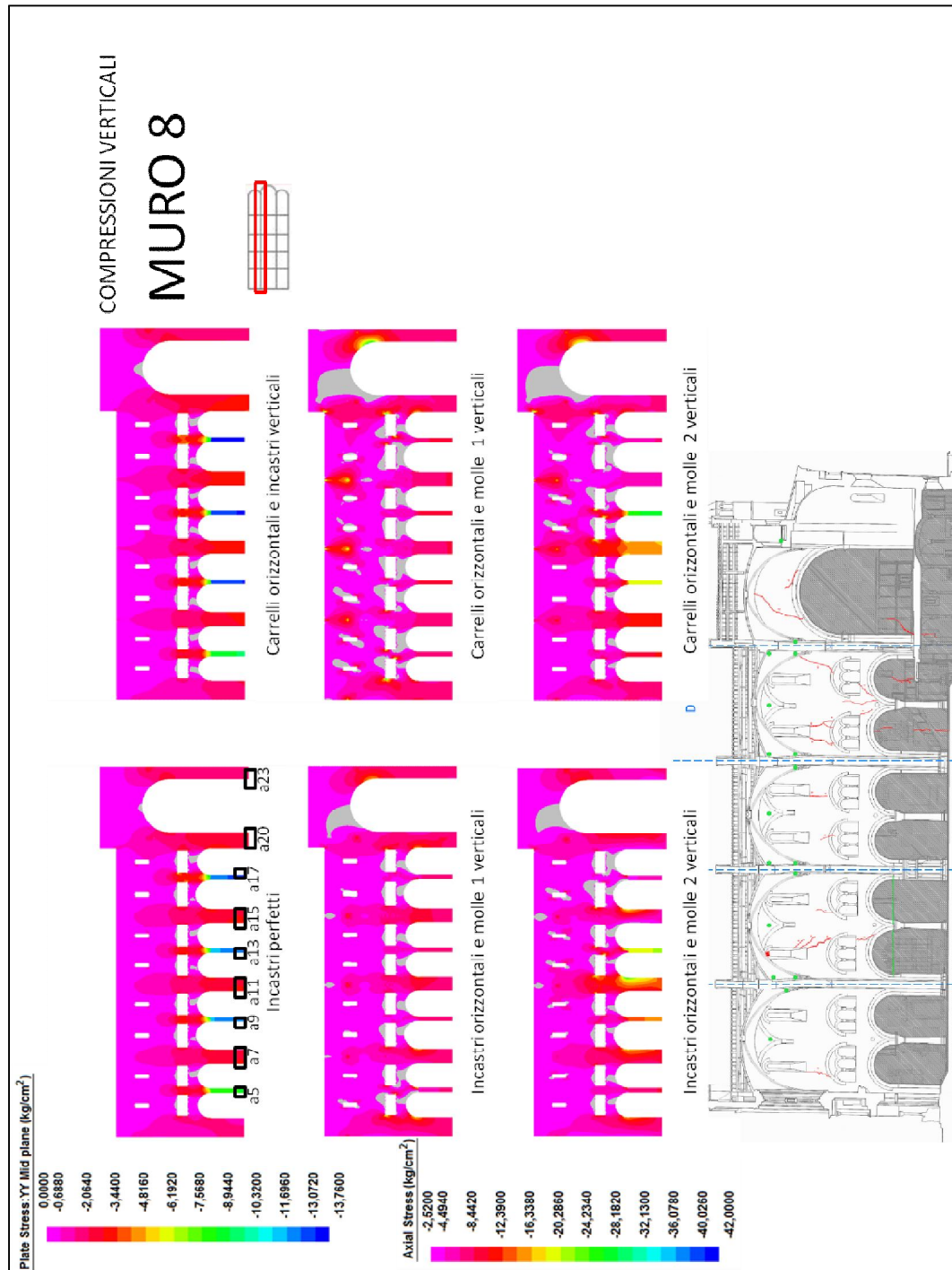


Fig. 3.4.14. Tensioni di compressione verticale per il muro8

Tabelle riassuntive: [Kg/cm²]

MURO 8	area	σ_z max	σ_z min	σ media
Incastri perfetti	a7	8,1	5,22	7
	a11	8,05	5,99	7
	a15	8,13	6,1	7
	a20	7,07	6,24	7
	a23	4,72	4,15	4
	a5	-	-	26
	a9	-	-	37
	a13	-	-	37
	a17	-	-	39
incastri-molle 1	area	σ_z max	σ_z min	σ media
	a7	4,21	3,86	4
	a11	4,24	4	4
	a15	4,26	4	4
	a20	4,26	3,93	4
	a23	3,89	3,65	4
	a5	-	-	7
	a9	-	-	8
	a13	-	-	8
incastri-molle2	area	σ_z max	σ_z min	σ media
	a7	6,43	5,32	6
	a11	9,16	8	9
	a15	2,11	2,92	3
	a20	3,68	2,67	3
	a23	4	3	4
	a5	-	-	9
	a9	-	-	15
	a13	-	-	21
	a17	-	-	5

MURO 8	area	σ_z max	σ_z min	σ media
carrelli-incastri	a7	7,23	6,81	7
	a11	7,8	7,52	8
	a15	7,99	7,73	8
	a20	8,46	6,93	8
	a23	4,87	4,35	5
	a5	-	-	28
	a9	-	-	40
	a13	-	-	40
	a17	-	-	42
carrelli- molle 1	area	σ_z max	σ_z min	σ media
	a7	4,85	4,77	5
	a11	5,21	5,18	5
	a15	5,22	5,21	5
	a20	4,86	4,81	5
	a23	4,02	3,99	4
	a5	-	-	8
	a9	-	-	10
	a13	-	-	10
carrelli- molle 2	area	σ_z max	σ_z min	σ media
	a7	8,11	7,46	8
	a11	12	11,37	12
	a15	3,35	3,22	3
	a20	3,98	3,83	4
	a23	3,95	3,89	4
	a5	-	-	11
	a9	-	-	20
	a13	-	-	27
	a17	-	-	7

MURO 8	area	σ media
modelli semplici	a7	11
	a11	14
	a15	12
	a20	7
	a23	10
	a5	24
	a9	34
	a13	34
	a17	36

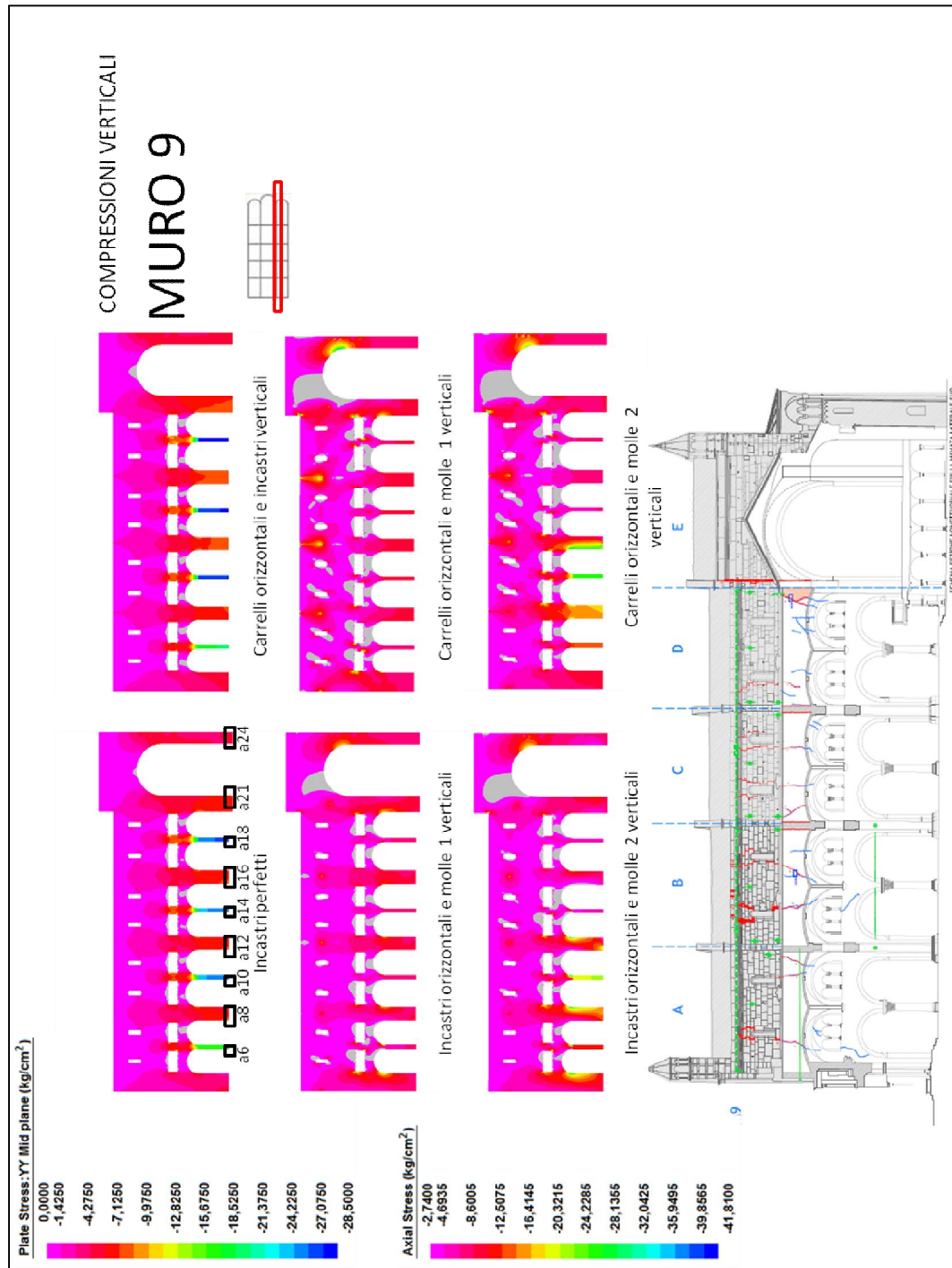


Fig. 3.4.15. Tensioni di compressione verticale per il muro9

Tabelle riassuntive: [Kg/cm²]

MURO 9	area	σ_z max	σ_z min	σ media
Incastri perfetti	a8	8,23	5,37	7
	a12	8,12	6,1	7
	a16	8,23	6,2	7
	a21	7,09	6,23	7
	a24	4,88	4,25	5
	a6	-	-	26
	a10	-	-	37
	a14	-	-	37
	a18	-	-	38
incastri-molle1	area	σ_z max	σ_z min	σ media
	a8	4,3	3,86	4
	a12	4,38	3,99	4
	a16	4,33	4,09	4
	a21	4,28	3,97	4
	a24	3,91	3,7	4
	a6	-	-	7
	a10	-	-	8
	a14	-	-	8
incastri-molle2	area	σ_z max	σ_z min	σ media
	a8	8,85	7,75	8
	a12	11,05	2,92	7
	a16	3,53	2,66	3
	a21	4,17	3,12	4
	a24	4,12	3,31	4
	a6	-	-	12
	a10	-	-	21
	a14	-	-	6
	a18	-	-	6

MURO 9	area	σ_z max	σ_z min	σ media
Carrelli-incastri	a8	7,27	6,91	7
	a12	7,69	7,6	8
	a16	7,83	7,75	8
	a21	8,15	6,86	8
	a24	4,97	4,72	5
	a6	-	-	29
	a10	-	-	40
	a14	-	-	40
	a18	-	-	42
carrelli-molle 1	area	σ_z max	σ_z min	σ media
	a8	4,9	4,82	5
	a12	5,26	5,23	5
	a16	5,27	5,26	5
	a21	4,87	4,88	5
	a24	4,08	4	4
	a6	-	-	8
	a10	-	-	10
	a14	-	-	10
carrelli-molle2	area	σ_z max	σ_z min	σ media
	a8	10,64	9,63	10
	a12	14,9	3,13	9
	a16	4	3,9	4
	a21	4,38	4,3	4
	a24	4,15	4,06	4
	a6	-	-	14
	a10	-	-	25
	a14	-	-	7
	a18	-	-	8

MURO 9	area	σ media
modelli semplici	a8	11
	a12	14
	a16	12
	a21	7
	a24	11
	a6	24
	a10	34
	a14	34
	a18	36

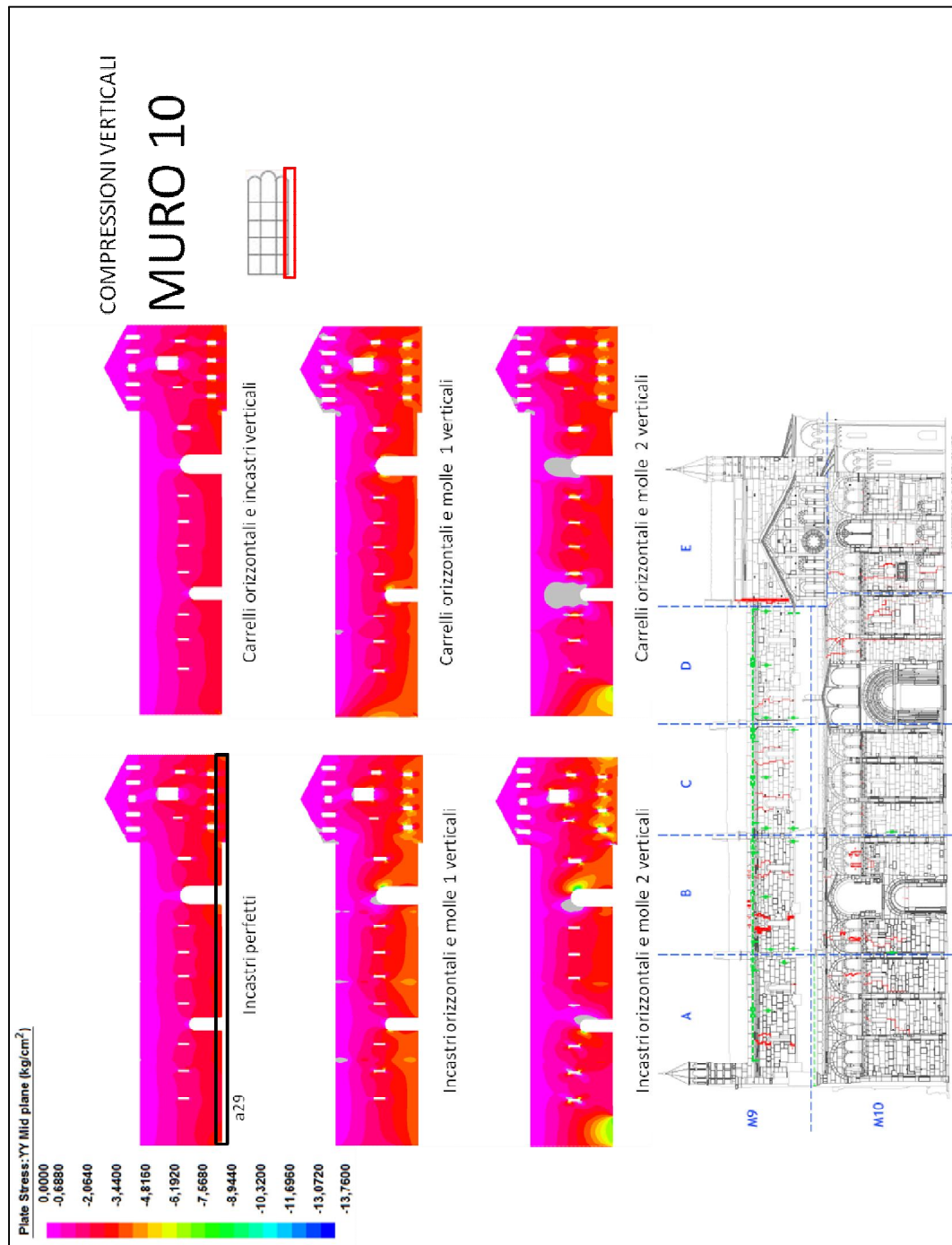


Fig. 3.4.16. Tensioni di compressione verticale per il muro10

Tabelle riassuntive: [Kg/cm²]

MURO 10	area	σ_z max	σ_z min	σ media
Incastri perfetti	a29	4,41	1	3
	area	σ_z max	σ_z min	σ media
incastri-molle 1	a29	4,1	3,59	4
	area	σ_z max	σ_z min	σ media
incastri-molle 2	a29	6,95	1,62	4
	area	σ_z max	σ_z min	σ media
carrelli-incastri	a29	4,2	0,86	3
	area	σ_z max	σ_z min	σ media
carrelli- molle 1	a29	3,91	3,32	4
	area	σ_z max	σ_z min	σ media
carrelli- molle 2	a29	6,34	1,4	4

MURO 10	area	σ media
modelli semplici	a29	4

3.4.1 Sintesi dei risultati

L'analisi effettuata sui modelli semplici e su modelli più sofisticati agli elementi finiti consente di valutare gli ordini di grandezza delle pressioni alla base delle diverse pareti del Duomo. Lo studio delle tensioni alla base permette di valutare l'influenza del 'peso' delle diverse sezioni del Duomo su eventuali movimenti differenziali delle struttura.

Le tensioni alla base degli elementi portanti sono riportati nella seguente figura, i valori riportati sono quelli delle pressioni medie ottenute con i modelli semplici e con i modelli fem, in quest'ultimo caso il valor medio considerato è il massimo tra tutti i modelli vincolati nelle modalità descritte in precedenza.

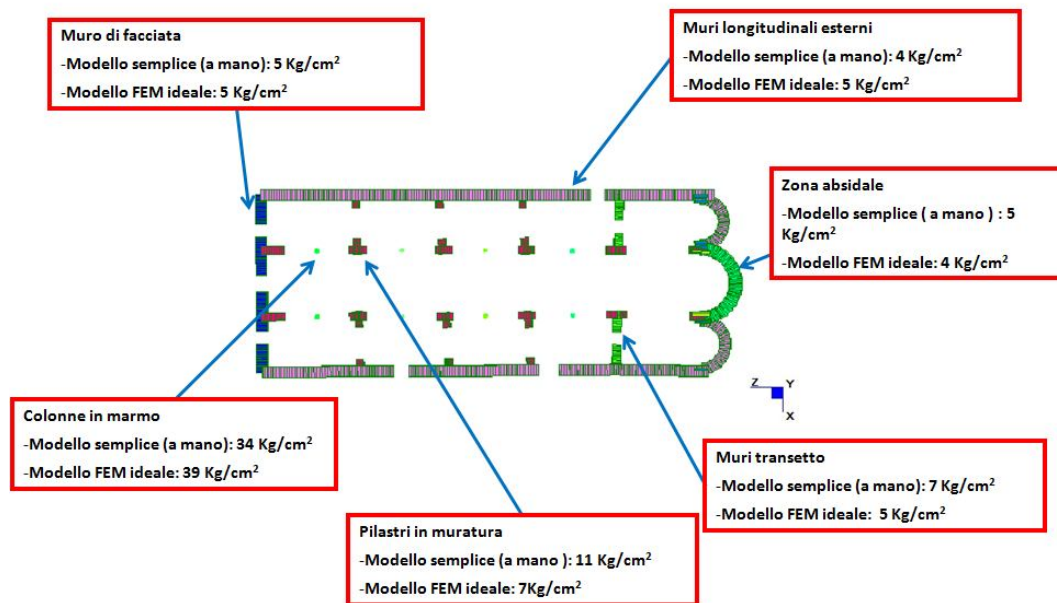


Fig. 3.4.1.1 Sintesi dei risultati e confronto.

Le pressioni alla base dei muri longitudinali esterni, del muro di facciata, del transetto e dei muri absidali ottenuti con i modelli fem si avvicinano molto ai valori ottenuti per modelli semplici. Si nota invece una maggiore differenza in corrispondenza dei pilastrini in muratura dei muri longitudinali interni e delle colonne in marmo, tale anomalia può dipendere dalle caratteristiche meccaniche

assunte per gli elementi considerati. Ad un valore maggiore di tensione, per i modelli fem rispetto a quelli semplici, nelle colonne in marmo, corrisponde un valore minore nei pilastri in muratura.

Analizzando i valori ottenuti si nota ad un livello globale che i valori ottenuti non risentono del vincolamento orizzontale, la presenza di incastri o carrelli come vincolo orizzontale non influenza significativamente i valori di pressione alla base.

Al contrario è evidente la notevole influenza sui risultati ottenuti dei diversi vincoli verticali, i modelli con incastri verticali presentano valori di pressione alla base inferiori rispetto ai casi due casi con molle verticali. Tra questi il caso con molle differenziate che tengono conto delle preesistenze presenta in generale valore più elevati, che raggiungono picchi di tensione in corrispondenza della zona di passaggio dal valore più alto del modulo di reazione a quello più basso. Questo effetto tende a scomparire nella zona absidale e del transetto, ovvero allontanandosi dalle preesistenze.

3.4.2 Muri trasversali

La porzione superiore delle pareti risultano in prossimità della copertura scarsamente compresse. Le zone in prossimità del colmo degli archi per tutte le murature trasversali e la parte sovrastante e sottostante il rosone per il muro 1 sono scariche, ovvero in trazione: ciò è lecito in quanto gli archi hanno comportamento di tipo membranale e scaricano i carichi applicati in prossimità delle imposte, che risultano particolarmente sollecitate; questo comportamento è accentuato nei modelli con carrelli orizzontali che tendono ad aprirsi alla base provocando trazioni in chiave agli archi.

L'effetto delle preesistenze è ben visibile per i muri 2,3,4 lungo le quali sono presenti i due differenti moduli di reazione; per il muro di facciata(muro1) l'effetto è meno accentuato poiché l'intera muratura presenta lo stesso modulo di reazione. I muri 5,6,A essendo più lontani dalla zona della vecchia basilica risentono meno degli effetti delle preesistenze.

3.4.3 Muri longitudinali

Le porzioni di muro in prossimità della copertura risultano scarsamente caricate. I valori di tensione di compressione massima si rilevano alla base dei muri, generalmente in corrispondenza del transetto: in questa zona, ai carichi derivanti dalle volte e dai solai di copertura si somma il carico del solaio del coro. Conseguenza della distribuzione dei carichi è una roto-traslazione in corrispondenza dell'area del transetto. Fanno eccezione i casi con molle differenziate dove la presenza dei diversi moduli di reazione porta in corrispondenza delle zone di passaggio una concentrazione di tensioni. Questo avviene in prossimità dell'intersezione tra la terza e la quarta navata per il muro 7, nella terza navata per il muro 8, in corrispondenza dell'intersezione tra la seconda e la terza navata per il muro 9 e lungo la parete in corrispondenza della prima navata per il muro 10.

I valori ottenuti con i modelli fem sono inferiori a quelli ottenuti con modelli semplici, relativamente ai pilastri in muratura, mentre risultano superiori a quest'ultimi relativamente alle colonne in marmo. Ciò dipende dalle caratteristiche meccaniche assegnate agli elementi del modello fem: le colonne in marmo risultano più rigide dei pilastri in muratura, rispetto ai modelli semplici, di conseguenza, scaricano una maggiore quota parte di carico al terreno.

3.4.4 Peso degli elementi

Dai risultati in termini di tensioni medie, si ricavano i pesi degli elementi portanti, moltiplicando le tensioni per l'area d'impronta di ogni muro.

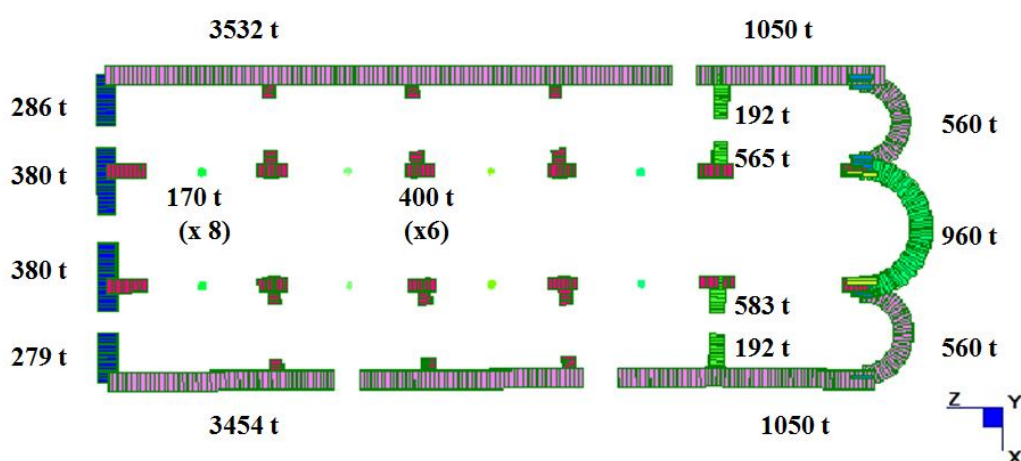


Fig. 3.4.4.1 Peso di ogni elemento portante.

A questo punto si calcola il carico medio unitario, ossia, il peso del Duomo diviso l'area d'impronta, distinguendo due zone: quella relativa alle absidi fino al transetto e quella relativa alle navate. Considerando un'area d'impronta pari a 1106 m², per la zona delle navate, ed un'area d'impronta pari a 377 m², per la zona delle absidi, il carico medio unitario del Duomo è pari a 10,9 t/m² per la zona delle navate e 15,1 t/m² per la zona absidale.

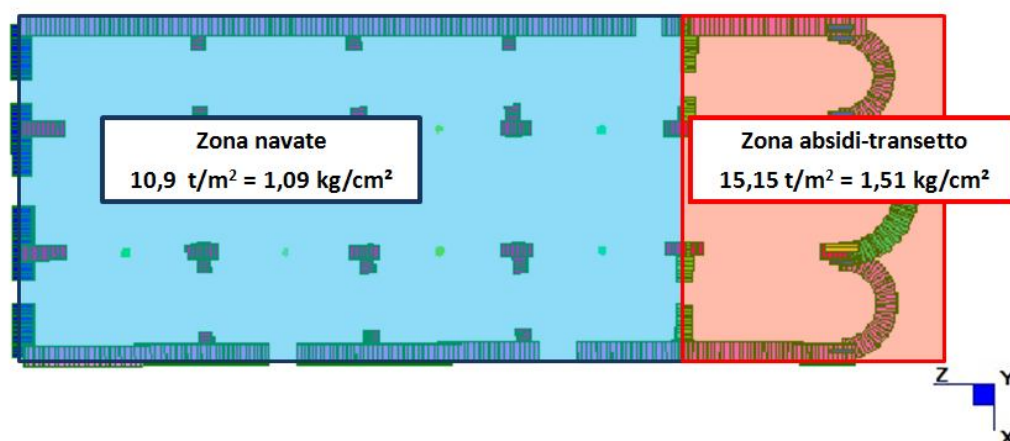


Fig. 3.4.4.2 Carico medio unitario.

Dall'analisi è evidente che la differenza dello stato tensionale dovuto ai carichi di peso proprio e permanenti può generare cedimenti differenziali, i quali accentuano gli effetti della subsidenza dovuta alla vicinanza con la Ghirlandina.

3.5 Isostatiche di trazione e confronto con il quadro fessurativo

La muratura, come noto, è un materiale che resiste bene a compressione ma ha una resistenza a trazione molto ridotta. Proprio per questo motivo risulta importante analizzare i risultati sui modelli fem in termini di tensioni orizzontali di trazione.

Gli andamenti delle isostatiche di trazione consentono di capire le modalità con cui la struttura sostiene il carico ed ortogonalmente ad esse è lecito pensare che si formeranno le fessure, risulta quindi importante individuare le zone in cui sono presenti i massimi valori di tensione in modo da poter individuare quali fessure possono essere causate dalle azioni dei carichi sulle pareti e quali invece hanno una diversa natura.

L'analisi è effettuata non tenendo conto delle catene presenti in alcuni archi delle navate laterale e nei muri longitudinali, che delimitano la navata centrale, poiché da studi precedenti a questo è stato ritenuto che le catene siano mal posizionate.

Per i muri longitudinali vengono prese in considerazione le isostatiche in direzione Z, cioè quelle nel piano della parete; allo stesso modo per i muri trasversali e per l'abside si considerano le tensioni di trazione in direzione X. I valori di picco per le diverse condizioni di vincolo vengono messe a confronto per visualizzare la condizione più sfavorevole.

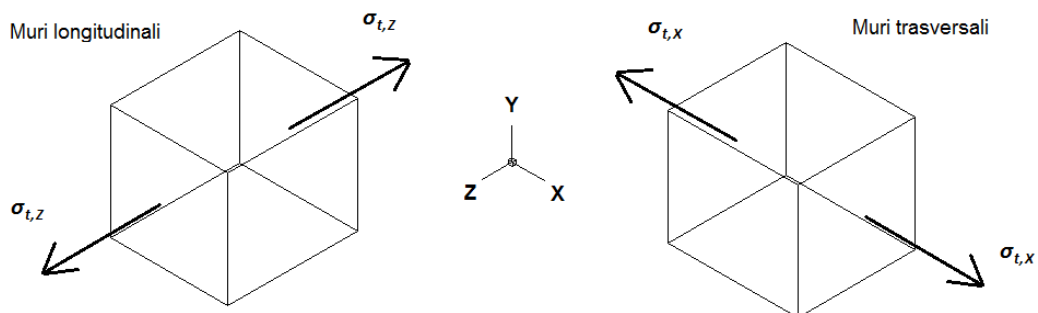


Fig. 3.5.1 Schema di calcolo delle tensioni orizzontali

I risultati presentati nelle tavole seguenti sono tutti espressi in Kg/cm², la scala utilizzata riporta per ogni parete il valore massimo di trazione orizzontale ottenuta tra tutti i modelli con diverso vincolamento, le zone dove non è presente la mappa di colore che risultano grigie sono zone in cui non è presente trazione, ovvero zone in cui sono presenti tensioni di compressione orizzontale.

Per facilitare il confronto tra le zone maggiormente sollecitate dalle trazioni e il quadro fessurativo sono riportate affianco alla mappa di colore anche le figure con le pareti in cui sono messe in evidenza le rispettive fessure.

Per chiarire il confronto con i prospetti e le sezioni del quadro fessurativo, in cui sono riportate le indicazioni nord, centro e sud, si deve specificare che il lato nord dei modelli agli elementi finiti dei muri trasversali è posta sempre sulla sinistra, mentre per i muri longitudinali sulla sinistra c'è sempre il lato ovest.

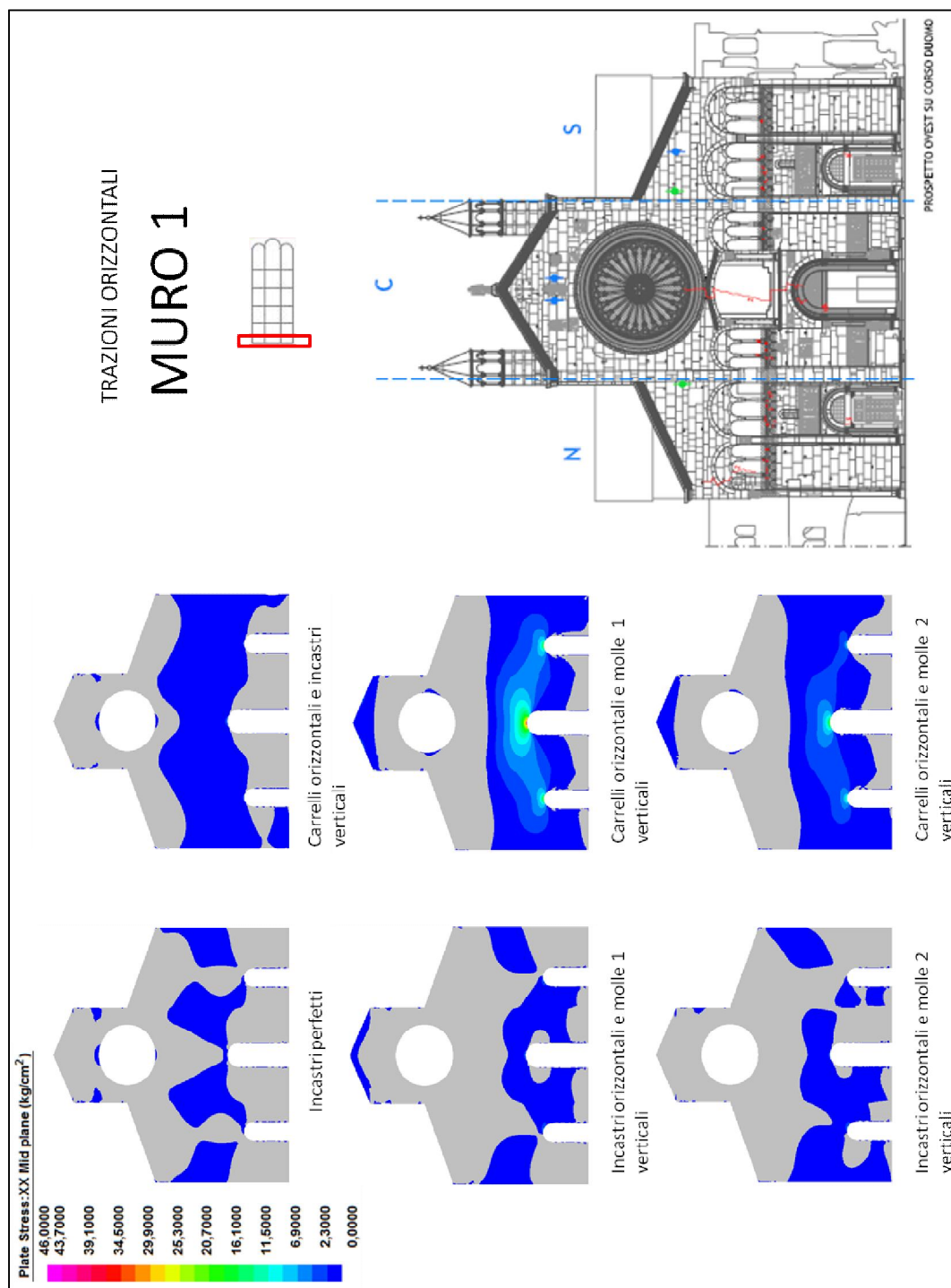


Fig. 3.5.2 Tensioni di trazione orizzontale per il muro 1

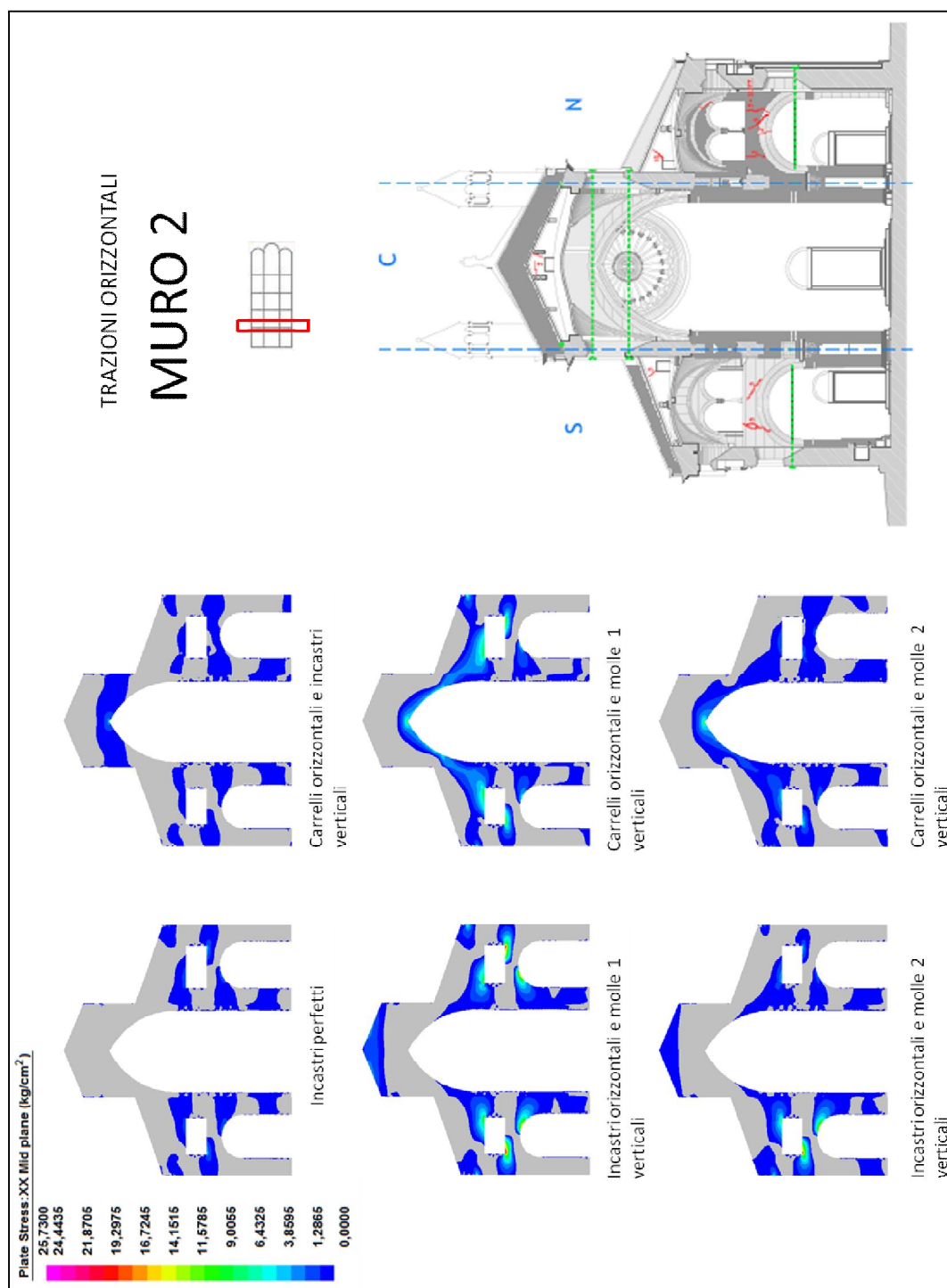


Fig. 3.5.3 Tensioni di trazione orizzontale per il muro2

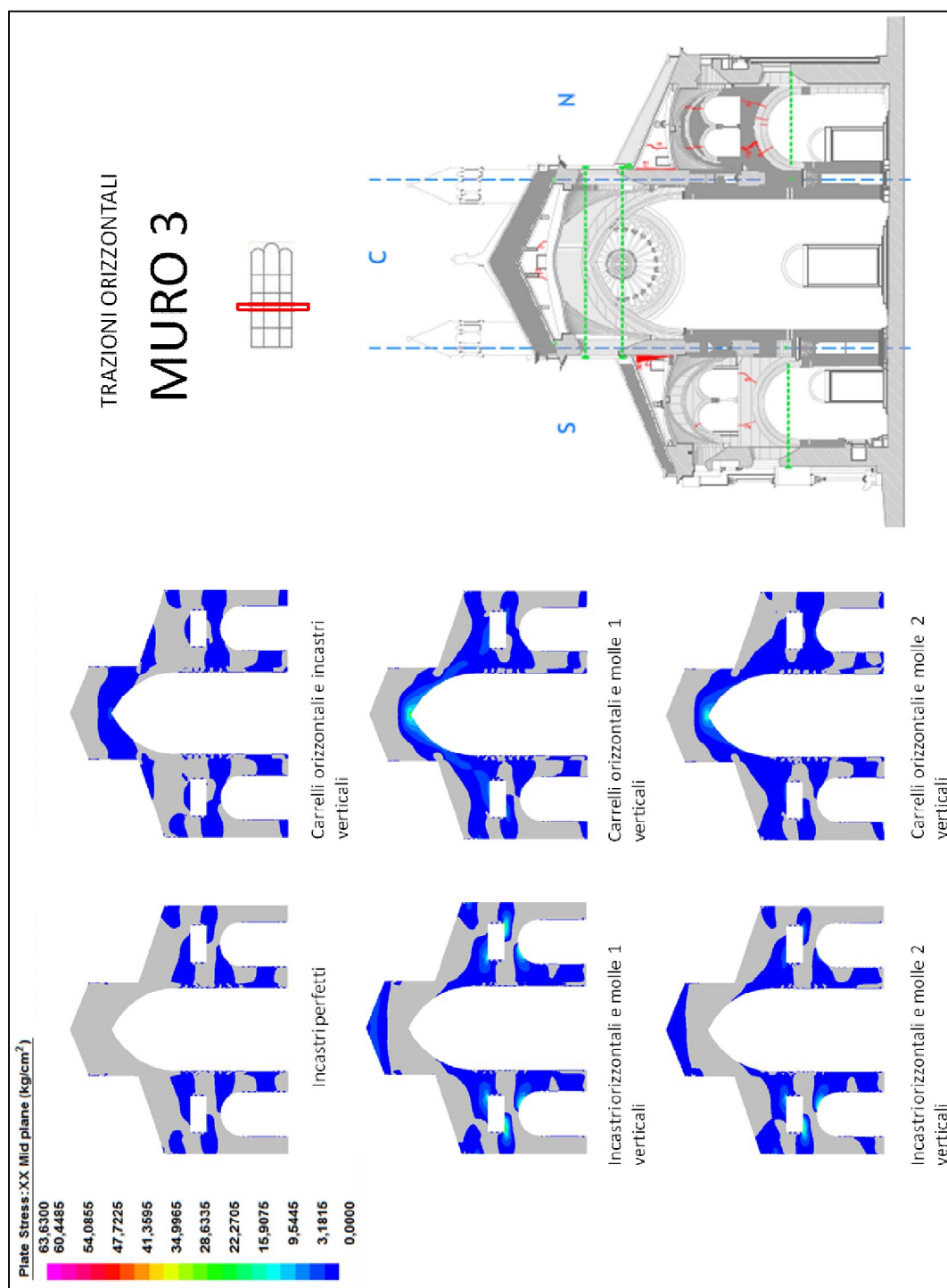


Fig. 3.5.4 Tensioni di trazione orizzontale per il muro3

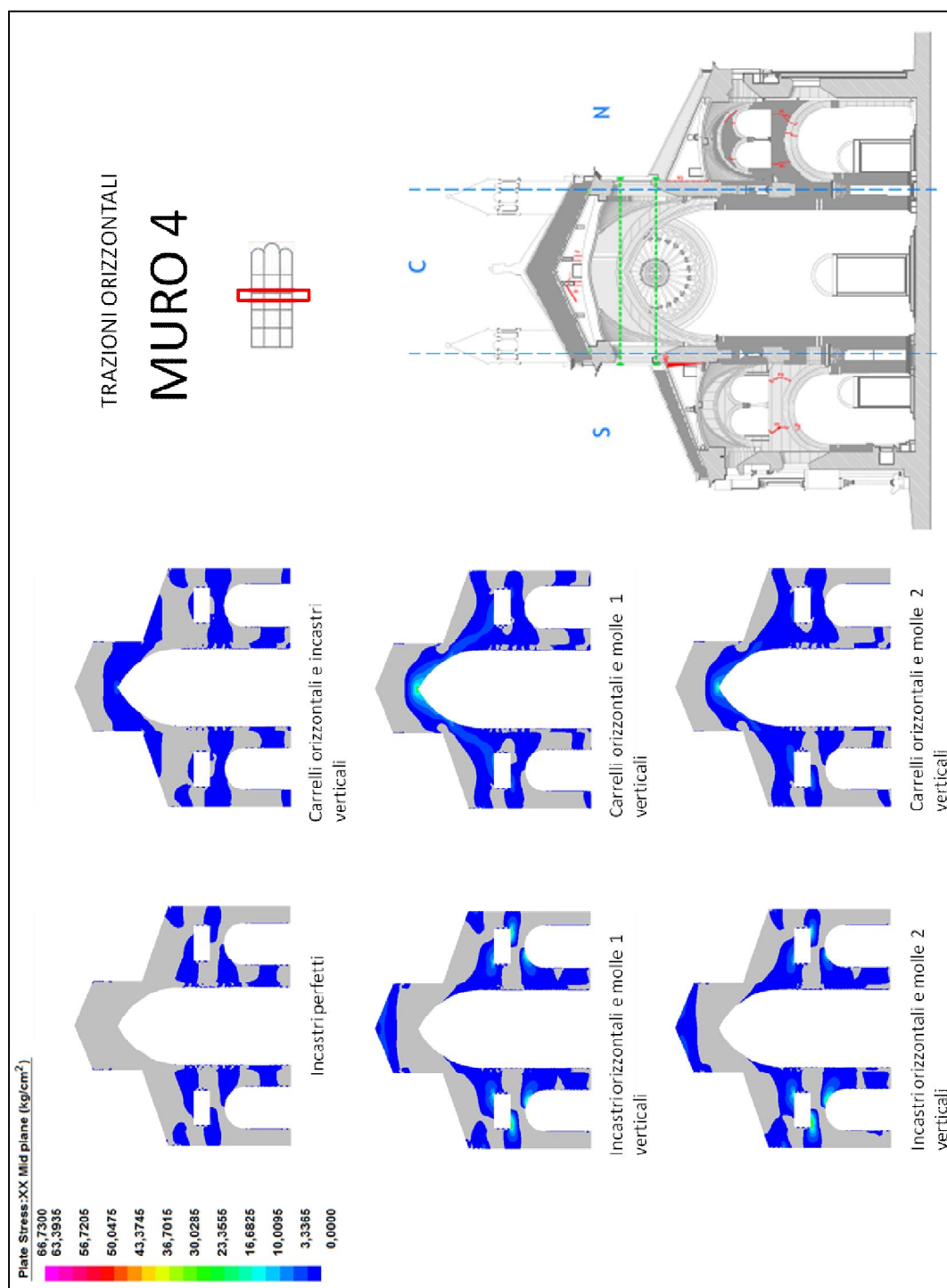


Fig. 3.5.5 Tensioni di trazione orizzontale per il muro4

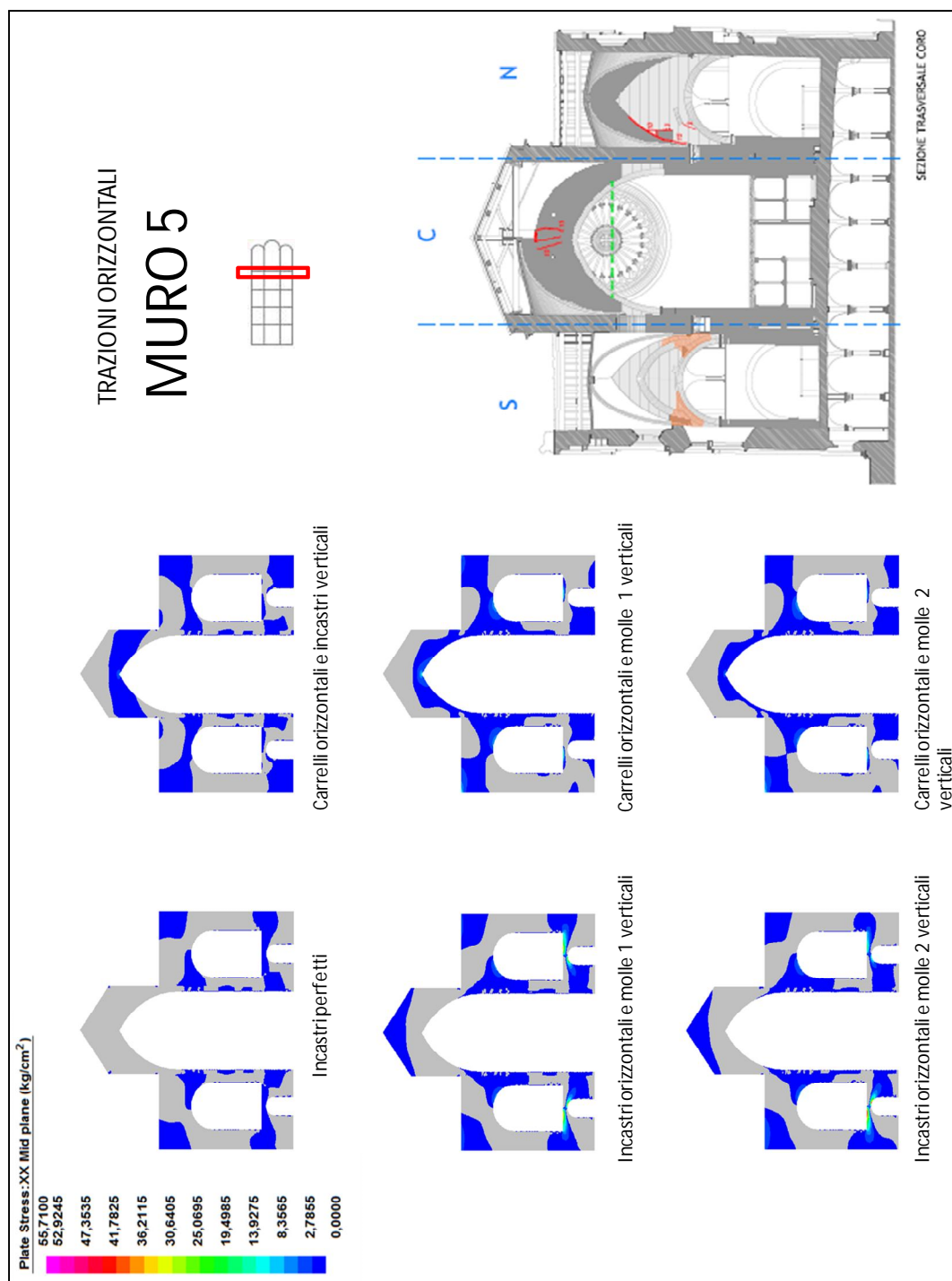


Fig. 3.5.6 Tensioni di trazione orizzontale per il muro5

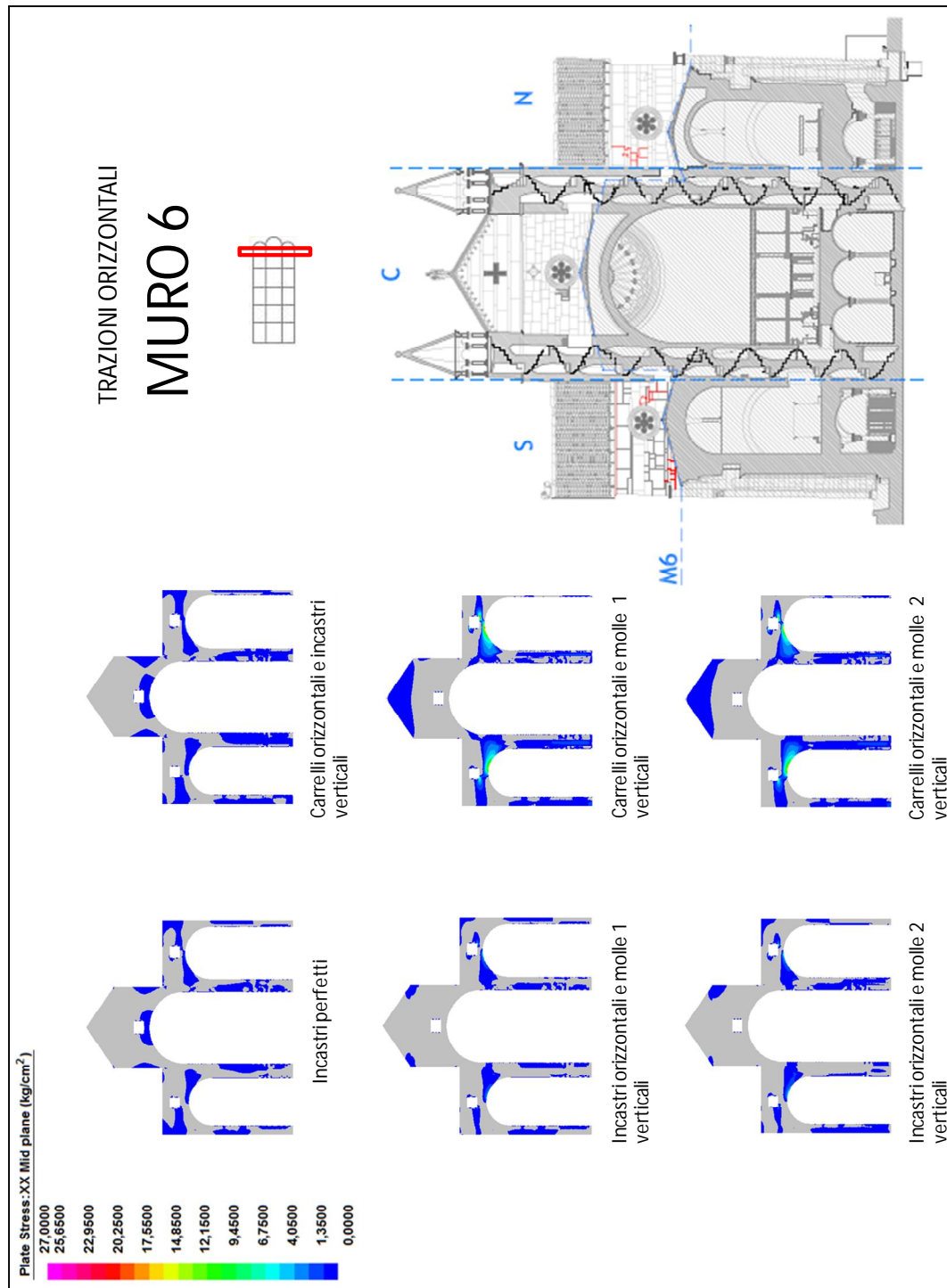


Fig. 3.5.7 Tensioni di trazione orizzontale per il muro6

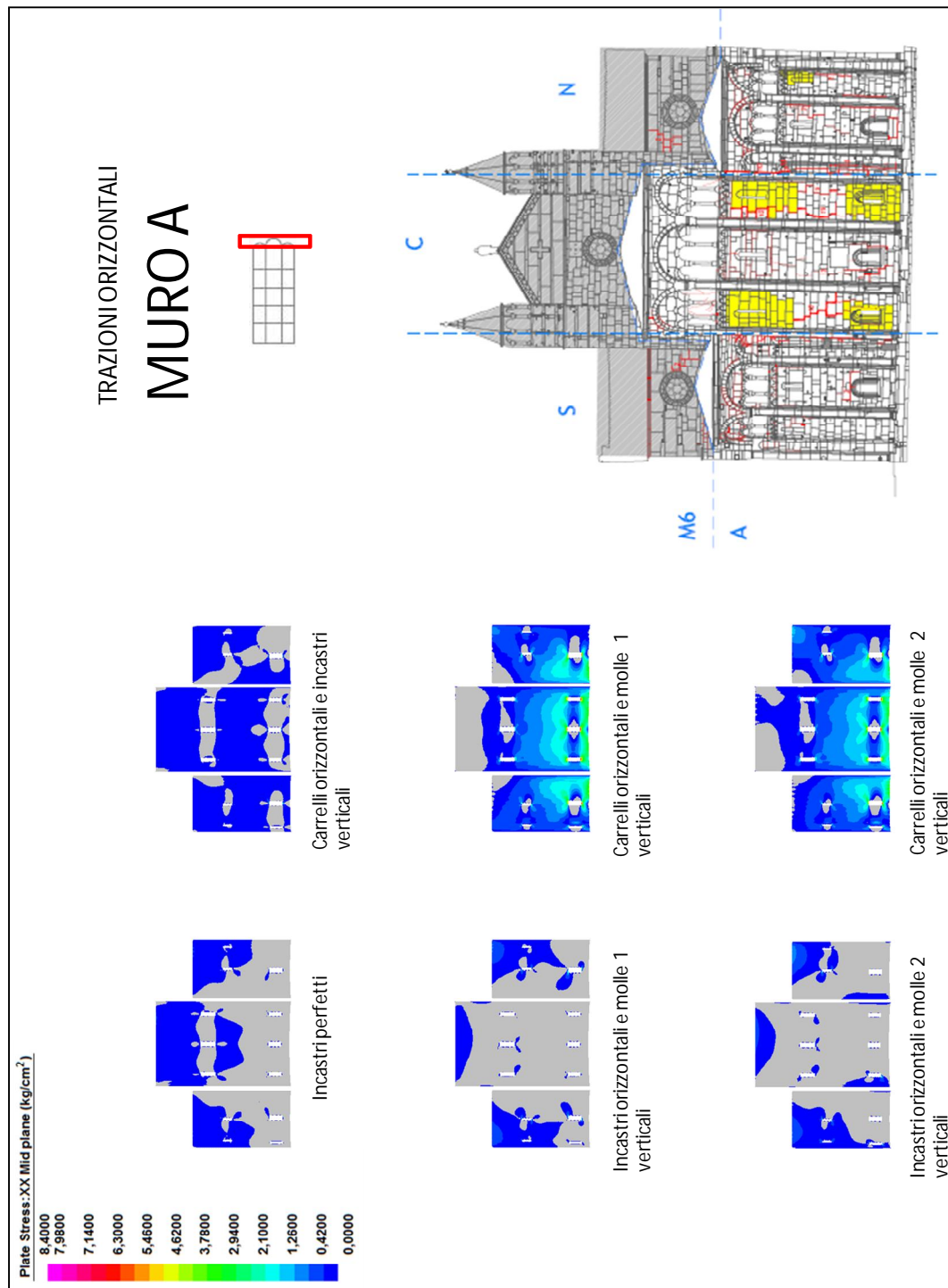


Fig. 3.5.8 Tensioni di trazione orizzontale per il muro A

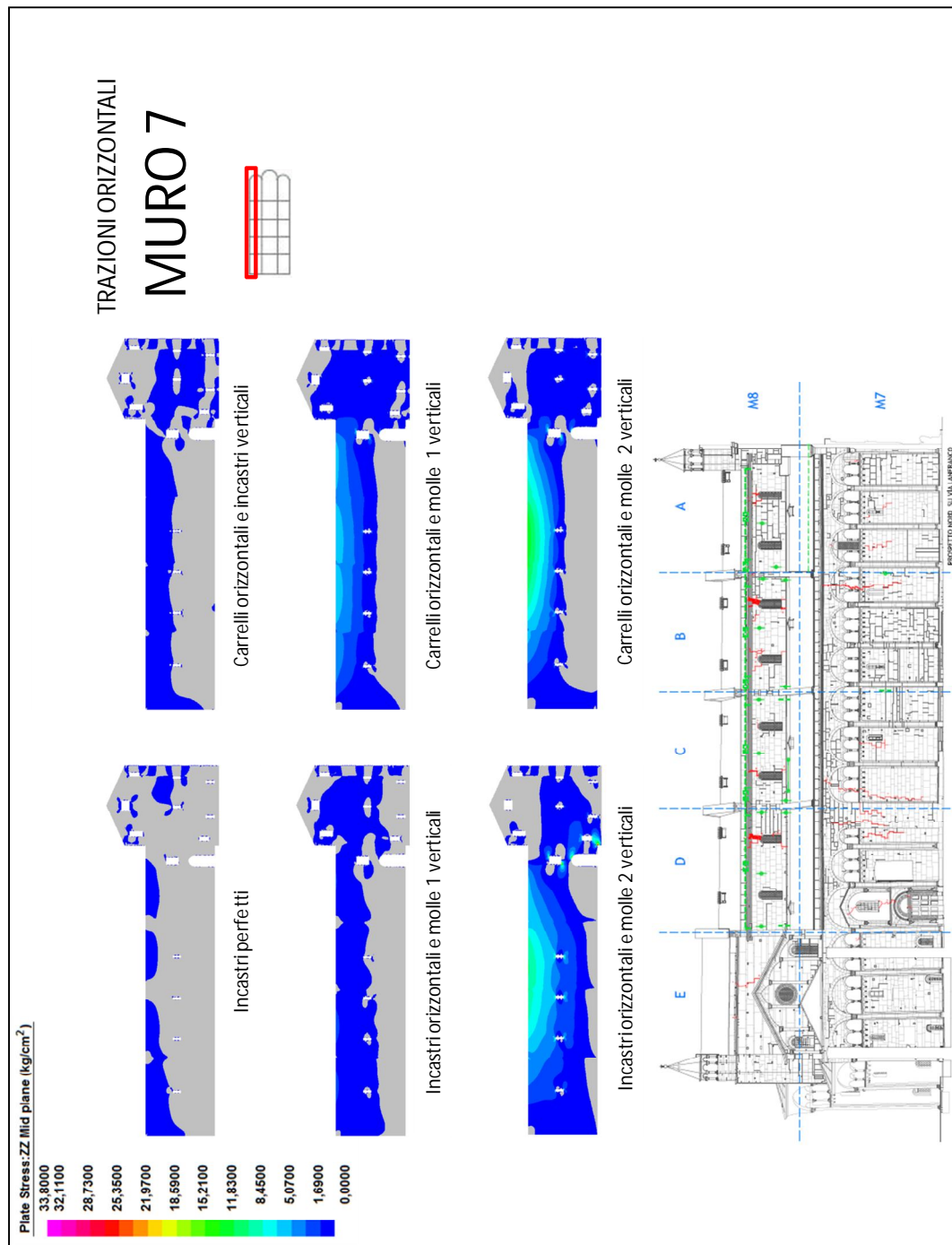


Fig. 3.5.9 Tensioni di trazione orizzontale per il muro7

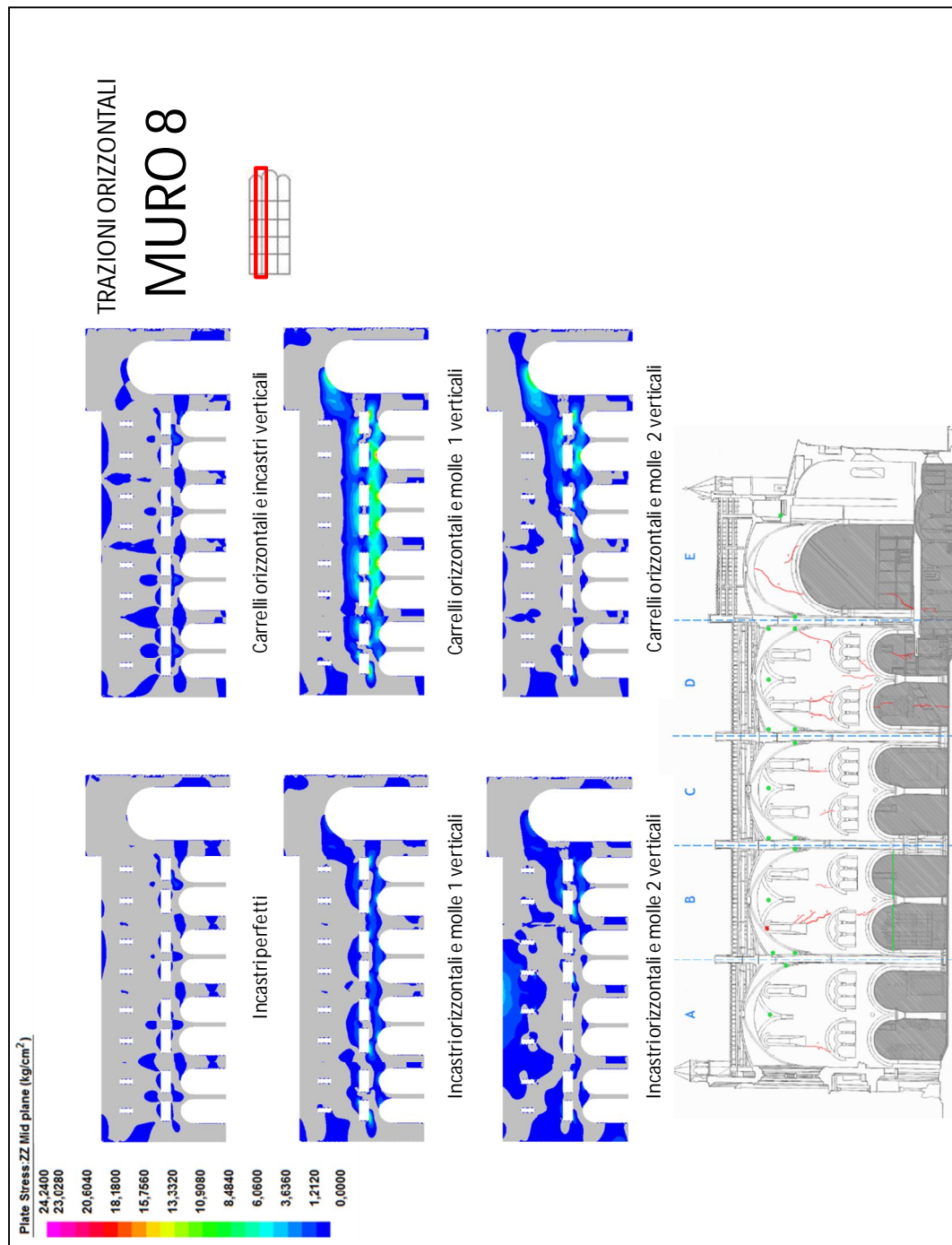


Fig. 3.5.10 Tensioni di trazione orizzontale per il muro8

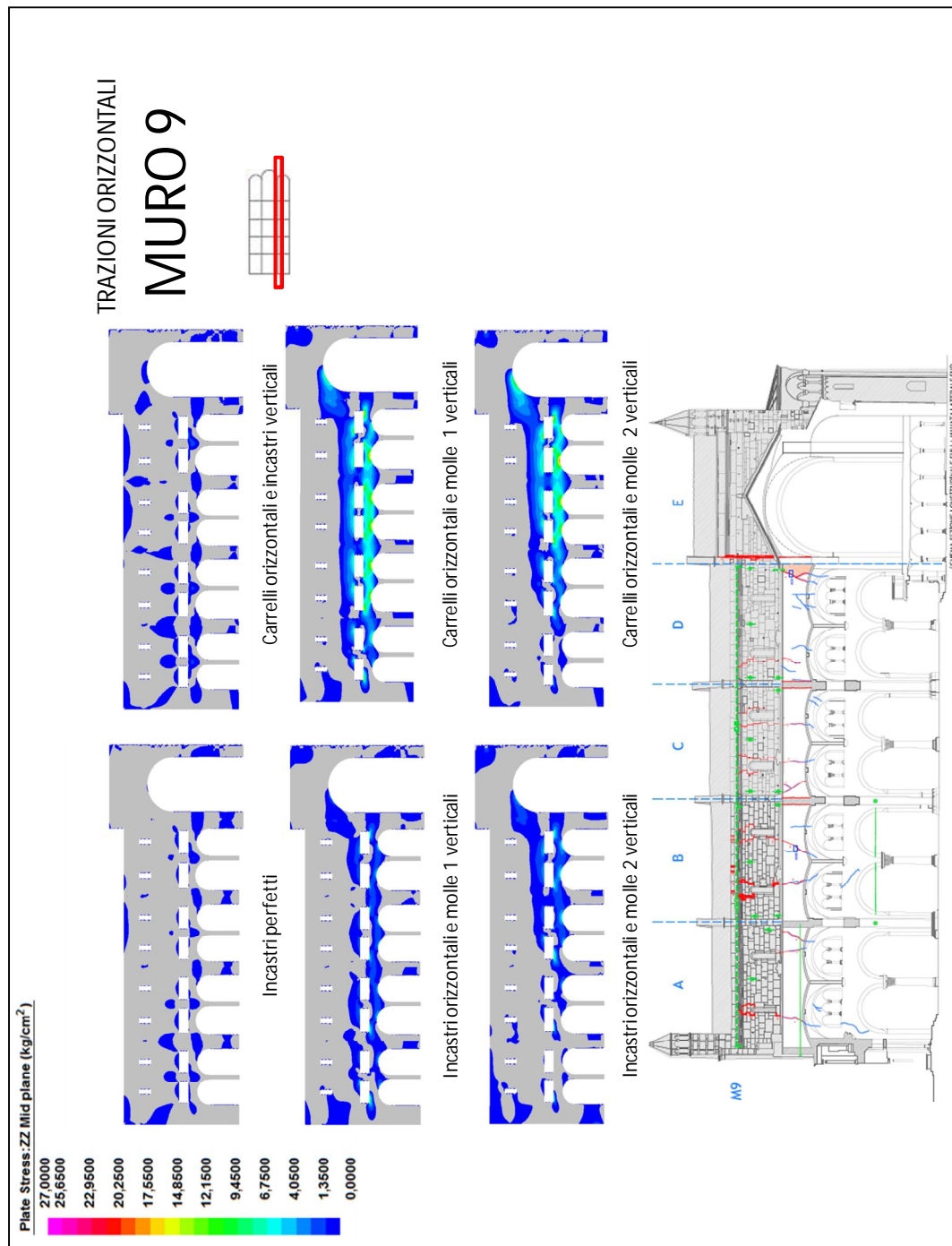


Fig. 3.5.11 Tensioni di trazione orizzontale per il muro9



Fig. 3.5.12 Tensioni di trazione orizzontale per il muro10

3.5.1 Sintesi dei risultati

Confrontando i valori in termini di isostatiche di trazione, ottenuti per i modelli diversamente vincolati alla base, si può notare che i valori di picco maggiori come ci si poteva aspettare si ottengono per quelli con carrelli orizzontali i quali tendendo ad aprirsi alla base portano maggiori trazioni che si concentrano, in funzione della parete interessata, in chiave agli archi o alle altre aperture presenti. Per quanto riguarda i vincoli verticali si nota che i valori nel caso di incastri verticali sono inferiori rispetto ai casi in cui sono presenti le molle, tra queste poi tendenzialmente si hanno valori più alti nel caso di molle uniformi che sono meno rigide, questo tuttavia non accade per tutte le pareti ed in particolare quelle maggiormente influenzate dai cedimenti differenziali dovute alle preesistenze.

In alcuni casi i valori massimi di trazione ottenuti dall'analisi che sono riportati nelle schede, sono picchi che non sono effettivamente raggiunti nelle murature, questo essenzialmente per due motivi, il primo è legato al comportamento delle murature che resistono scarsamente a trazione e si fessurerebbero prima del raggiungimento di certi valori, il secondo è intrinseco al metodo degli elementi finiti che in alcuni punti singolari, come gli spigoli, può restituire valori elevati che richiederebbero un miglioramento della mesh nella zona interessata e che non è stato effettuato perché non interessante ai fini dell'analisi svolta.

3.5.2 Muri trasversali

Il muro di facciata(muro 1) presenta le massime tensioni di trazione in chiave agli archi, i valori maggiori come esposto in precedenza si hanno per il caso con carrelli orizzontali e molle uniformi. L'analisi con il modello agli elementi finiti riesce a cogliere la presenza di picchi di tensioni nella stessa zona in cui, nel rilievo dello stato fessurativo, è presente una lesione sub-verticale a trazione che coinvolge l'intero paramento murario dal colmo dell'arco dalla porta principale della facciata sino al rosone, zona dove non sono però presenti trazioni nel

modello. Tale lesione, come già ipotizzato, è direttamente riconducibile al peso del rosone che sollecita eccessivamente la porzione di muro considerata.

I muri trasversali 2,3,4,5 presentano un comportamento simile tra loro, i picchi di tensione sono presenti al colmo degli archi della navata centrale nei modelli con i carrelli orizzontali, oltre ad essi per tutti i modelli sono presenti picchi in corrispondenza del colmo e delle reni delle navate laterali ed in corrispondenza degli spigoli delle aperture finestrate delle navate laterali, questi ultimi sono punti di singolarità del modello agli elementi finiti. Per queste pareti, con i modello fem, si riesce a cogliere complessivamente una analogia con lo stato fessurativo presente, infatti le zone dove sono presenti fessure corrispondono a quelle in cui sono presenti le maggiori trazioni nel modello, fanno eccezione le fessure in corrispondenza dell'innesto tra le murature longitudinali interne e le murature trasversali all'altezza del colmo delle navate laterali. Le lesioni, a taglio per rottura dei giunti di malta, sono conseguenza di sismi di vecchia data, ma la continua riapertura e l'aggravamento delle stesse è sicuramente riconducibile allo stato tensionale provocato dal peso proprio e dai carichi verticali di copertura. I valori di trazione più elevati si hanno come per il muro di facciata per il modello con carrelli orizzontali e molle uniformi verticali, in taluni casi però sono presenti valori maggiori nei modelli con molle verticali disomogenee, indipendentemente dal vincolo orizzontale, ciò si verifica per i valori delle navate laterali che risentono evidentemente più dell'influenza delle preesistenze.

Il muro 6 presenta trazioni orizzontali elevate a livello del colmo e delle reni delle due navate laterali, che tendono a svilupparsi verso l'interno delle navate stesse, non sono presenti invece tensioni nell'arco della navata centrale. L'assenza di catene negli archi delle navate laterali ha provocato l'apertura di lesioni nella porzione di muro sovrastante gli archi stessi. Le fessure esistenti non si trovano in corrispondenza della zona maggiormente sollecitata nei modelli agli elementi finiti, possono aver influito su questo comportamento oltre all'assenza di catene, la vicinanza delle due torrette absidali che non sono state modellate, ma solo considerate come carico e l'effetto dei cedimenti dovuti alla presenza della

Ghirlandina. I massimi valori si raggiungono sempre per modelli con carrelli orizzontali e molle verticali.

I muri absidali presentano valori di trazione molto più bassi rispetto agli altri muri finora analizzati, i valori più elevati sono raggiunti nei modelli con molle verticali e carrelli orizzontali e sono distribuiti nella zona inferiore delle absidi aumentando spostandosi verso le basi. Il quadro fessurativo esistente è colto in parte dal modello, le zone che sono evidenziate in giallo hanno subito un restauro con sostituzione degli elementi lapidei e riduzione delle aperture finestrate che interrompono l'andamento delle lesioni che prima risultavano continue lungo tutto l'abside.

3.5.3 Muri longitudinali

I muri longitudinali esterni (muri 7 e 10) presentano valori elevati di trazione nella zona centrale superiore delle pareti, proprio in corrispondenza di queste zone partono le fessure presenti sui due muri longitudinali esterni che fanno parte delle due fasce di lesioni più gravi di cui si è parlato nei precedenti capitoli. Le parti inferiori delle pareti risultano completamente scariche. I valori di picco si verificano in questo caso per i modelli vincolati con carrelli orizzontali e molle disomogenee, poiché risulta importante l'effetto sulle murature delle preesistenze. E' presente un'anomalia nei risultati per il modello del muro 10 vincolato con carrelli orizzontali e molle disomogenee il quale a differenza di tutti gli altri casi riporta valori massimi di tensione in chiave agli archi della porta dei Principi e della porta Regia su piazza Duomo mentre non presenta trazione nella zona superiore della muratura.

Per i muri longitudinali interni (muri 8 e 9) i picchi di tensione si verificano in corrispondenza della chiave degli archi. Dal confronto con il quadro fessurativo si nota come il modello presenti trazioni elevate coerenti con lo sviluppo della fessura di vecchia data con origine all'intradosso dell'arco della navata del coro, mentre non sviluppa tensioni in corrispondenza delle fessure che hanno origine

nella parte superiore delle pareti longitudinali facenti parte delle fasce di lesioni che attraversano l'intero Duomo. Come per le pareti precedenti i valori massimi di tensione sono raggiunti come è lecito aspettarsi nei modelli con carrelli orizzontali alla base.

3.6 Deformata

L'ultima analisi effettuata sui paramenti murari dei sei modelli presi in considerazione riguarda la deformata della struttura, ovvero come i singoli paramenti murari, contigui tra loro, si deformino sotto l'effetto dei pesi propri e permanenti. In questo modo si può capire quale siano i movimenti a cui è soggetto il singolo muro e globalmente l'intera struttura dovuta appunto ai soli carichi agenti sulla struttura e quali invece abbiano origine di altra natura. Capire come si deforma la struttura è utile anche per interpretare i risultati in termini di tensioni di trazione esposti nei paragrafi precedenti.

Risultano particolarmente significativi in quest'ultima analisi i modelli con molle disomogenee che tengono conto delle preesistenze delle fondazioni della vecchia chiesa, da cui ci si aspetta un comportamento che si avvicini alle ipotesi fatte sulla struttura reale.

I risultati sono graficati con la deformata assoluta al 10, ovvero amplificata di 10 volte rispetto al caso reale di 1 a 1, in questo modo si può effettuare un confronto visivo non solo con i modelli presenti nella stessa scheda, ma pure con gli altri paramenti murari presenti nelle schede.

La scala dei grafici riportata i valori dei cedimenti in direzione Y, che rappresentano gli abbassamenti verticali, il valore massimo considerato per ogni muratura è il valore più alto presente tra tutti i modelli.

Per chiarire il confronto con i prospetti e le sezioni del quadro fessurativo, in cui sono riportate le indicazioni nord, centro e sud, si deve specificare che il lato nord dei modelli agli elementi finiti dei muri trasversali è posta sempre sulla sinistra, mentre per i muri longitudinali sulla sinistra c'è sempre il lato ovest.

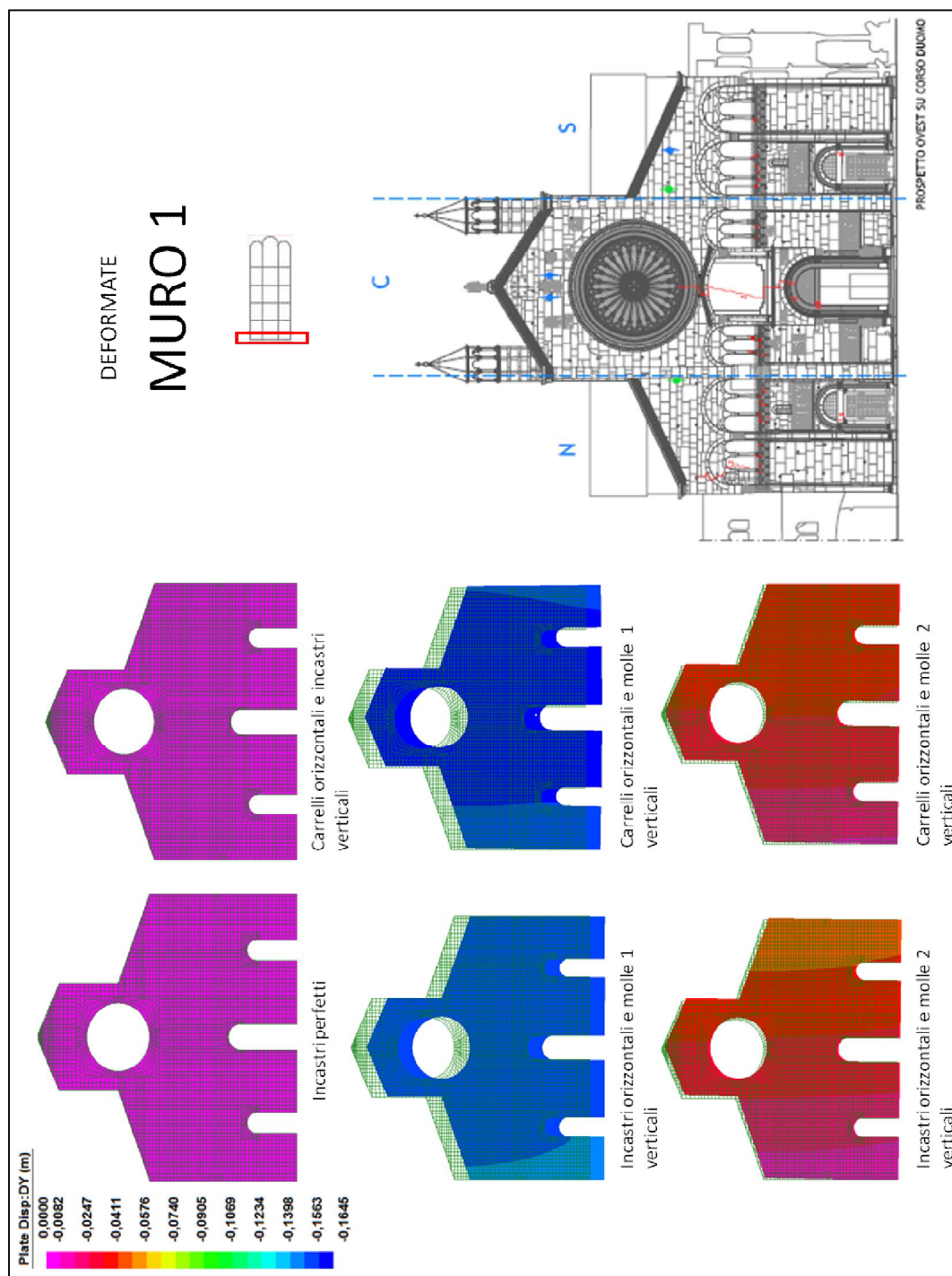


Fig. 3.6.1 Deformata per il muro 1

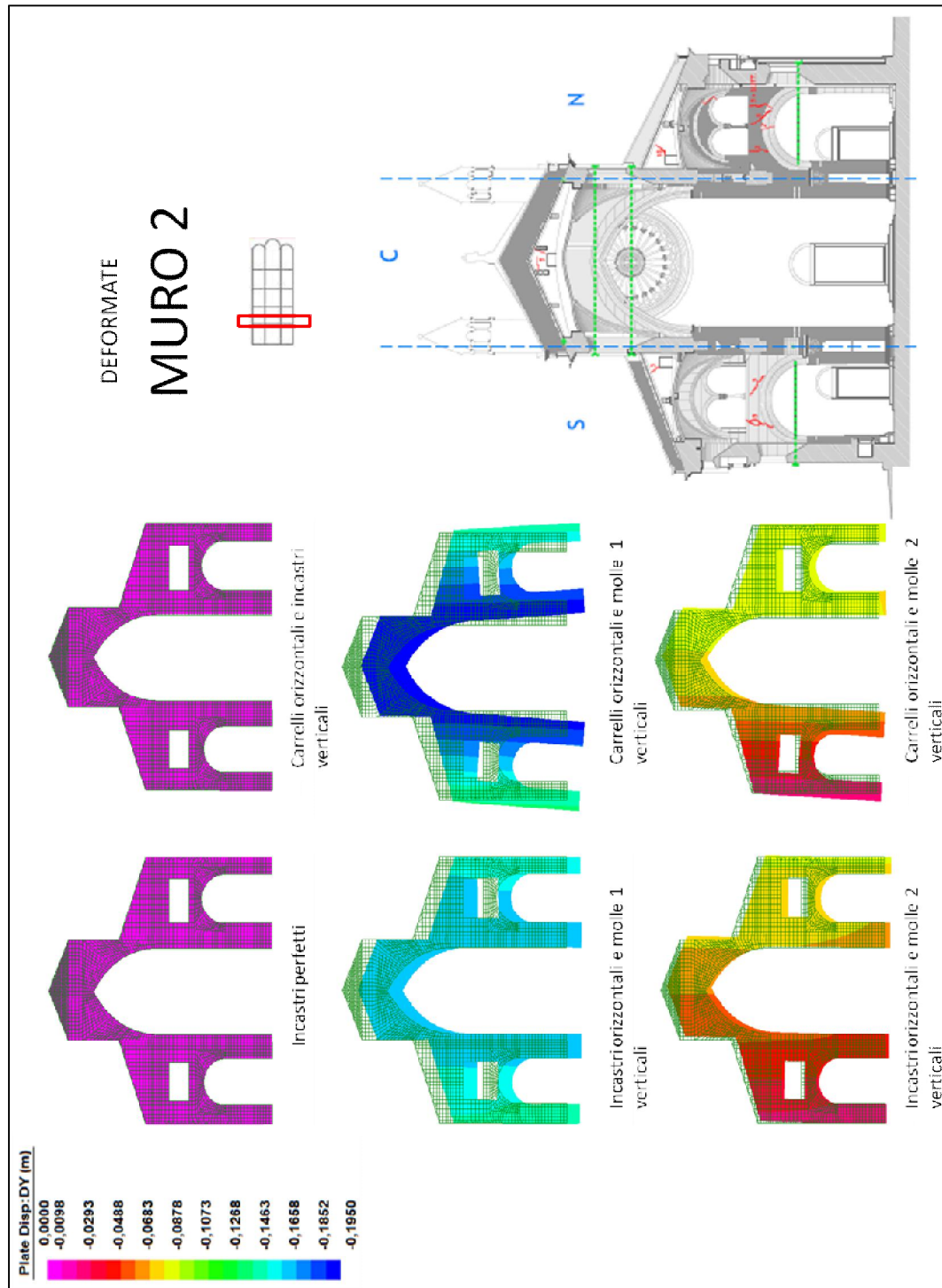


Fig. 3.6.2 Deformata per il muro2

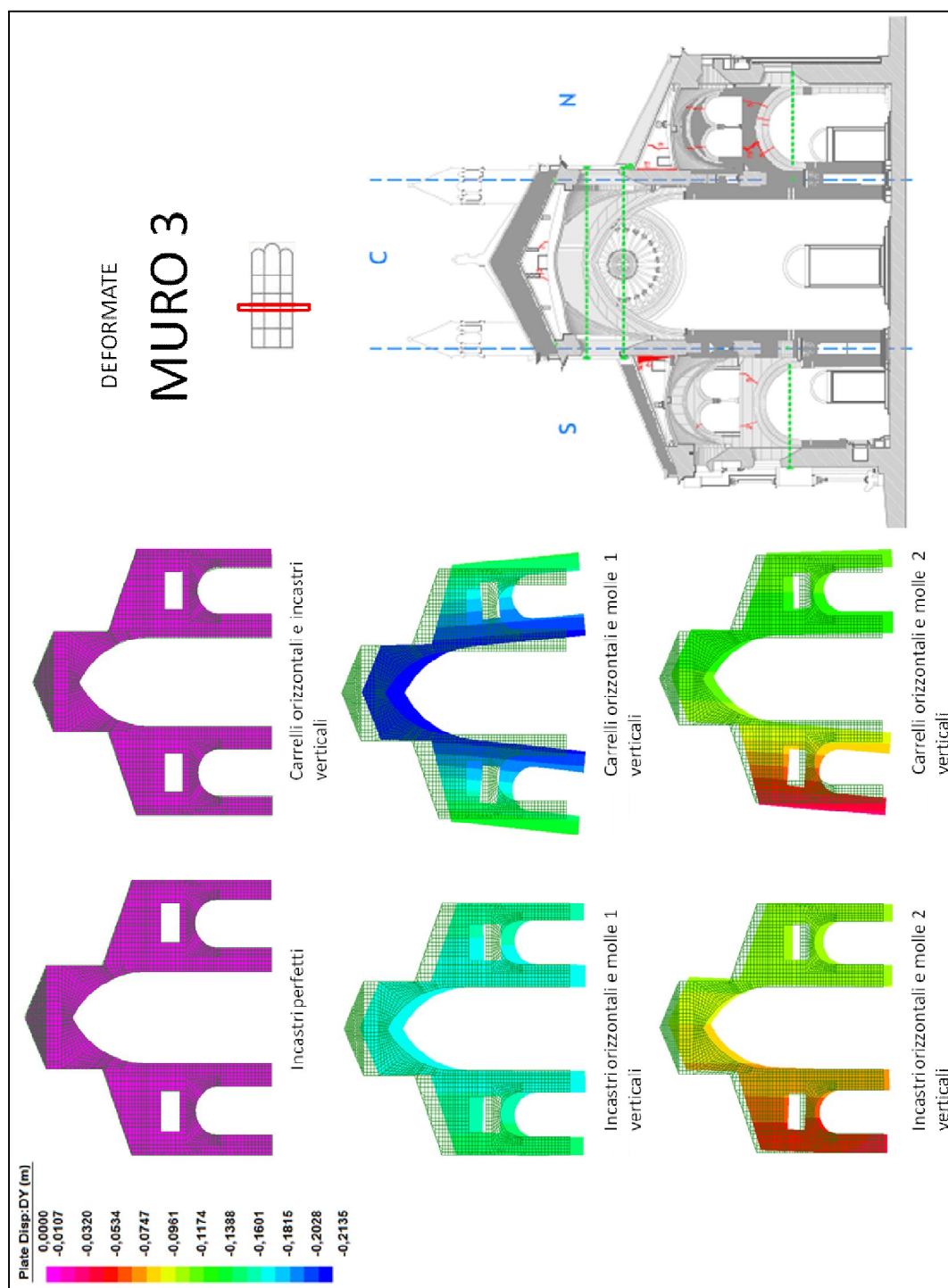


Fig. 3.6.3 Deformata per il muro3

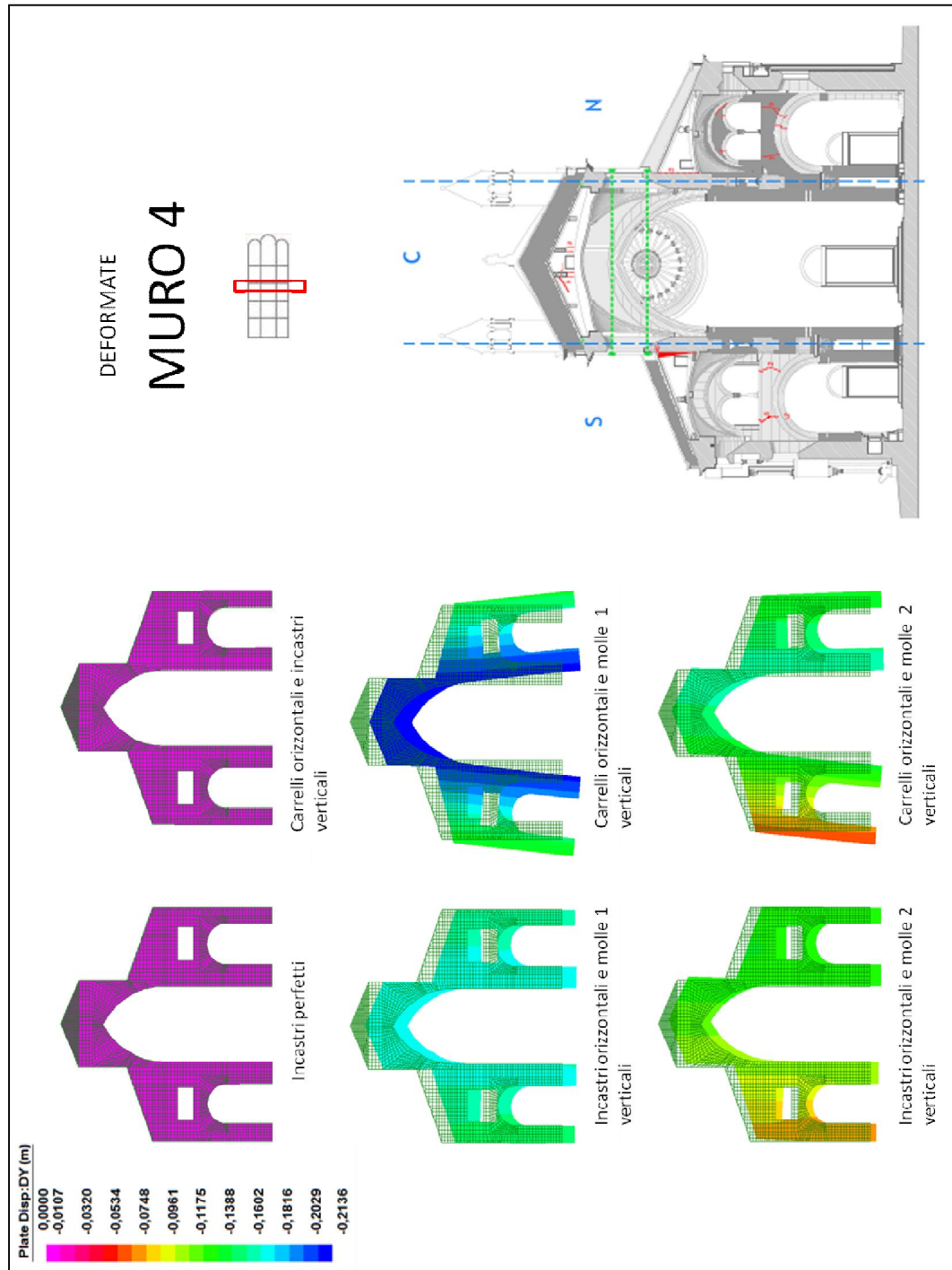


Fig. 3.6.4 Deformata per il muro4

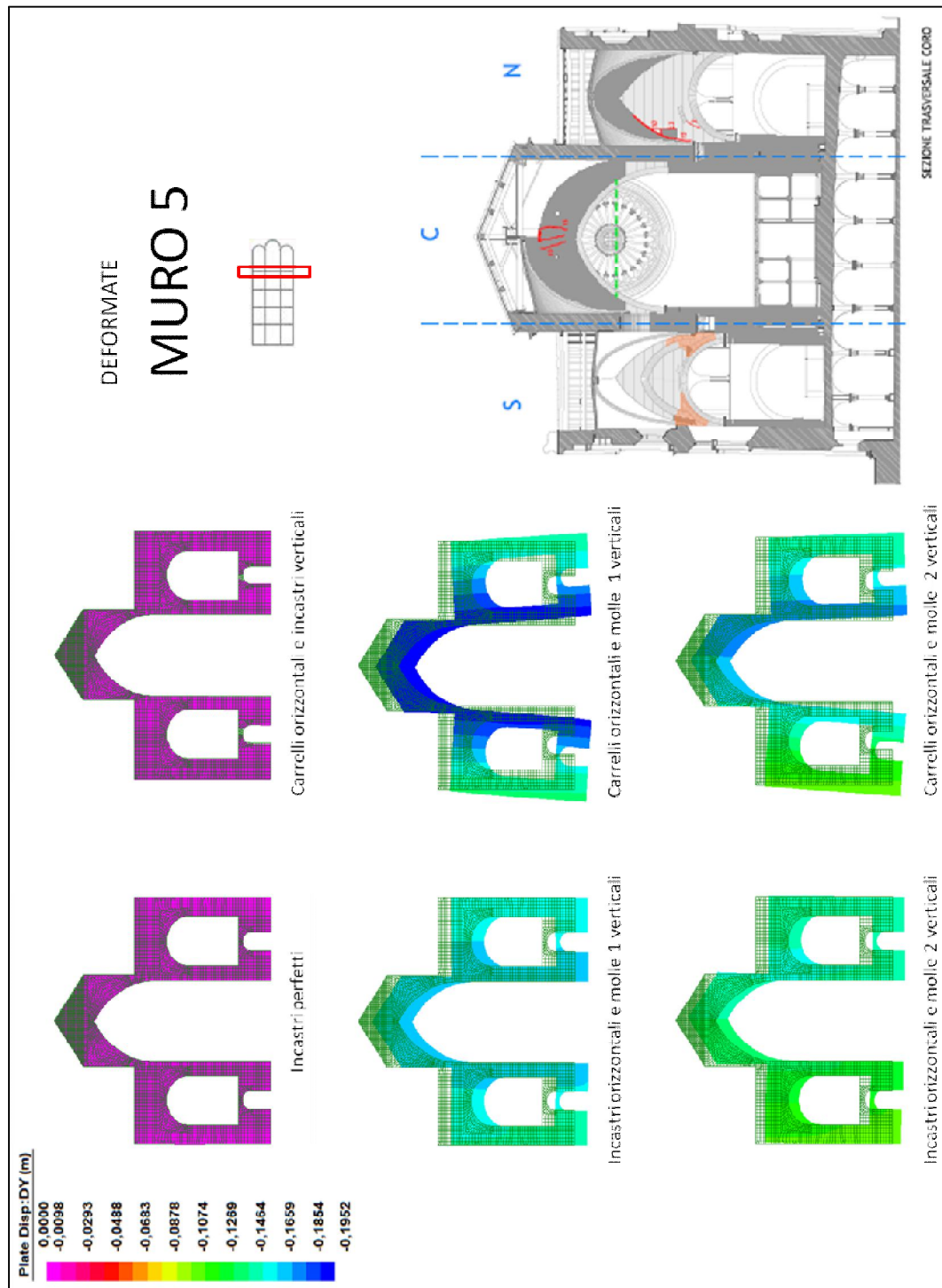


Fig. 3.6.5 Deformata per il muro5

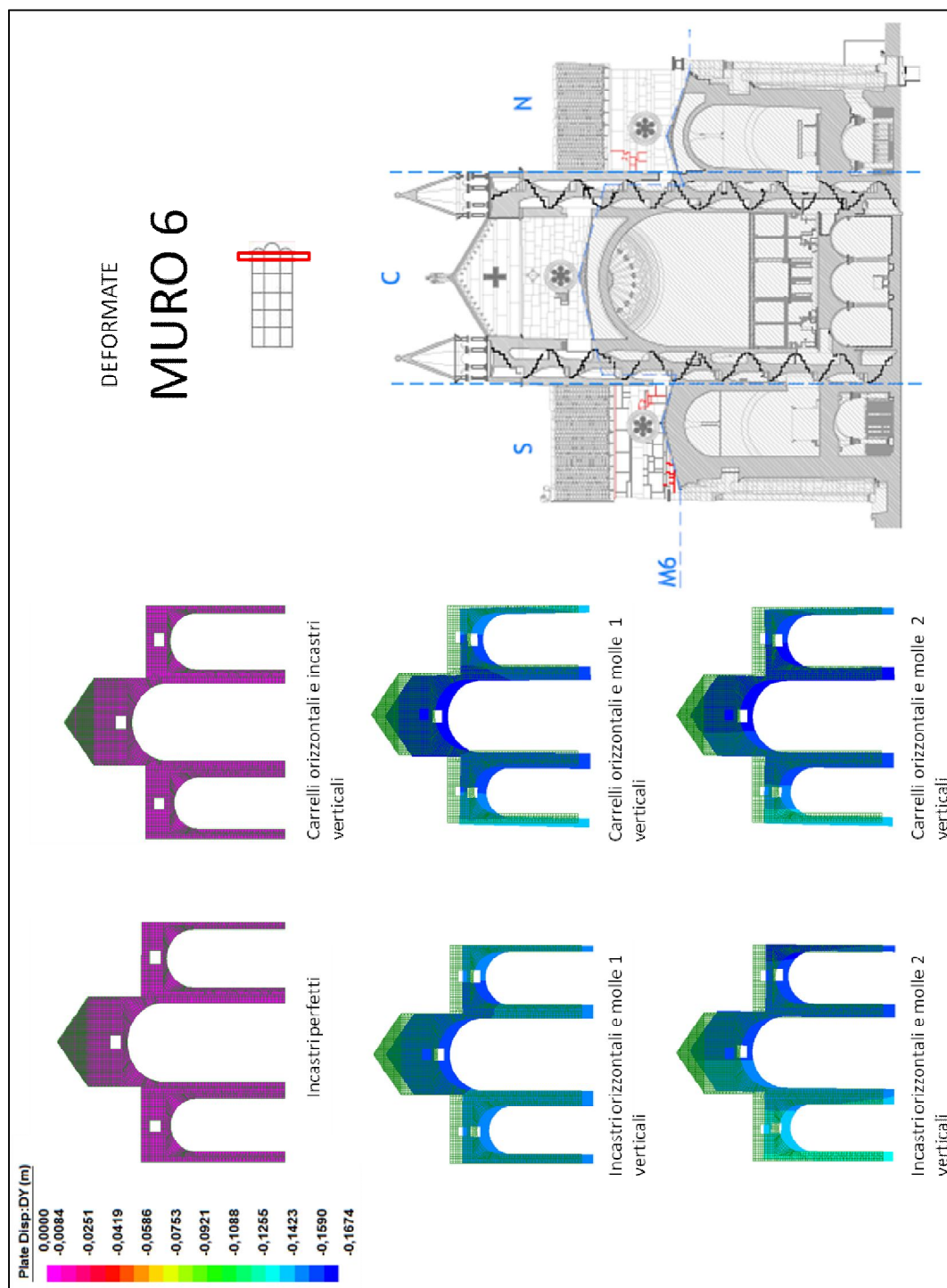


Fig. 3.6.6 Deformata per il muro6



Fig. 3.6.7 Deformata per il muroA

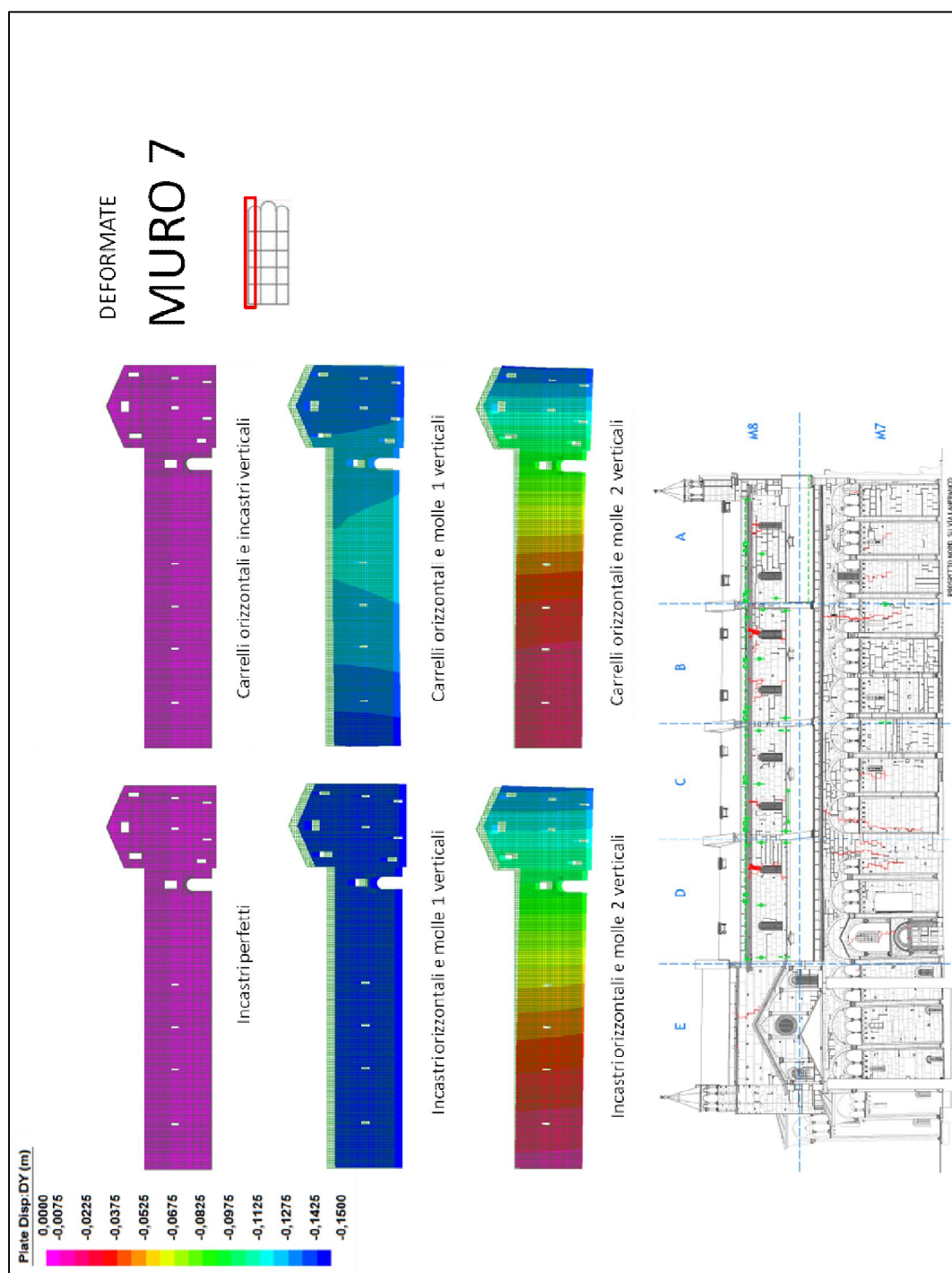


Fig. 3.6.8 Deformata per il muro 7

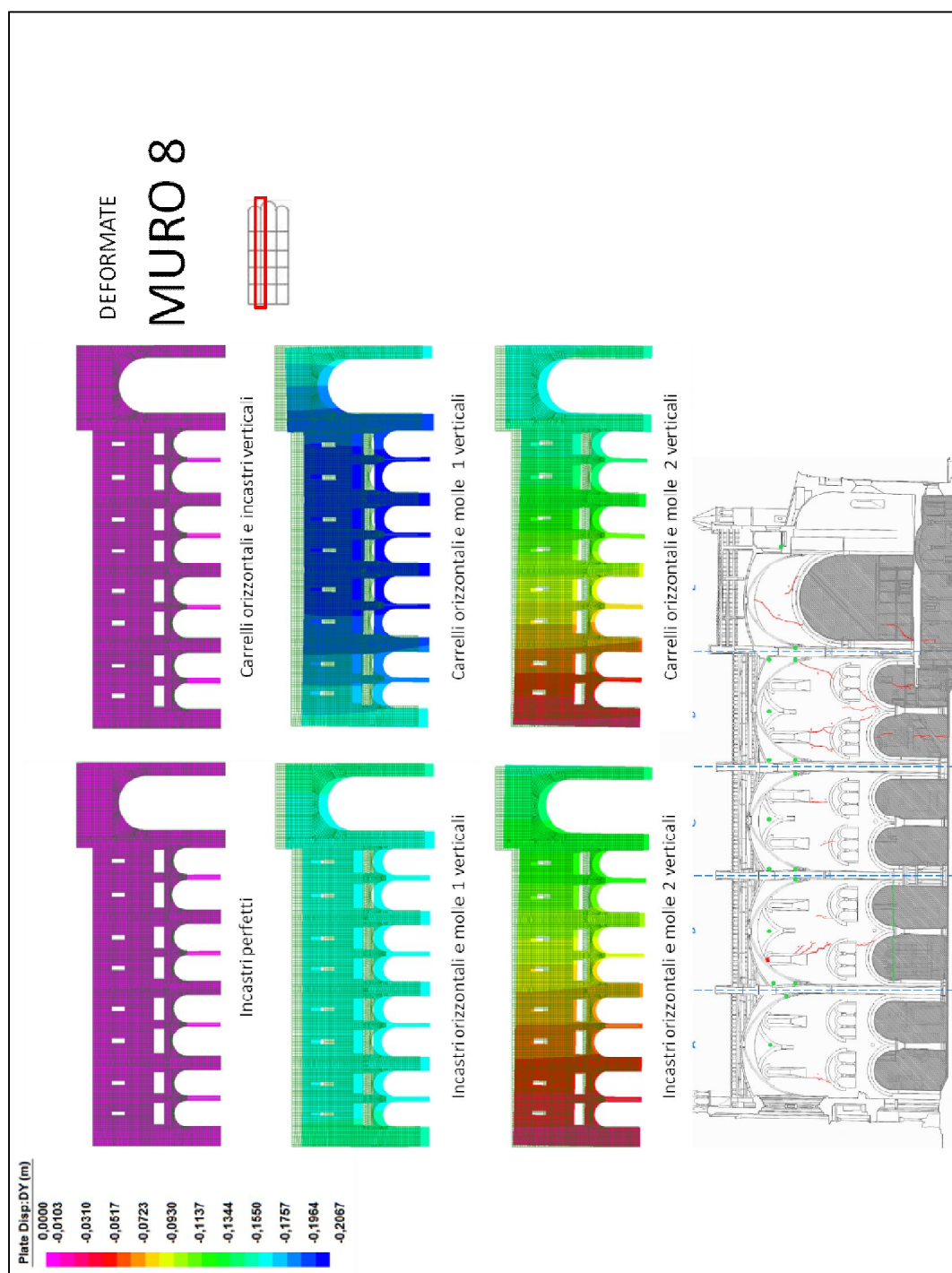


Fig. 3.6.9 Deformata per il muro8

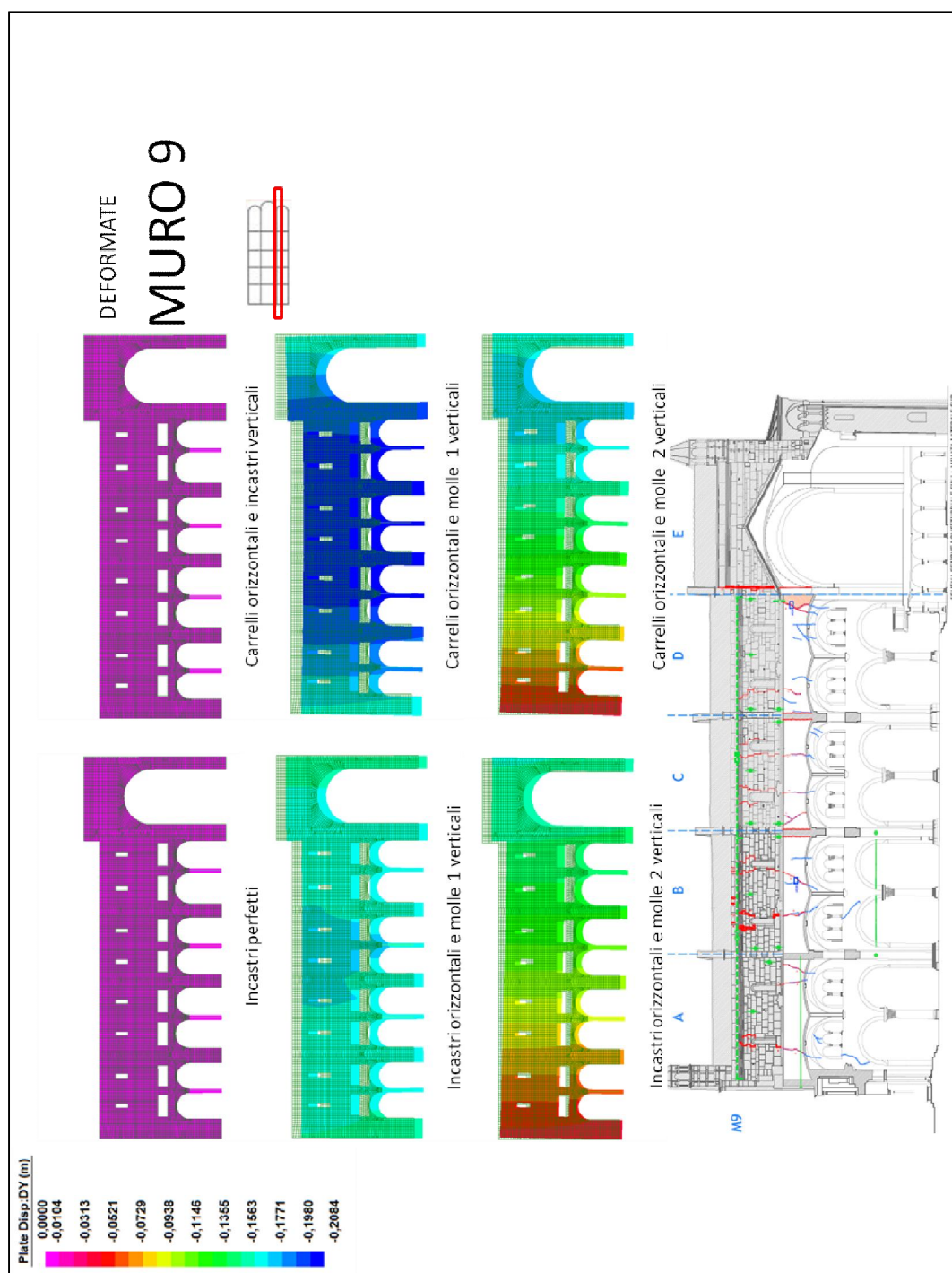


Fig. 3.6.10 Deformata per il muro9

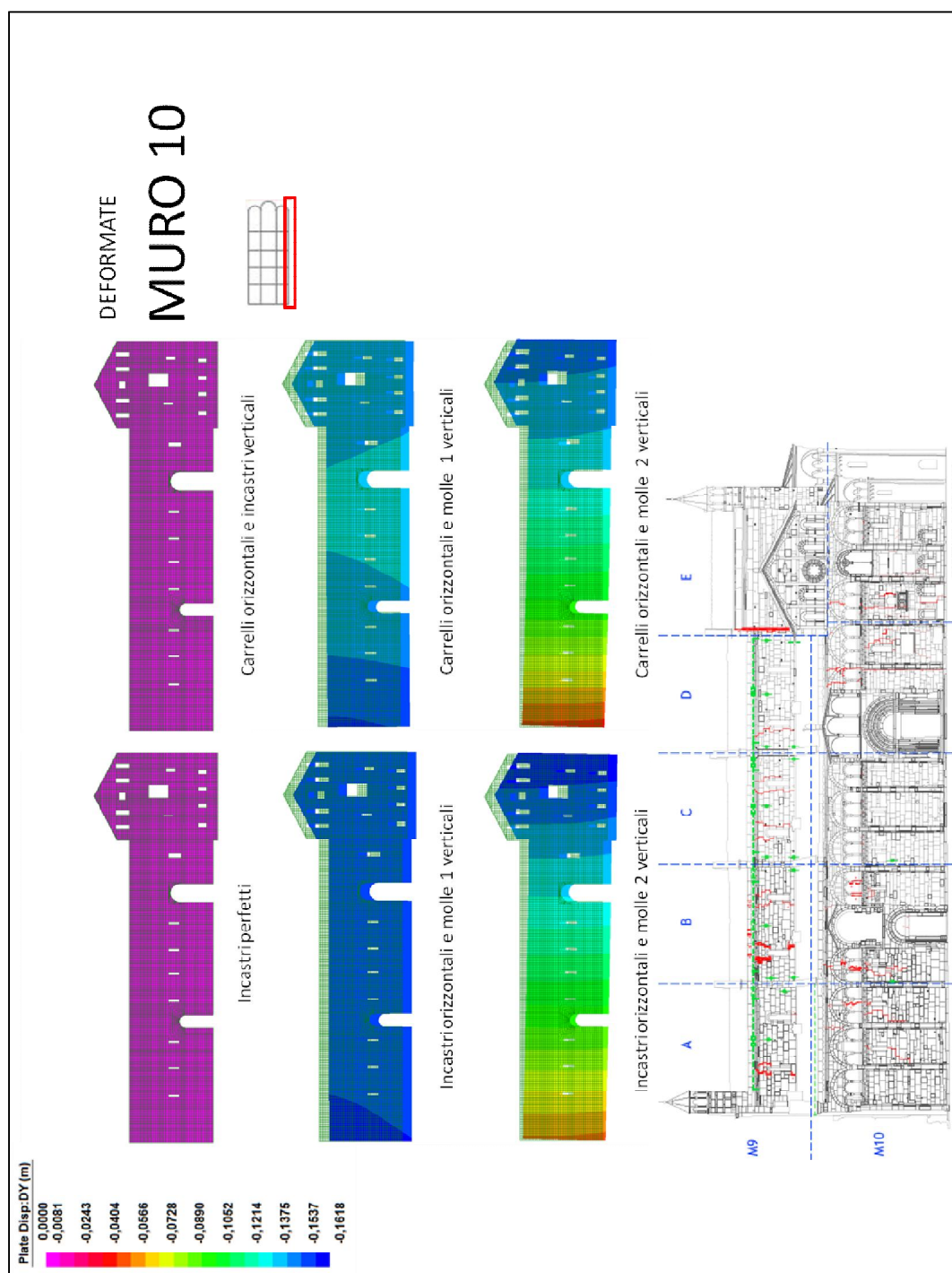


Fig. 3.6.11 Deformata per il muro10

3.6.1 Sintesi dei risultati

Il comportamento globale delle strutture è riassumibile in funzione dei tre diversi tipi di vincolo verticale. Nel caso di incastri verticali la struttura, indipendentemente dal tipo di vincolo orizzontale, non subisce deformazioni significative, tant'è che i cedimenti massimi verticali, al colmo della struttura, sono dell'ordine del millimetro. Risulta quindi poco significativo lo studio l'analisi in termini di deformazioni su questi due modelli.

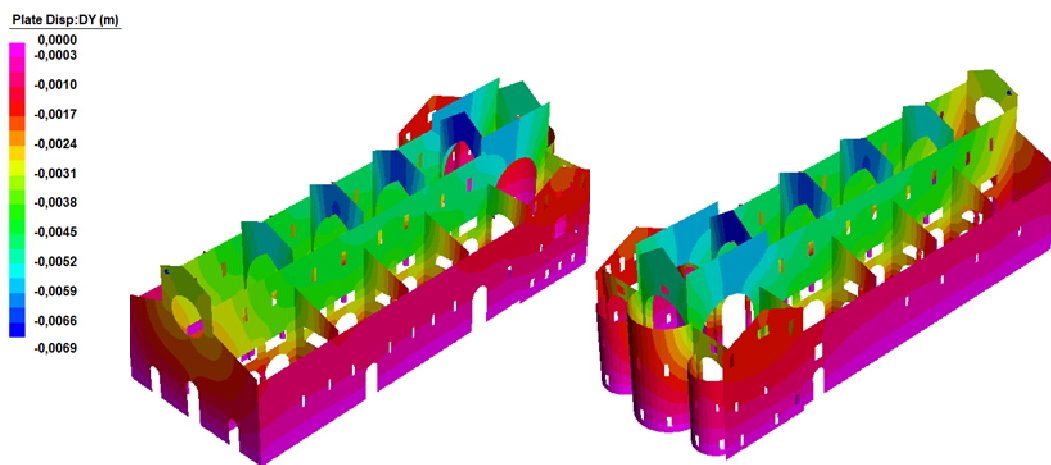


Fig. 3.6.1.1 deformata complessiva della struttura con incastri verticali

I modelli della struttura con una distribuzione di molle uniformi alla base, presentano cedimenti piuttosto omogenei lungo tutte le pareti con valori più elevati in corrispondenza delle pareti di facciata e absidale dove risultano maggiori i carichi agenti sulle murature ed in corrispondenza della navata centrale, accentuati nei casi con presenza di carrelli orizzontali.

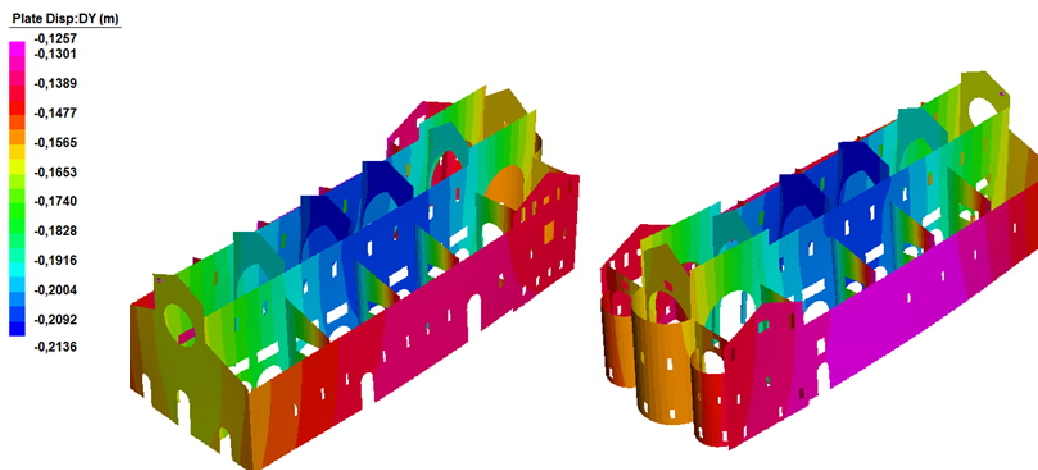


Fig. 3.6.1.2 deformata complessiva della struttura con molle uniformi.

I modelli vincolati con molle verticali disomogenee presentano una rotazione complessiva attorno l'asse longitudinale (est-ovest) causato dalla presenza delle preesistenze ed i valori più elevati di cedimento sono concentrati come ci si aspetterebbe nella zona absidale. Combinando questo effetto a quello dovuto ai cedimenti in prossimità della Ghirlandina come si studierà in seguito ci si aspetta di ritrovare il comportamento ipotizzato nel capitolo 1 a partire dai rilievi effettuati con laser scanner.

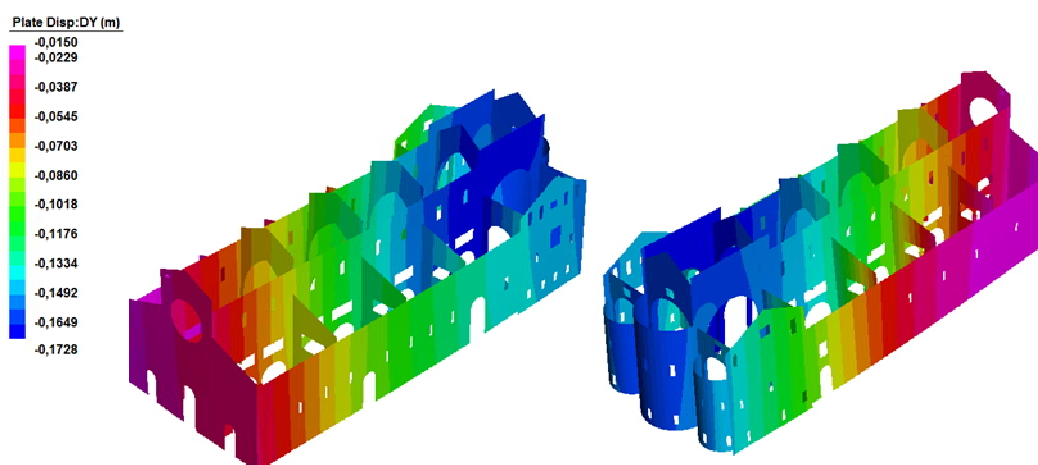


Fig. 3.6.1.3 deformata complessiva della struttura con molle non omogenee

Analizzando le deformate delle singole pareti il comportamento è quello atteso dalla descrizione globale della struttura, i modelli con i carrelli orizzontali hanno la tendenza ad aprirsi alla base provocando i picchi di tensioni di trazione al colmo e alle reni degli archi, dovute ai carichi applicati già trattati in precedenza, i modelli con incastri orizzontali invece non avendo la possibilità aprirsi, generano valori di trazione inferiori.

Per quanto riguarda il vincolamento verticale, i modelli con incastri verticali non subiscono ovviamente nessun cedimento risultando quindi poco significativi ai fini dell'analisi, i cedimenti maggiori come ovvio si verificano per i modelli con molle omogenee che essendo meno rigide consentono un abbassamento maggiore rispetto ai modelli che tengono conto delle preesistenze, la quali influenzano la deformazione di tutti i paramenti murari, esclusi il muro 6 e il muro absidale.

3.6.2 Muri trasversali

Il muro di facciata presenta per tutti i modelli vincolati con molle verticali un cedimento quasi costante lungo tutta la base del muro, esso infatti risente poco, da questo punto di vista, della presenza delle preesistenze poiché tutto il muro di facciata presenta lo stesso modulo di reazione anche nel caso di molle differenziate. La differenza è notevole invece dal punto di vista numerico, infatti i cedimenti con molle uniformi raggiungono i 15-16 cm, mentre nei modelli con molle più rigide i valori di abbassamento non superano i 4-5 cm.

I muri 2,3,4 e 5 hanno comportamenti piuttosto simili, nei casi con molle uniformi si nota, in modo più evidente per i modelli con i carrelli orizzontali, un cedimento maggiore della parte centrale del paramento rispetto alle zone lungo i muri perimetrali. Nel caso invece dei modelli con molle differenziate si nota come la presenza dei diversi moduli di reazione del terreno porti a cedimenti differenziali in cui le zone a nord su terreno più rigido non superano valori di massimo 5-6 cm mentre le zone più a sud su terreno meno rigido hanno cedimenti che superano

anche il doppio della zona a nord. Questo comportamento è molto evidente per i muri 2,3,4 mentre tende ad affievolirsi per il muro del transetto.

Il muro 6 e quello absidale essendo i più lontani dalle vecchie fondazioni non risentono della zona con modulo di reazione più elevato e i modelli con molle omogenee e disomogenee riportano i medesimi risultati anche in termini numerici sui cedimenti.

3.6.3 Muri longitudinali

Tutti i quattro muri longitudinali(muri 7,8,9,10) presentano un comportamento piuttosto simile tra loro.

I modelli con molle uniformi presentano valori di cedimento verticale alla base omogeneo lungo l'asse longitudinale del Duomo, nel caso dei muri longitudinali esterni si nota una lieve aumento dei cedimenti spostandosi dalla zona centrale verso la facciata e la zona absidale, viceversa per i muri longitudinali interni si nota un cedimento leggermente maggiore della zona centrale del paramento murario rispetto le estremità.

I modelli con molle differenziate consentono bene di vedere quelli che sono gli effetti delle preesistenze sul comportamento della struttura, spostandosi da ovest verso est si passa da cedimenti molto bassi in corrispondenza del muro di facciata, dove si hanno valori attorno al centimetro, sino a cedimenti in corrispondenza del transetto e del muro absidale che raggiungono i 15 cm, un ordine di grandezza superiore rispetto al cedimento del paramento di facciata. La differenza tra i valori tende a calare muovendosi dalle murature longitudinali a nord verso sud, poiché le molle con maggior rigidità interessano porzioni gradualmente inferiori di muratura.

3.7 Ulteriori analisi effettuate

Si riportano per completezza le altre analisi effettuate per i sei modelli :

- Tensioni verticali di trazione
- Tensioni orizzontali di compressione
- Tensioni tangenziali

3.7.1 Tensioni verticali di trazione

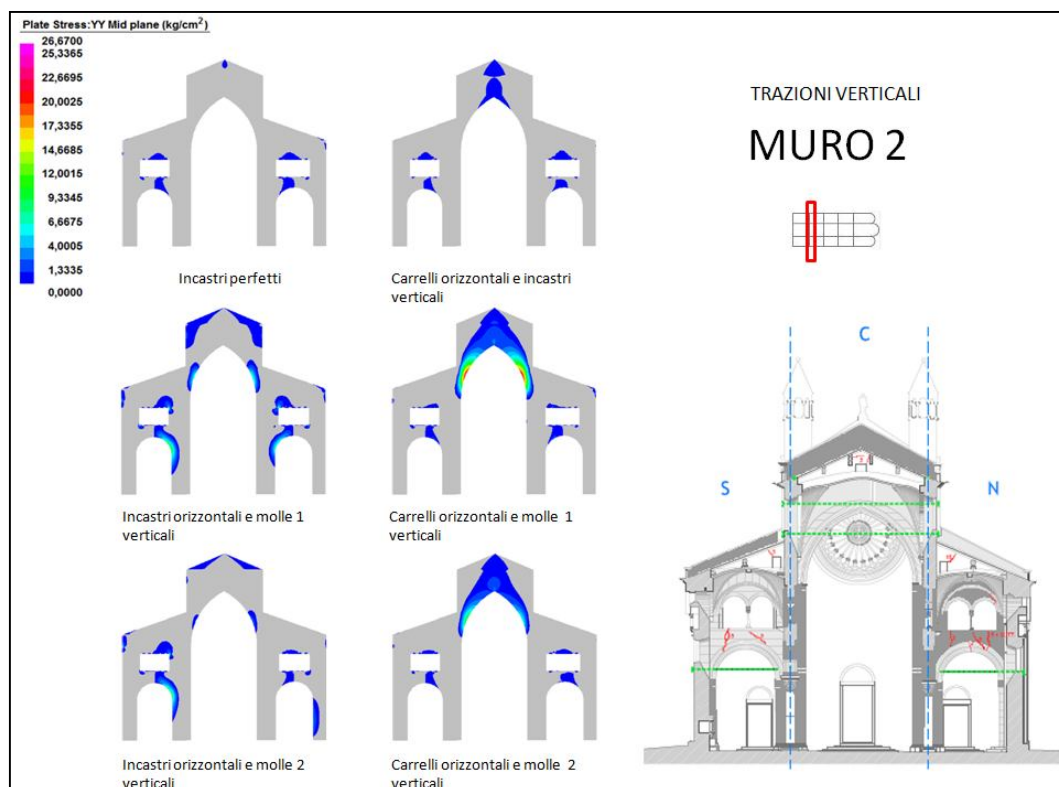
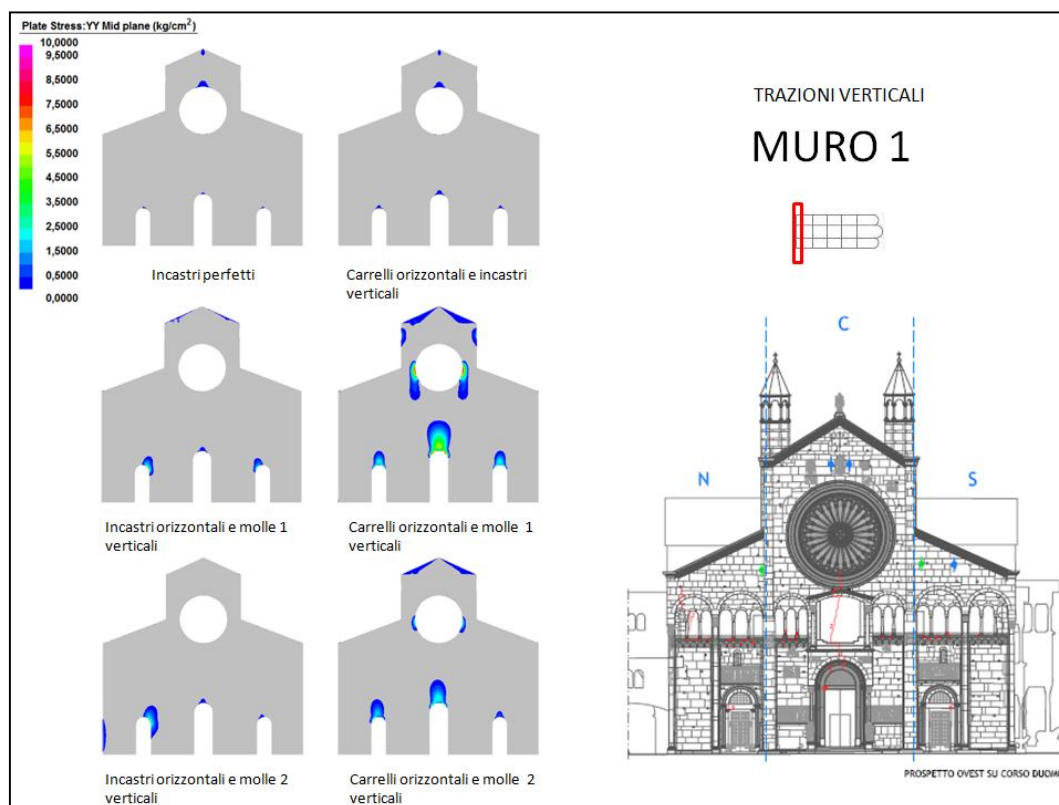


Fig. 3.7.1.1 Tensioni verticali di trazione per i muri 1 e 2.

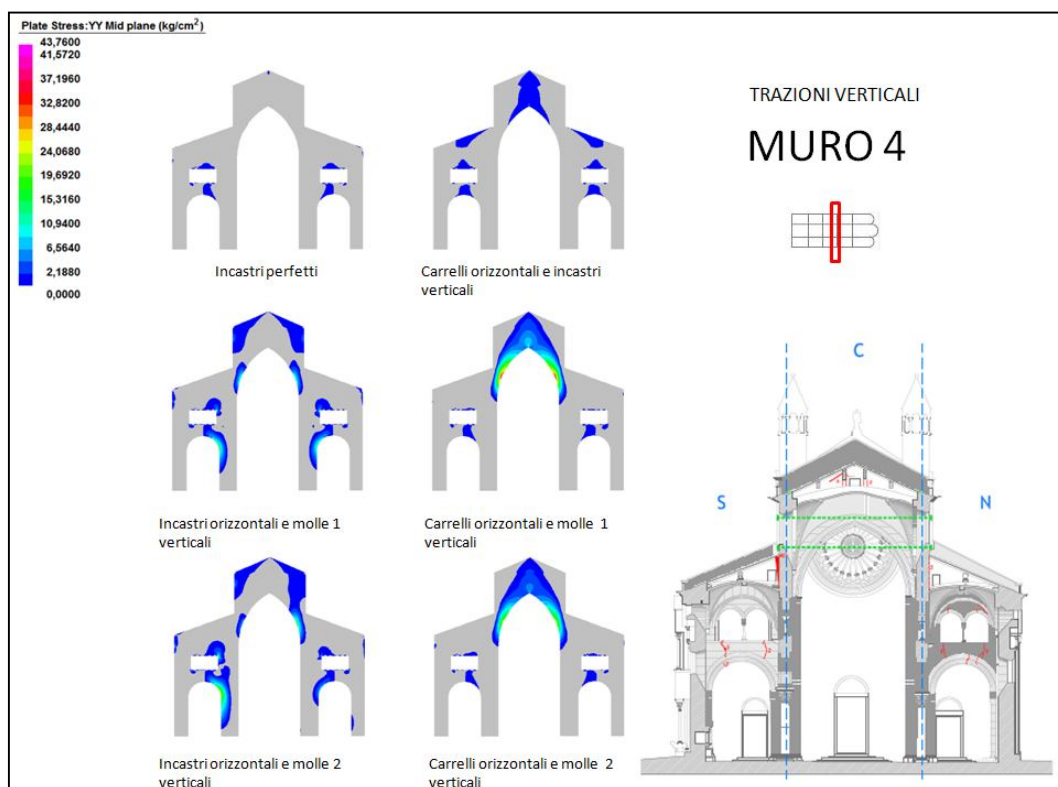
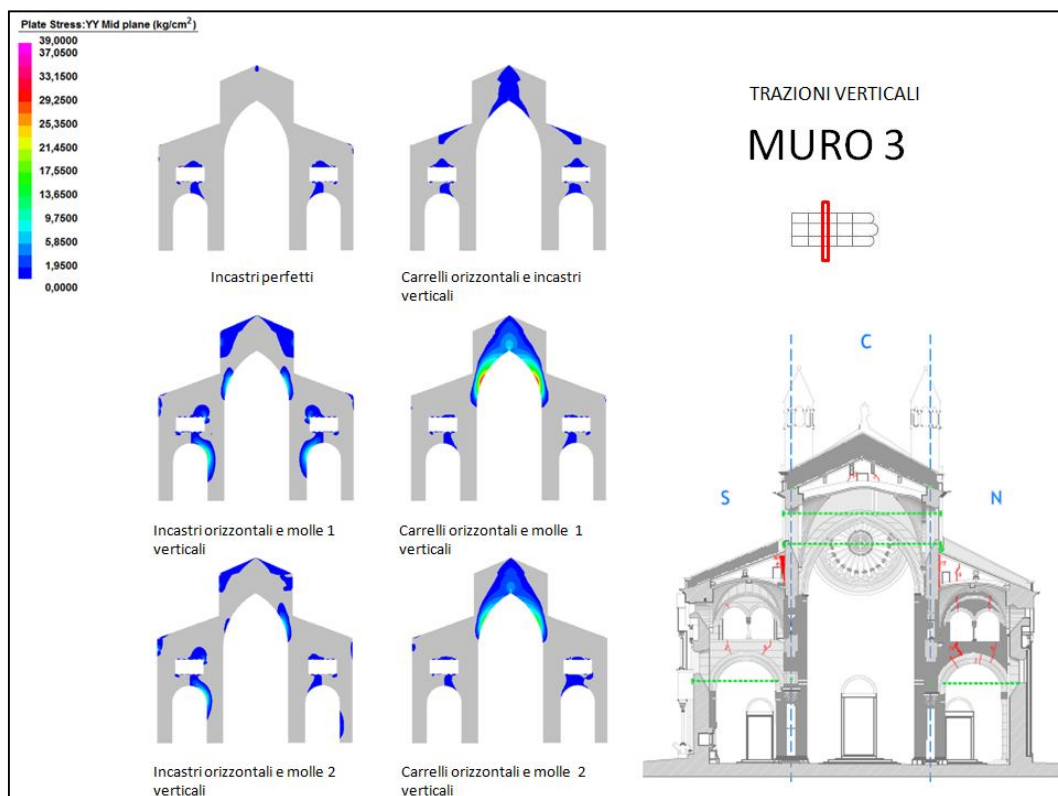


Fig. 3.7.1.2 Tensioni verticali di trazione per i muri 3 e 4.

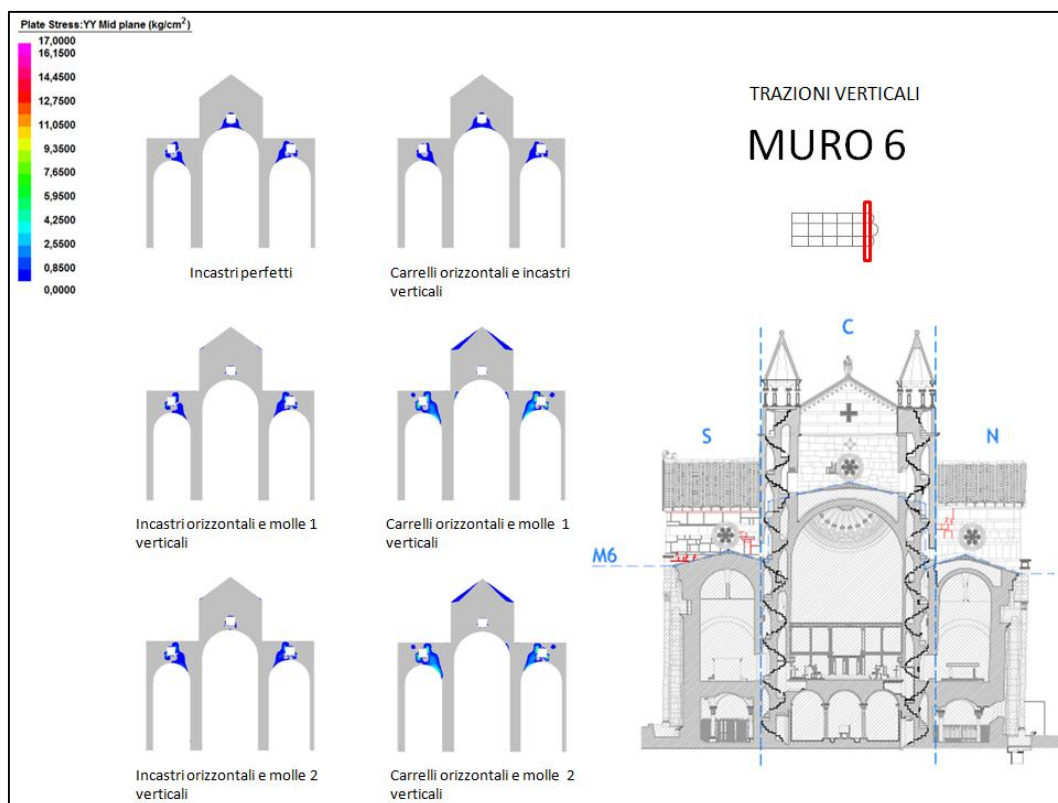
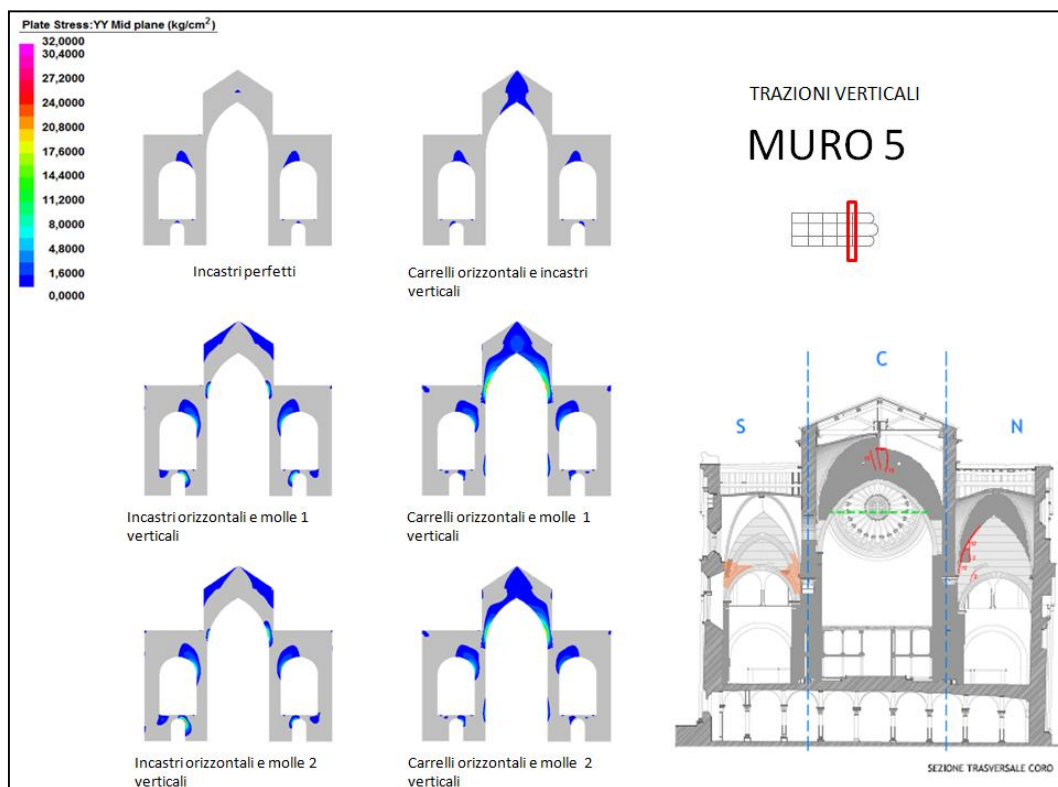


Fig. 3.7.1.3 Tensioni verticali di trazione per i muri 5 e 6.

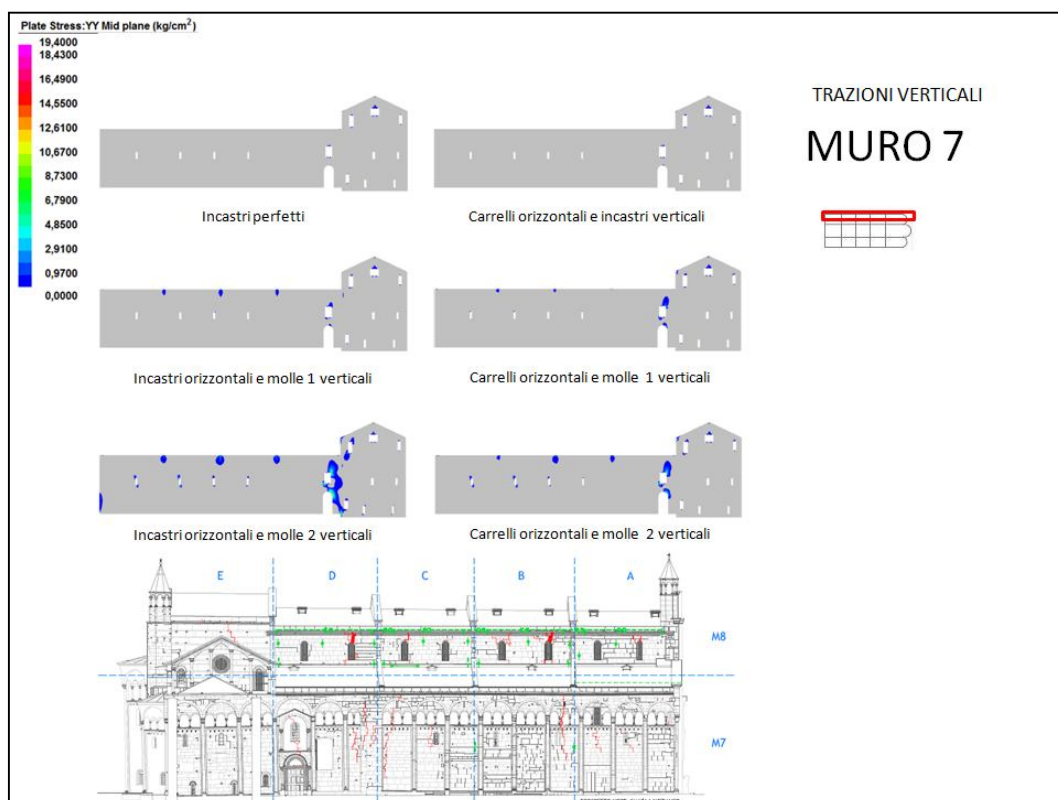
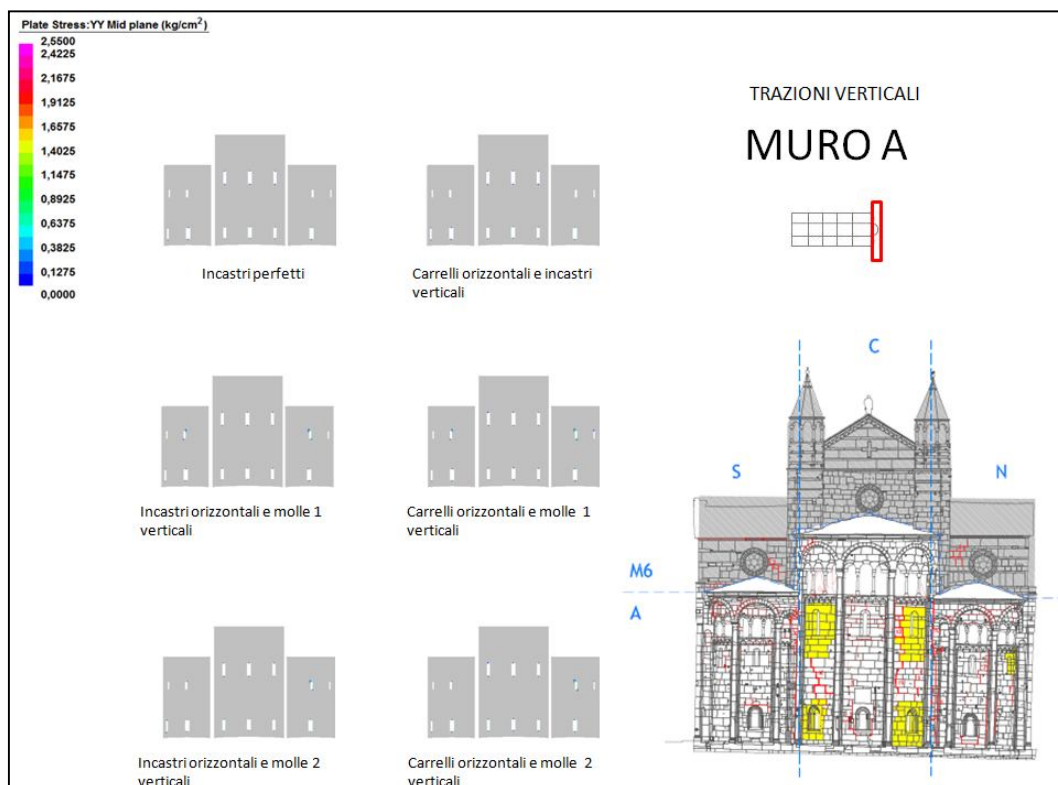


Fig. 3.7.1.4 Tensioni verticali di trazione per i muri A e 7.

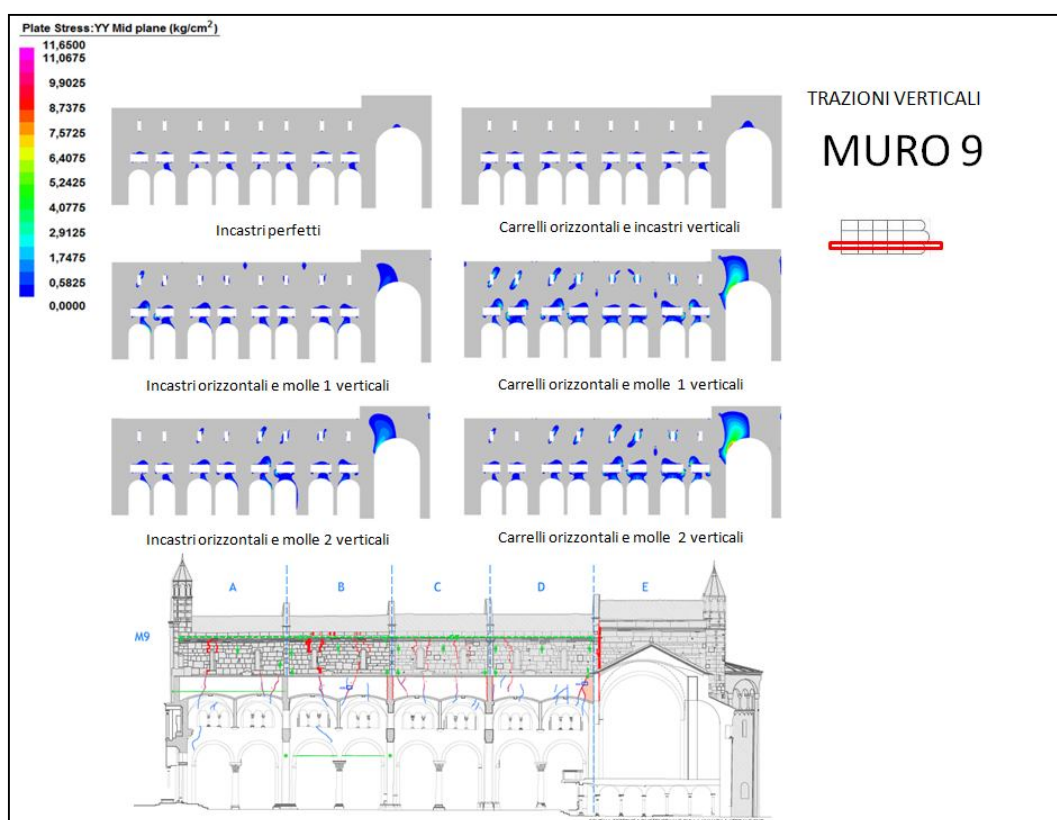
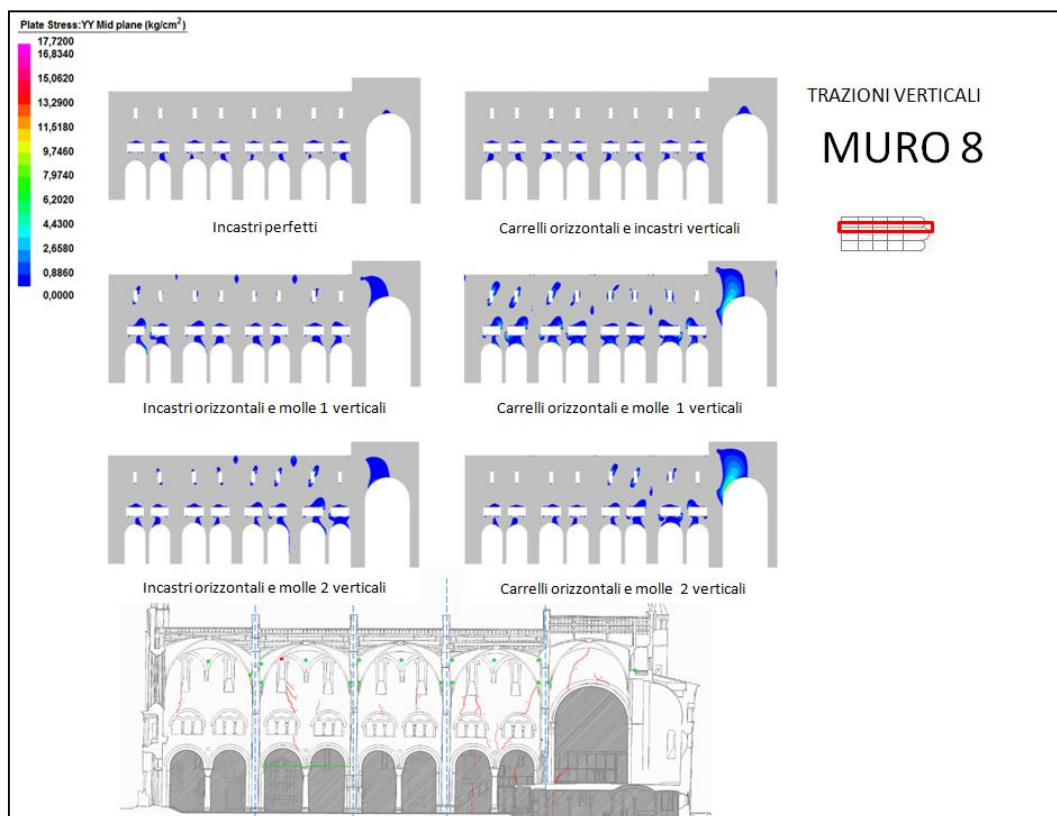


Fig. 3.7.1.5 Tensioni verticali di trazione per i muri 8 e 9.

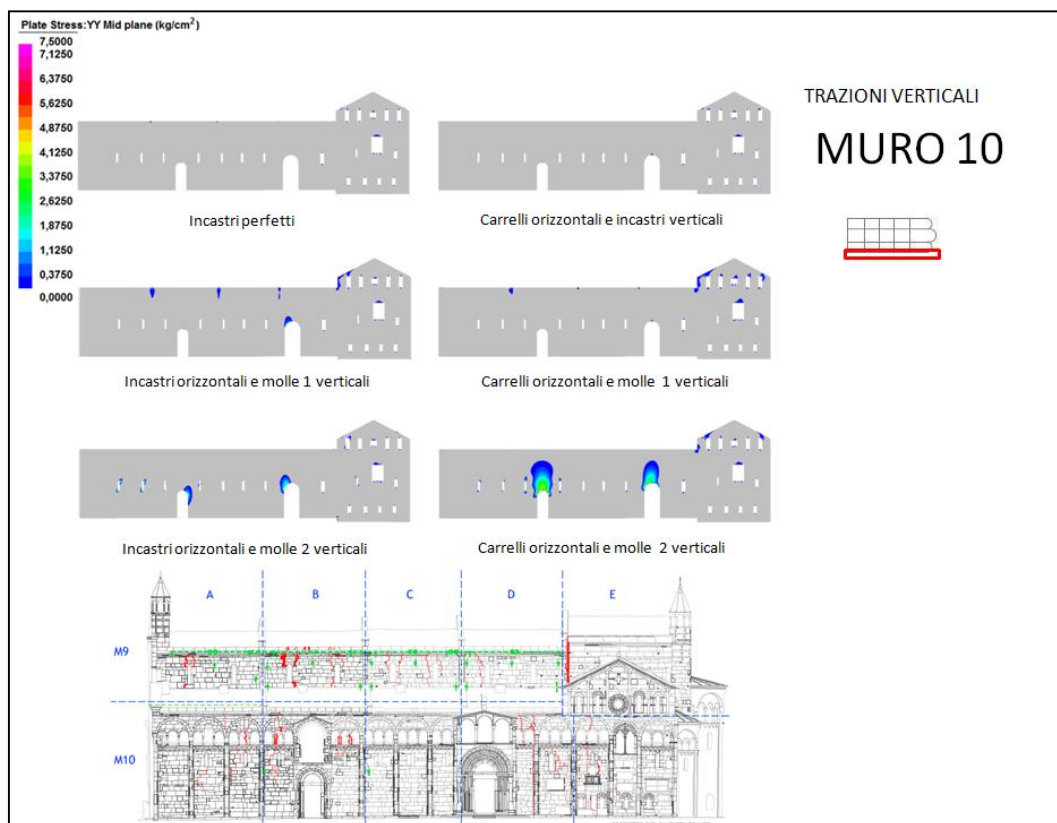


Fig. 3.7.1.6 Tensioni verticali di trazione per il muro 10.

3.7.2 Tensioni orizzontali di compressione

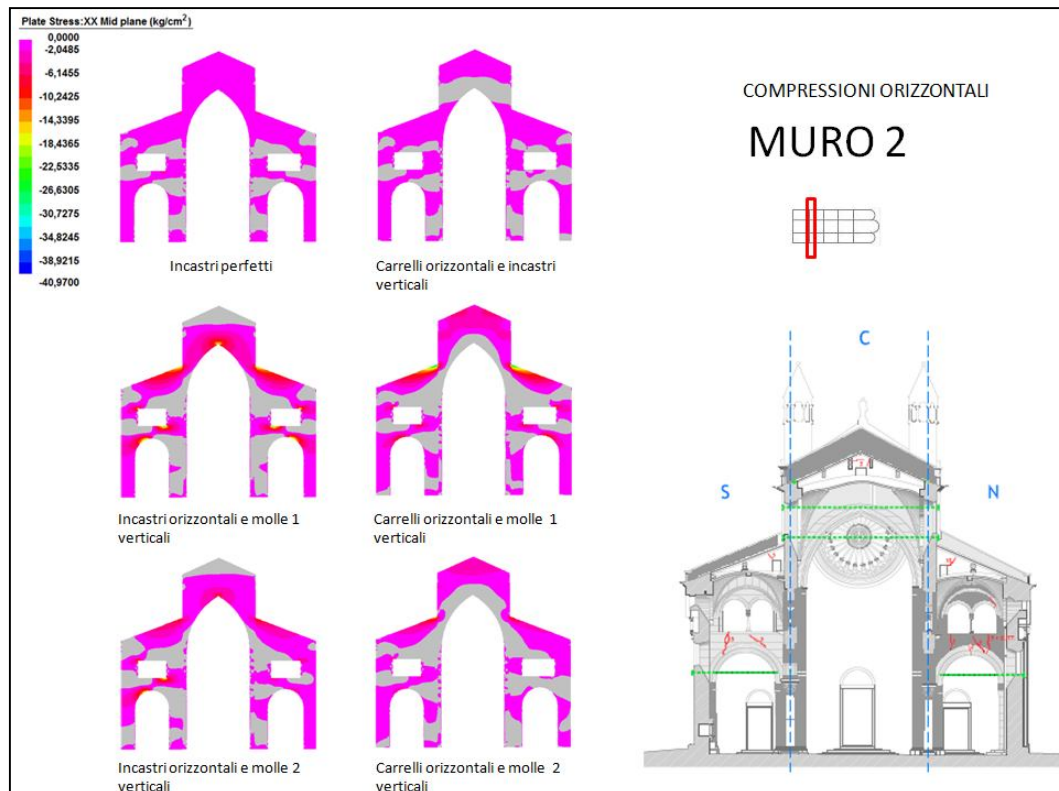
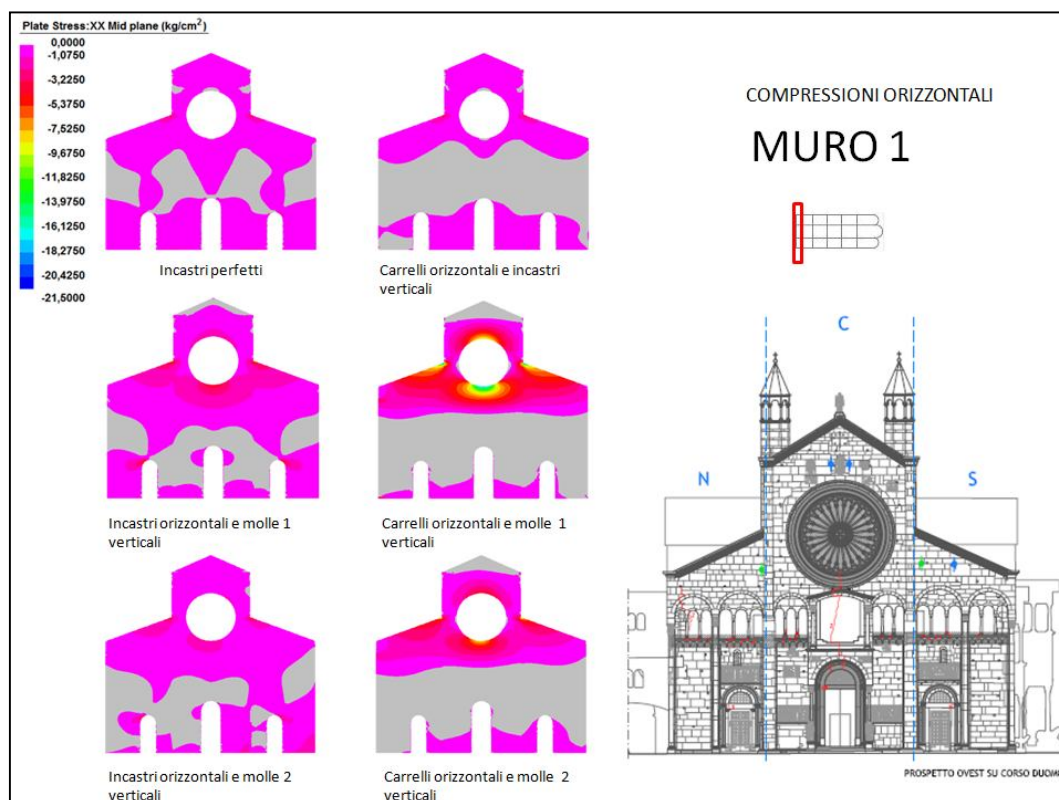


Fig. 3.7.2.1 Tensioni orizzontali di compressione per i muri 1 e 2.

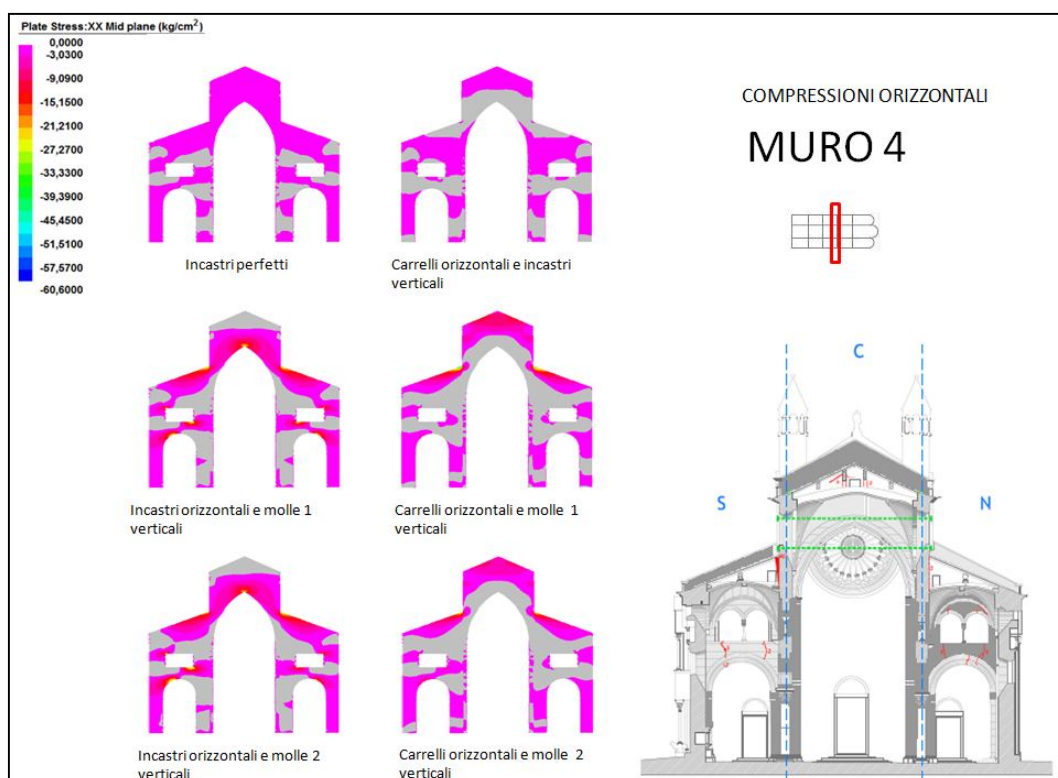
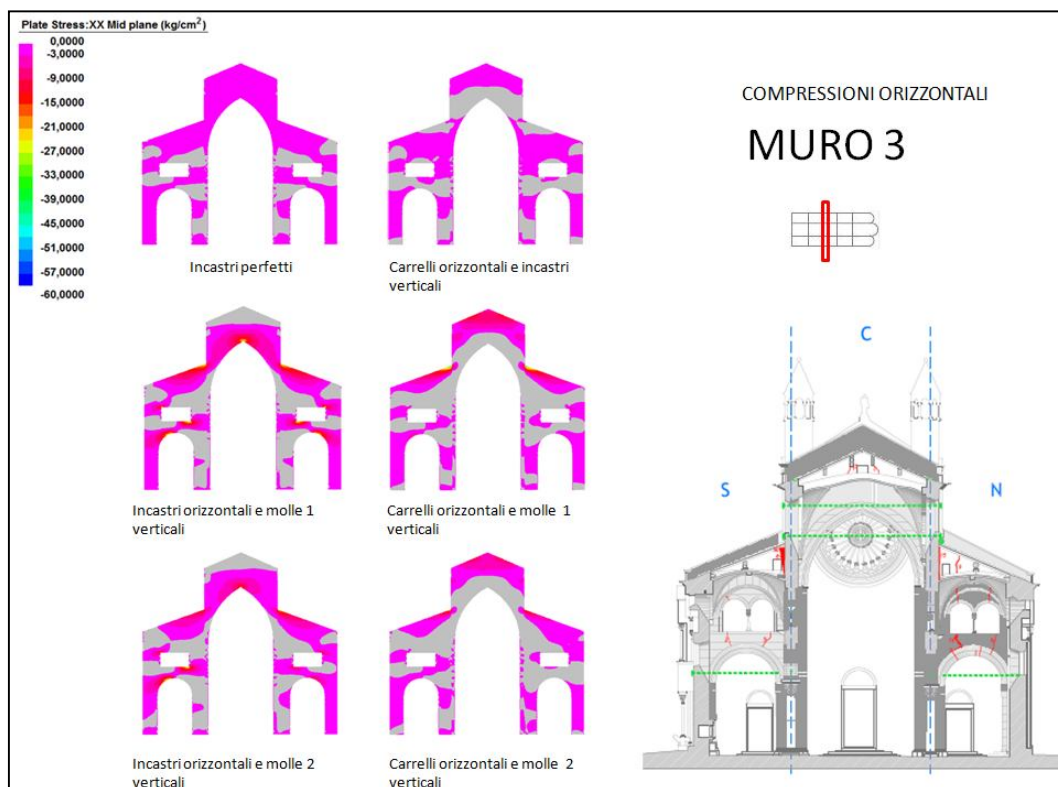


Fig. 3.7.2.2 Tensioni orizzontali di compressione per i muri 3 e 4.

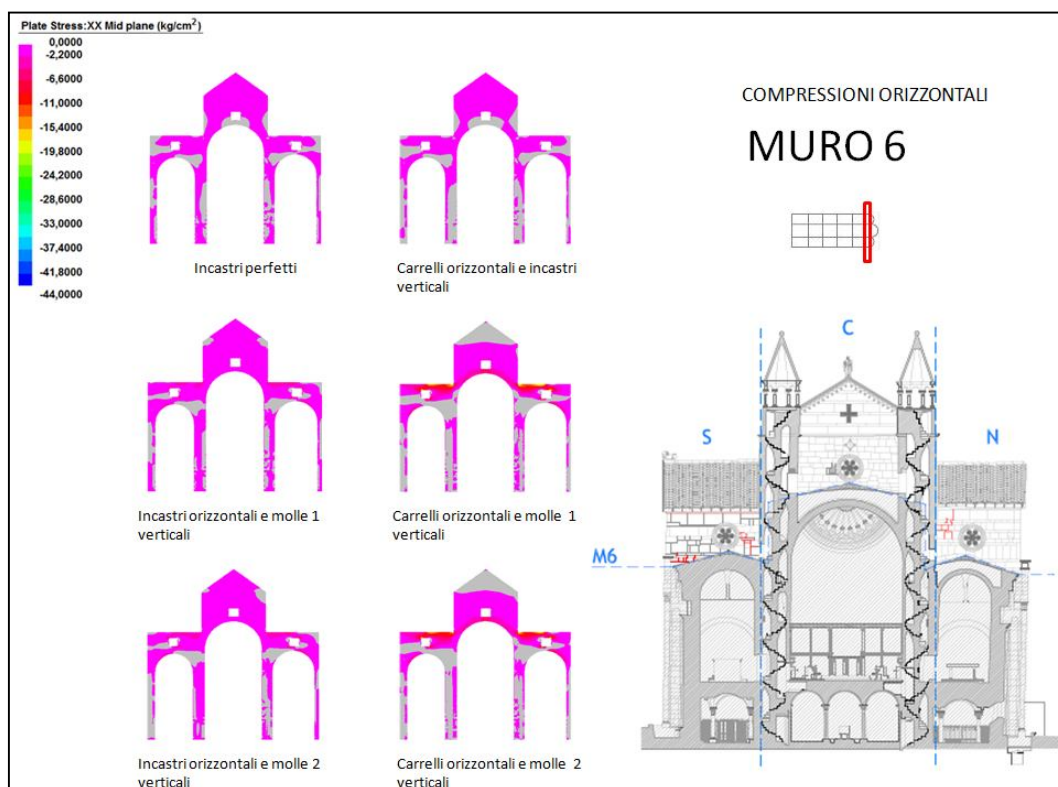
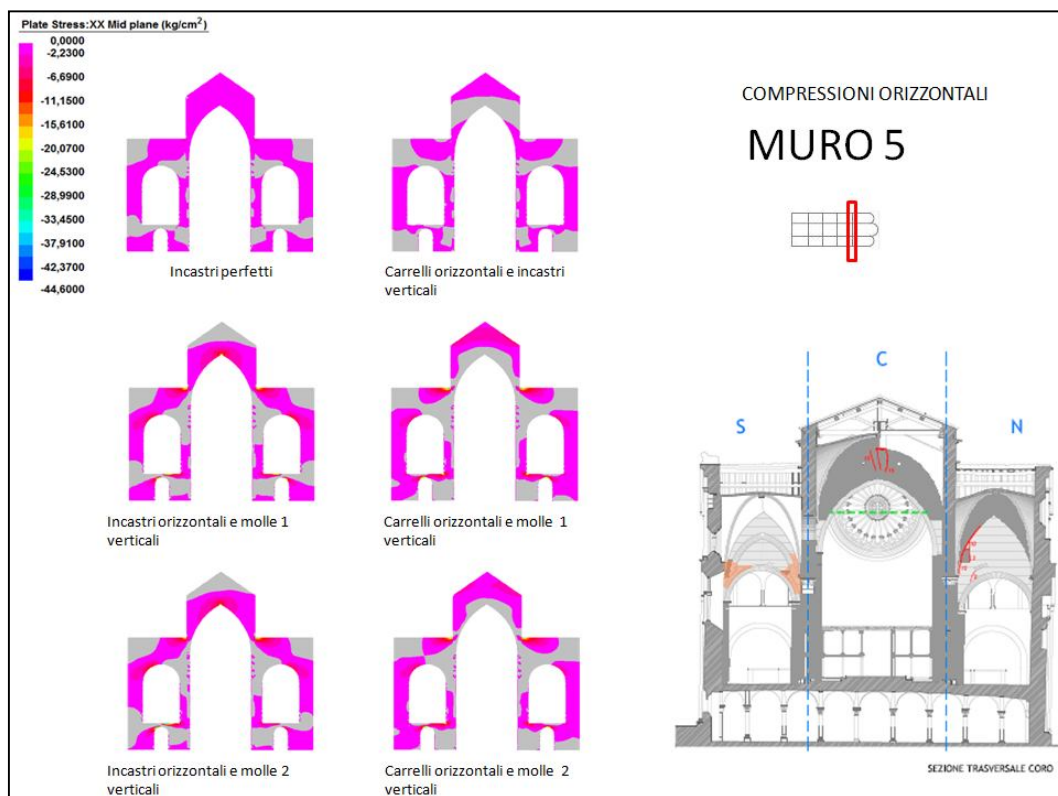


Fig. 3.7.2.3 Tensioni orizzontali di compressione per i muri 5 e 6.

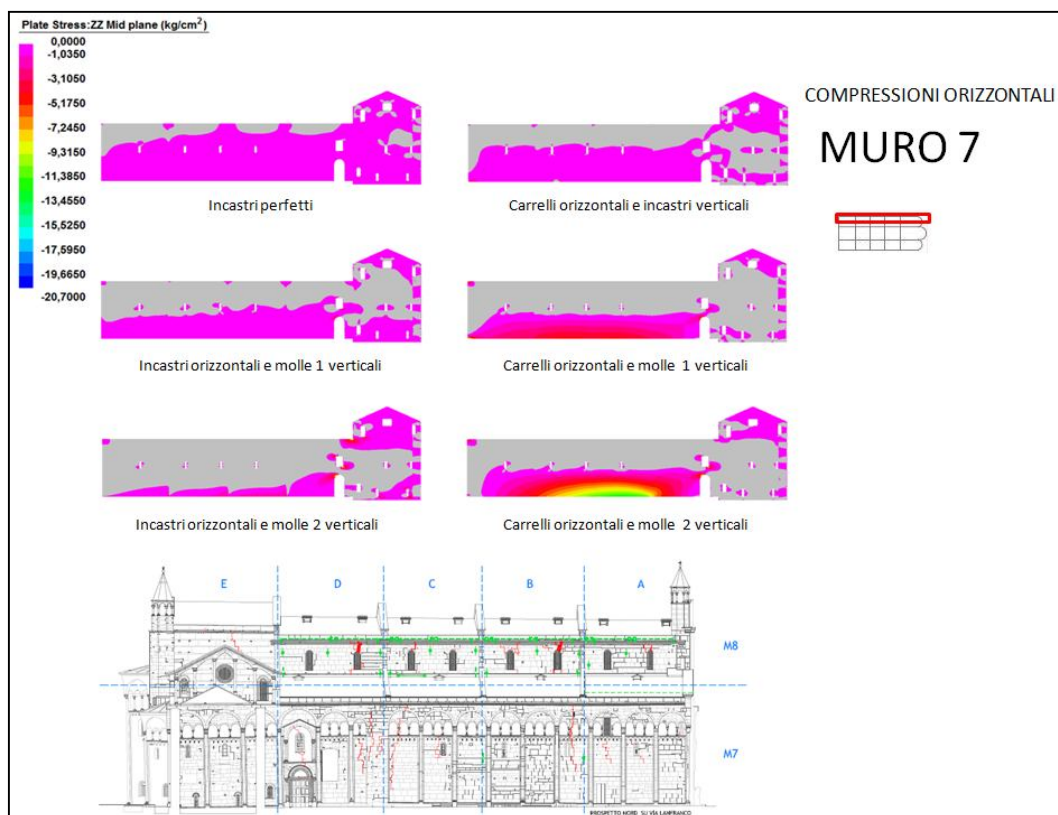
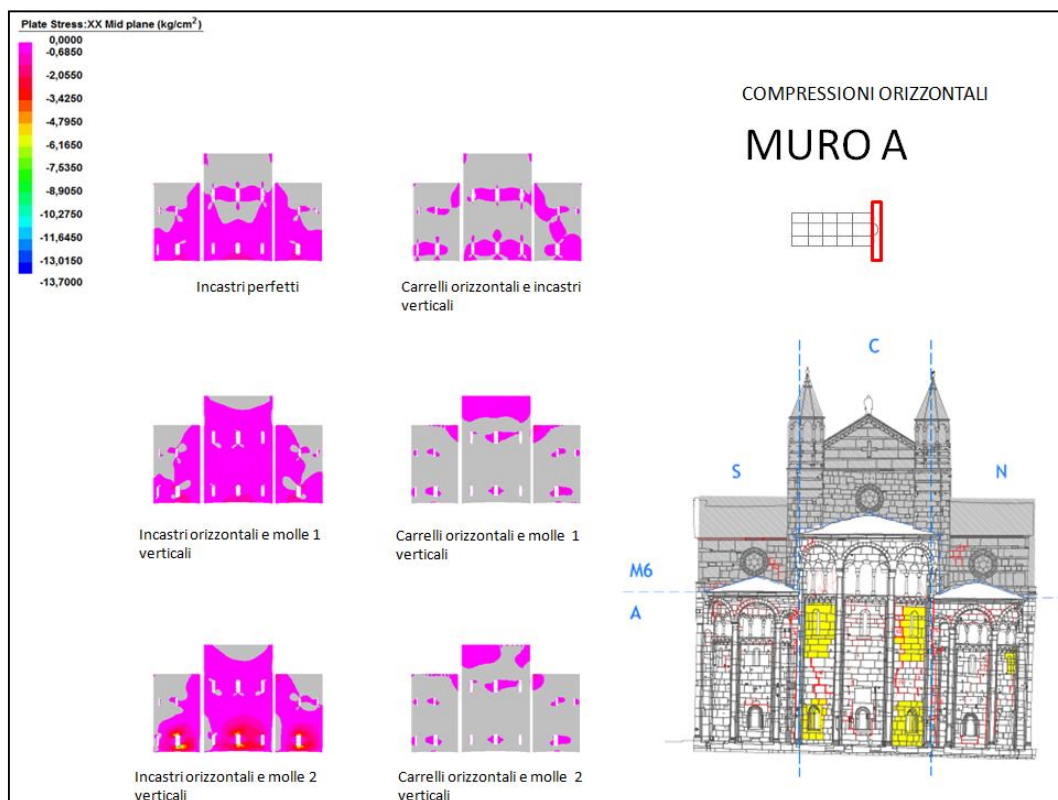


Fig. 3.7.2.4 Tensioni orizzontali di compressione per i muri A e 7.



Fig. 3.7.2.5 Tensioni orizzontali di compressione per i muri 8 e 9.

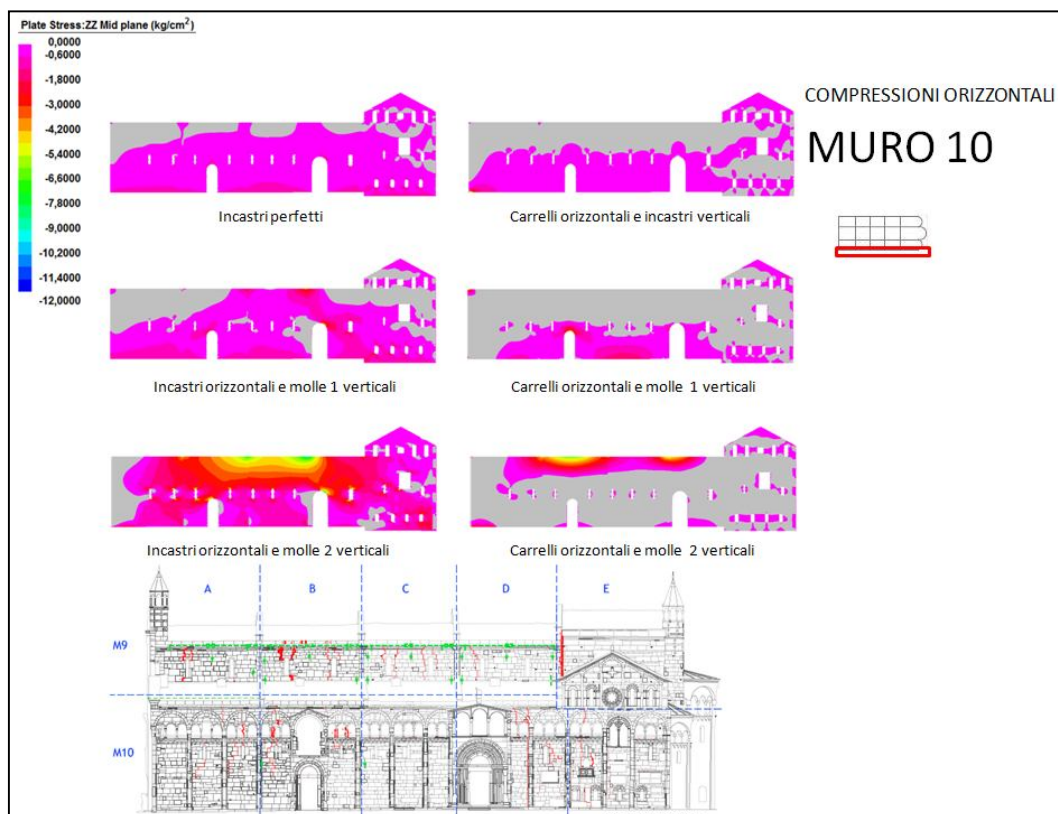


Fig. 3.7.2.6 Tensioni orizzontali di compressione per il muro 10.

3.7.3 Tensioni tangenziali

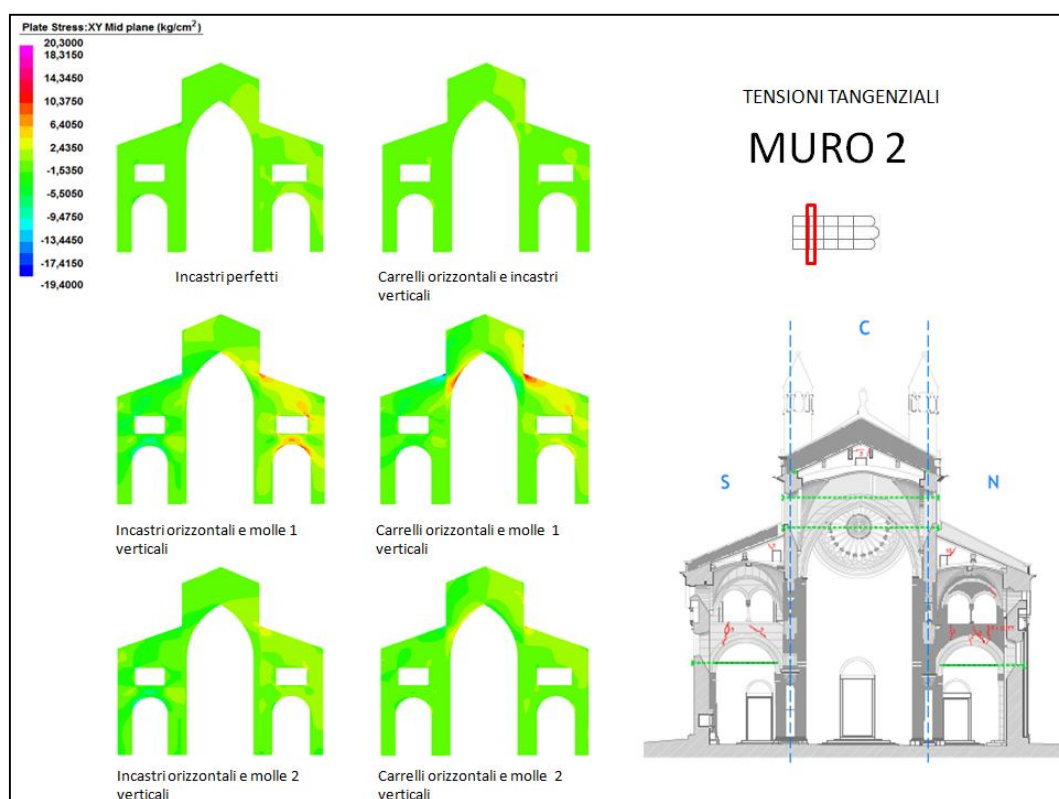
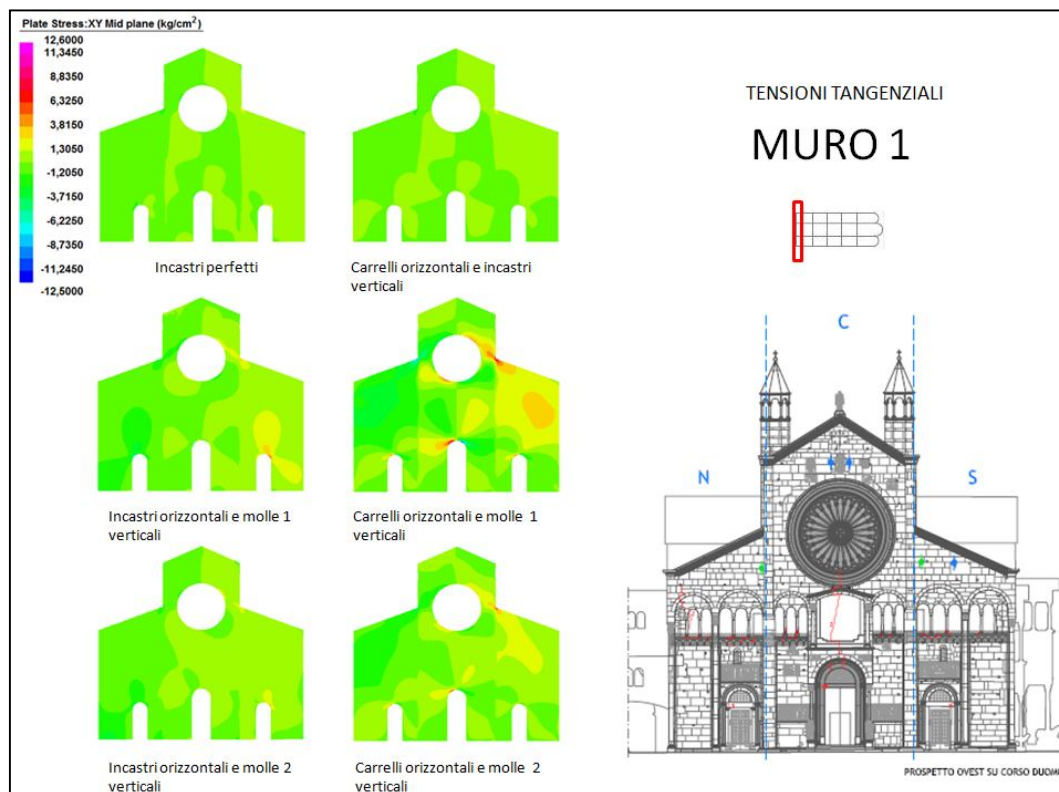


Fig. 3.7.3.1 Tensioni tangenziali per i muri 1 e 2.

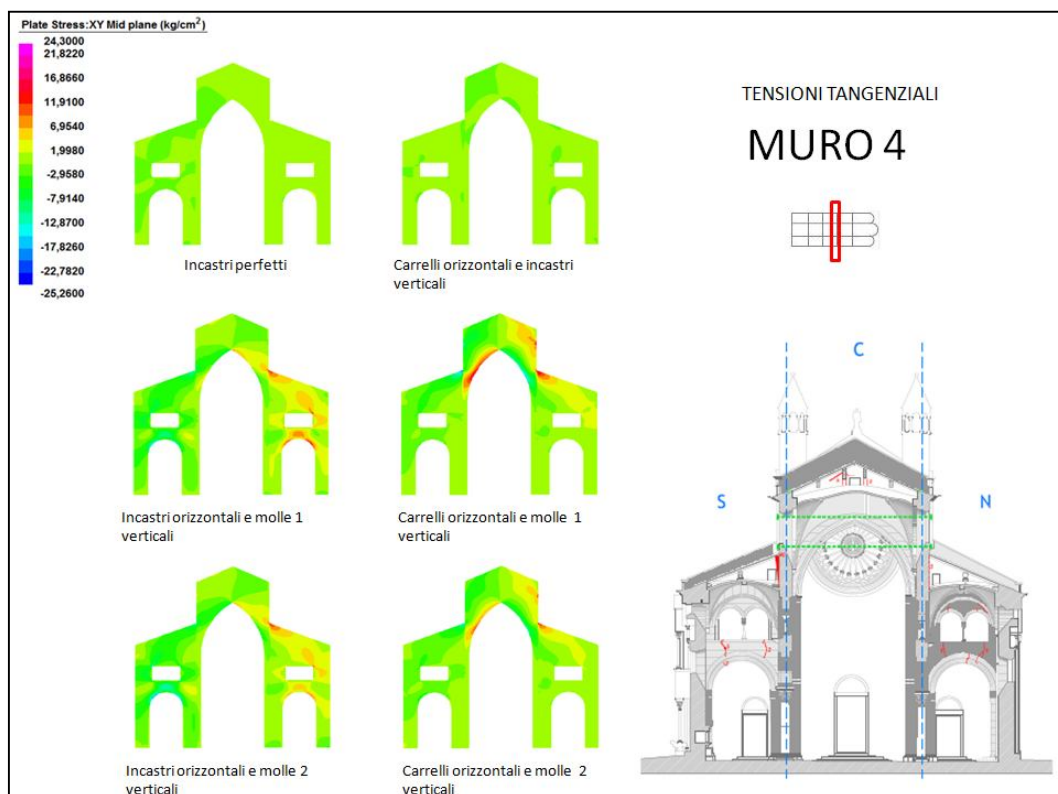
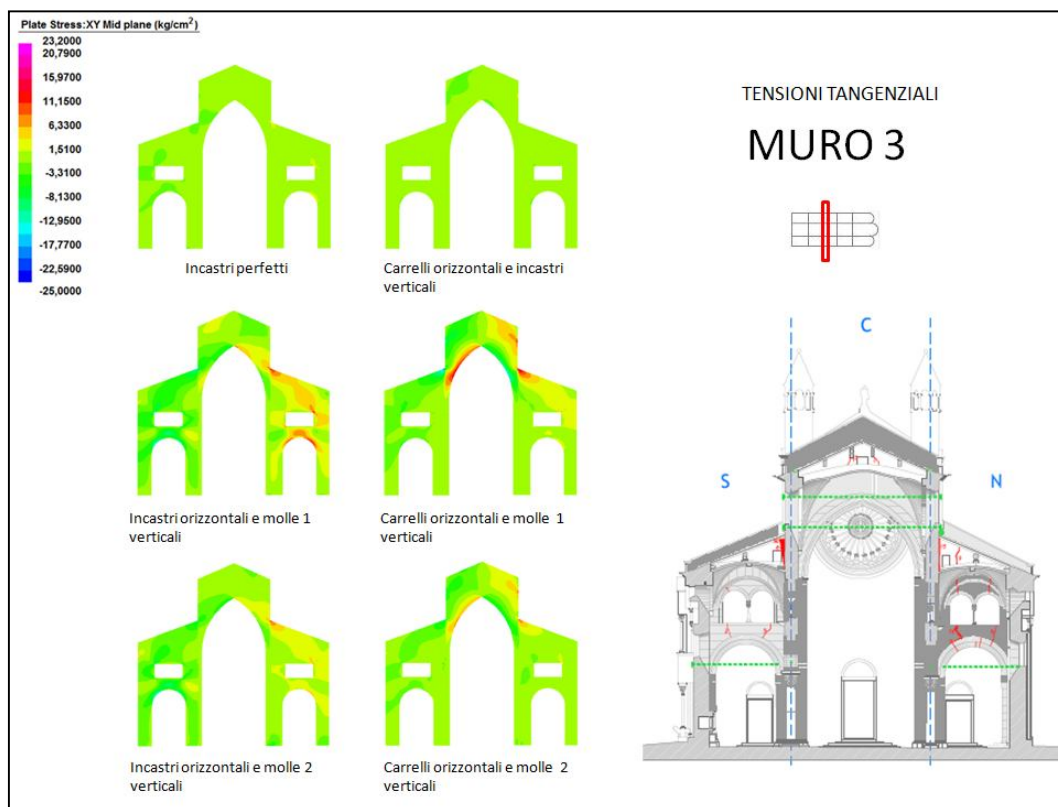


Fig. 3.7.3.2 Tensioni tangenziali per i muri 3 e 4.

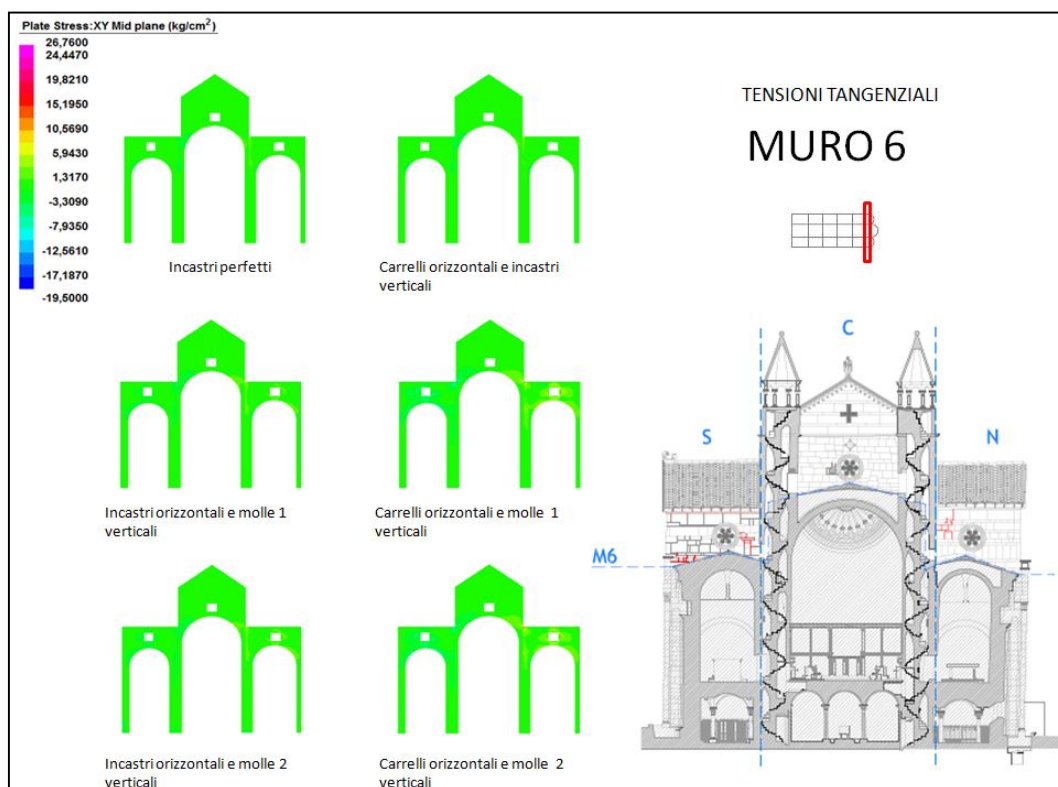
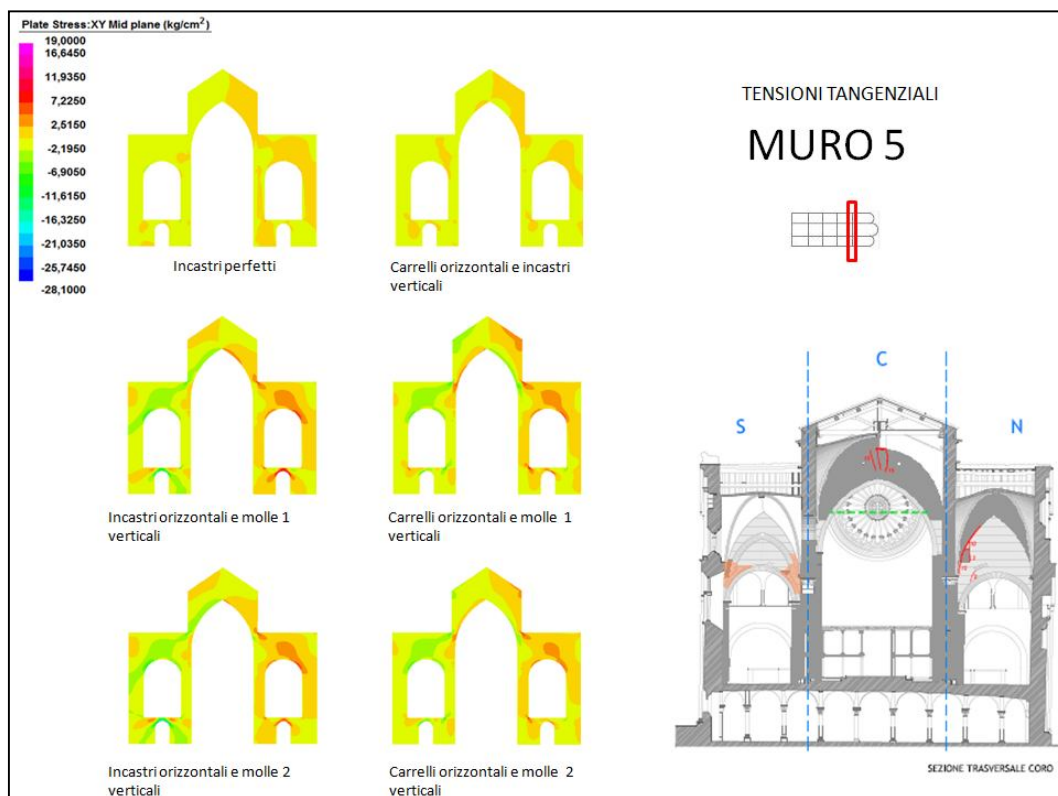


Fig. 3.7.3.3 Tensioni tangenziali per i muri 5 e 6.

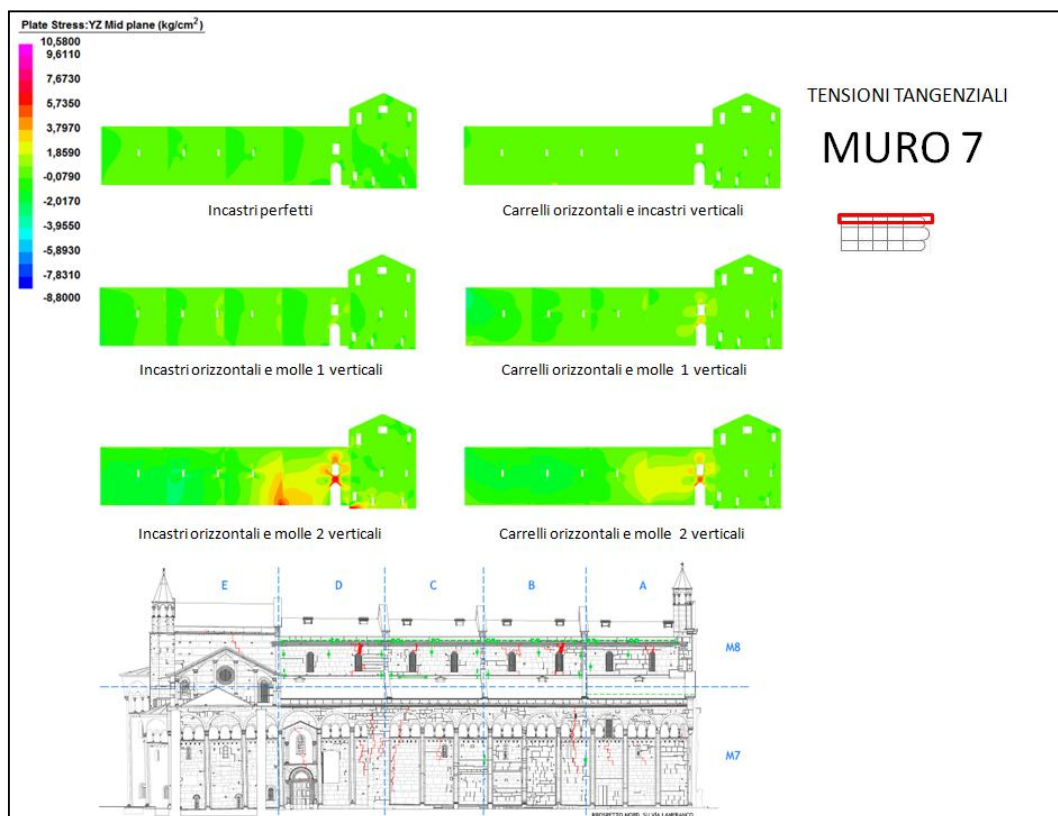
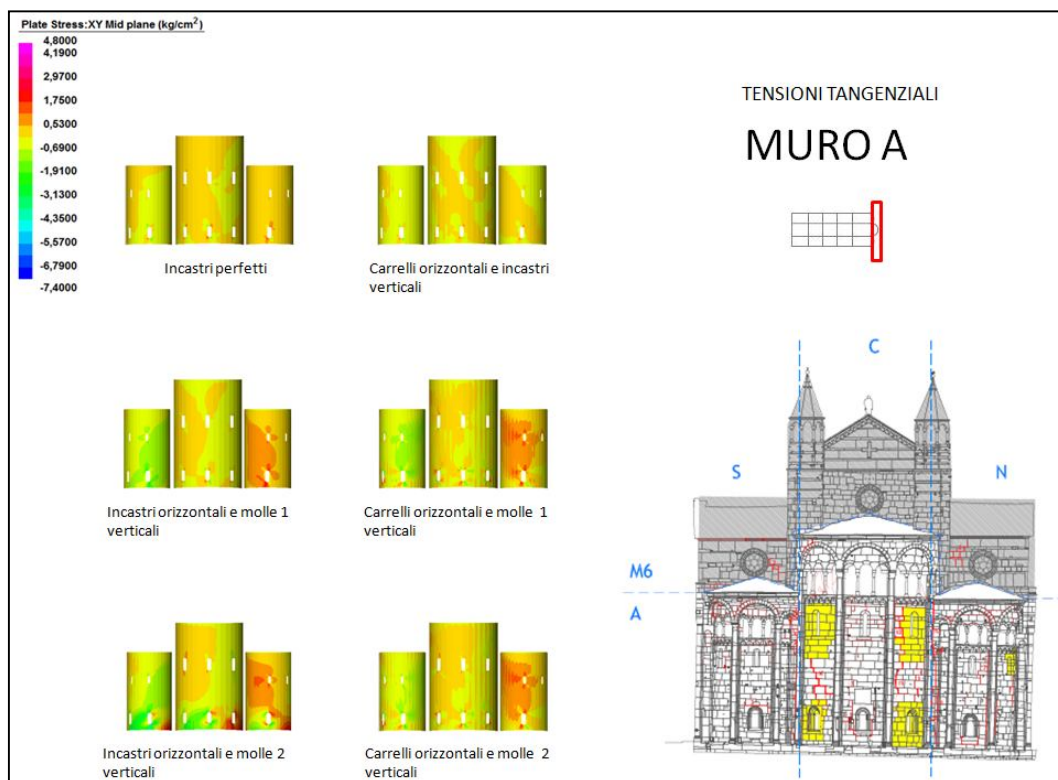


Fig. 3.7.3.4 Tensioni tangenziali per i muri A e 7.

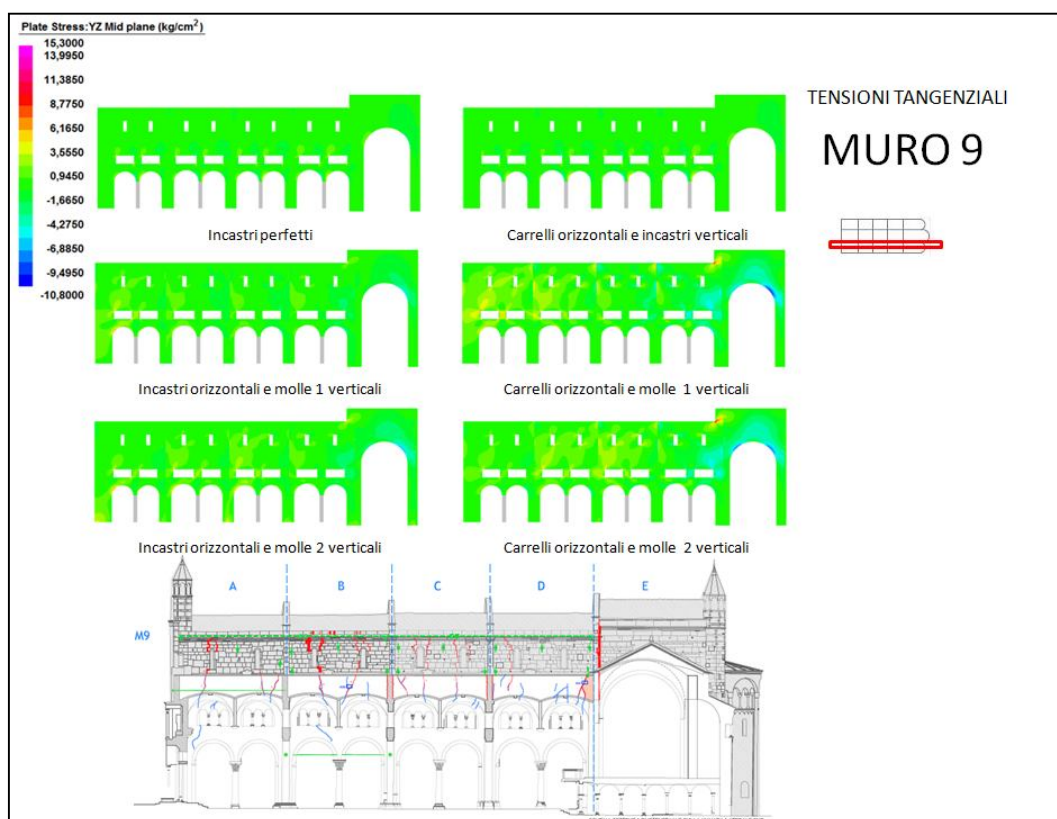
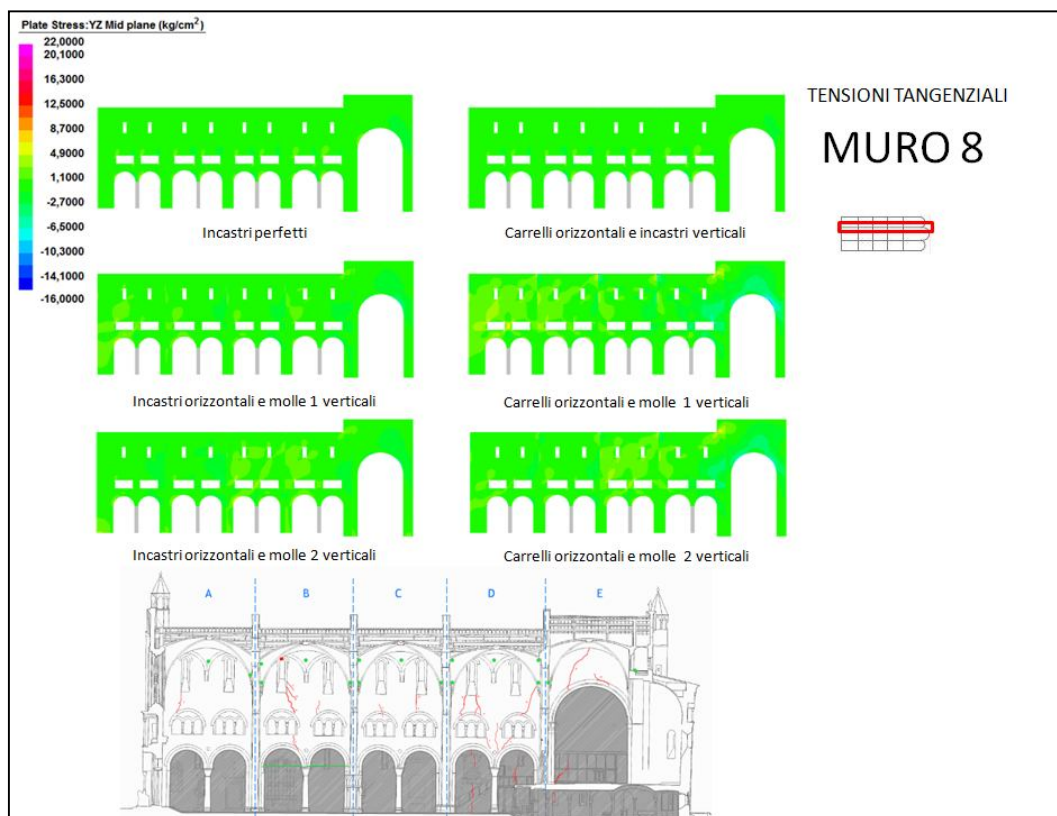


Fig. 3.7.3.5 Tensioni tangenziali per i murii 8 e 9.



Fig. 3.7.3.6 Tensioni tangenziali per il muro 10.

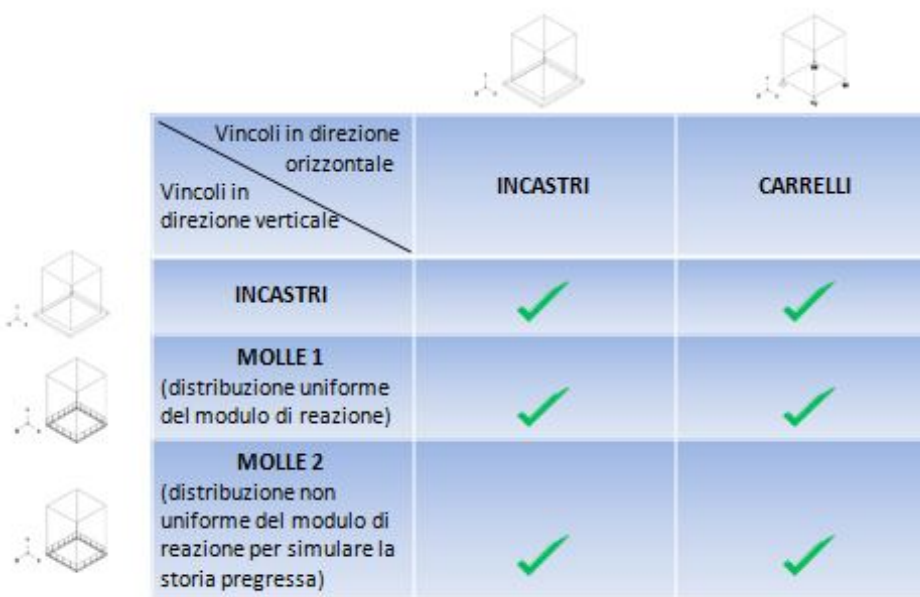
Capitolo 4

Studio degli effetti dovuti ai carichi statici su struttura fessurata

4.1 Introduzione

Il quadro fessurativo descritto nel capitolo 1 presenta diverse fessure passanti le quali possono notevolmente influenzare il comportamento sotto carichi statici della struttura. L'obiettivo di questo capitolo è quello di capire come queste fessure, considerate come sconnessione tra i paramenti murari, portino variazioni allo stato tensionale dovuto a carichi di peso proprio e permanente e se si sviluppino percorsi alternativi di carico che possano chiarire il comportamento strutturale dei paramenti murari.

Il modello analizzato è lo stesso considerato per l'analisi precedente, escludendo l'introduzione delle fessure, così come sono gli stessi carichi che agiscono sulla struttura, ovvero peso proprio e carichi permanenti. Pure il vincolamento non ha subito cambiamenti rispetto al caso precedente, si sono considerati sei diversi casi con differenti vincoli orizzontali e verticali, riepilogati nella seguente tabella:







  	 Vincoli in direzione orizzontale Vincoli in direzione verticale	INCASTR	CARRELLI
INCASTR		✓	✓
MOLLE 1 (distribuzione uniforme del modulo di reazione)		✓	✓
MOLLE 2 (distribuzione non uniforme del modulo di reazione per simulare la storia pregressa)		✓	✓

Fig. 4.1.1 Tabella riepilogativa dei vincoli considerati.

4.2 Fessure considerate

Le fessure prese in considerazione per l'analisi sono le principali fessure passanti già descritte nel quadro fessurativo del capitolo 1. Le fessure considerate appartengono alle fasce di lesioni maggiori che attraversano da nord a sud l'intera struttura muraria e che erano state già segnalate da rilievi storici effettuati dal Costa nel 1834.

Nella seguente figura sono evidenziate in pianta le lesioni principali di cui si tenuto nella modellazione agli elementi finiti.

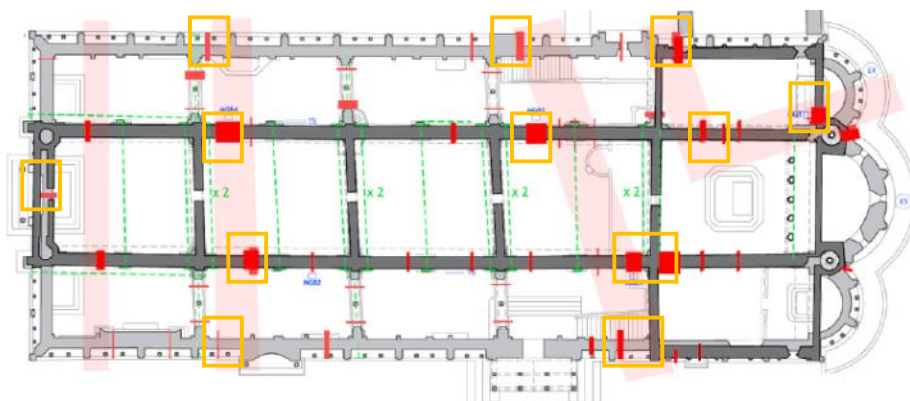


Fig. 4.2.1 Fasce di dissesto maggiori.

4.2.1 Muro di facciata

Il quadro fessurativo del muro di facciata è caratterizzato da una lesione verticale passante che parte dall'imposta del rosone e arriva sino alla chiave della volta dell'arco della porta principale. La porzione di muro interessata dalla rottura è un'area debole dal 1230-44 quando venne inserito il rosone, ad esso si aggiungono i continui rimaneggiamenti che il protiro subì a causa del continuo spostamento della tomba del Cardinal Ferrari; anche gli eventi sismici hanno contribuito al degrado della facciata.

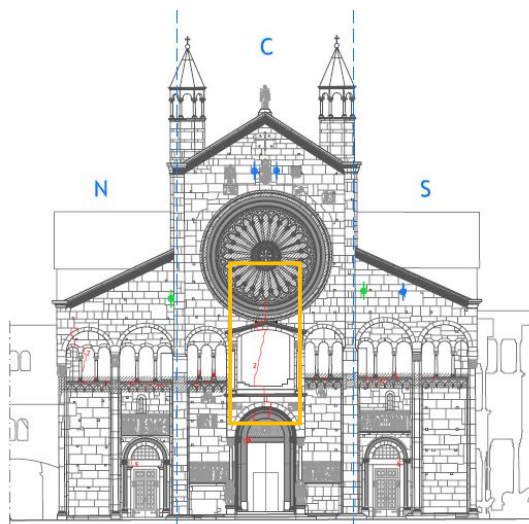


Fig. 4.2.1.1 Prospetto ovest su Corso Duomo (Studio Tecnico Silvestri) [28].

4.2.2 Muri trasversali interni

I muri trasversali interni (muri 2,3,4) presentano lesioni che interessano in chiave e delle reni gli archi delle navate laterali; la sezione del coro presenta una lesione che interessa la porzione di muratura sovrastante l'arco della navata centrale e una lesione nell'arco della navata nord, in corrispondenza dell'imposta della volta.

Queste fessure non sono state prese in considerazione per la modellazione della struttura fessurata.

4.2.3 Muri Absidali

I muri absidali sono quelli che nella storia hanno subito maggiori rimaneggiamenti a causa dei cedimenti dovuti alla vicinanza con la torre campanaria. Il muro 6 presenta una fessura importante nella parete nord, che parte

dalla copertura del falso transetto, l'apertura della fessura è monitorata con un misuratore di giunto triassiale.

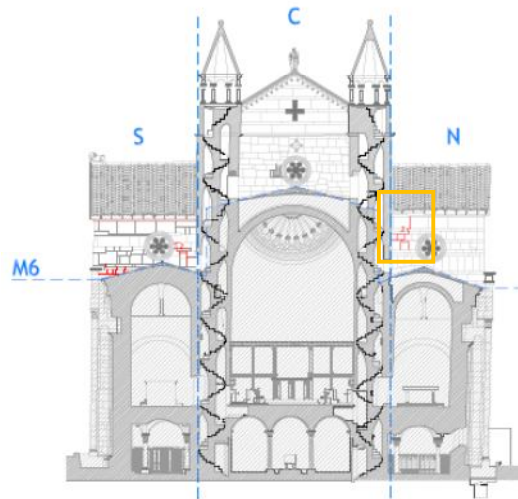


Fig. 4.2.3.1 Sezione trasversale muro absidale (Studio Tecnico Silvestri[28]).

4.2.4 Muri longitudinali lato nord

Il muro longitudinale esterno su via Lanfranco presenta diverse fessure di vecchia data che sono state considerate nel modello agli elementi finiti. Le due lesioni verticali, che sono il proseguimento di lesioni presenti al colmo della parete longitudinale interna, partono dal colmo del paramento murario e continuano per oltre la metà della parete. Le lesioni sono posizionate in corrispondenza di punti ipotizzati come di raccordo tra le diverse fasi costruttive dalla ricostruzione storica. Prova di questo è che la lesione verticale più a est, che in realtà è un insieme di tante fessure più piccole, che è posizionata su un ringrosso murario, un'anomalia che si ipotizza dovuta al necessario rinforzo di una zona particolarmente critica.

La lesione diagonale in prossimità della statua di San Geminiano è probabilmente parte di un movimento globale del transetto e corrisponde al punto in cui si appoggia un arcone di collegamento della Ghirlandina.

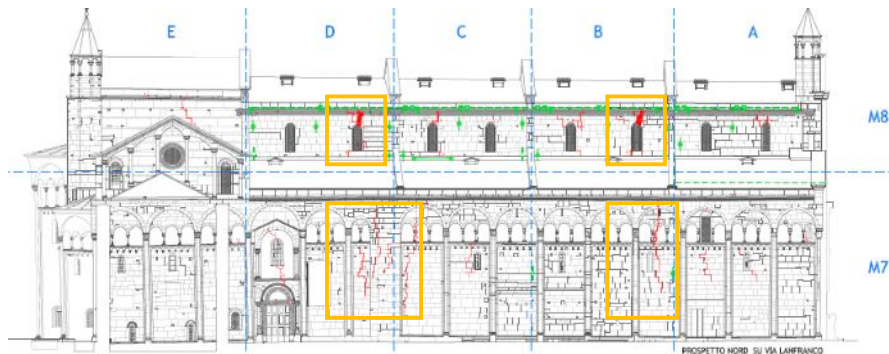


Fig. 4.2.4.1 Prospetto muro esterno su via Lanfranco (Studio Tecnico Silvestri[28]).

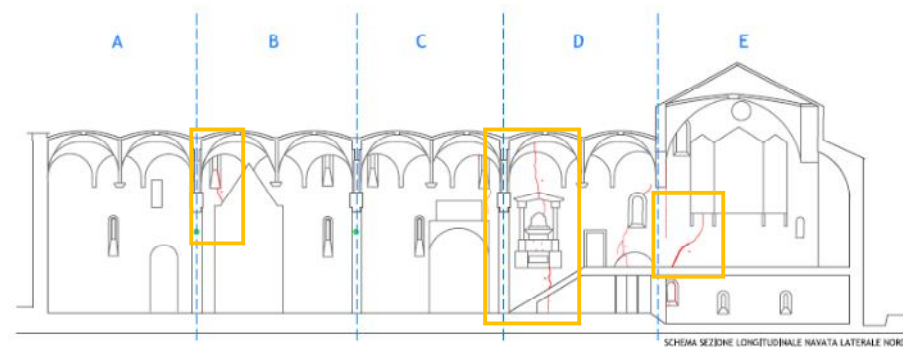


Fig. 4.2.4.2 Sezione muro esterno su via Lanfranco (Studio Tecnico Silvestri[28]).

Il muro interno dal lato di via Lanfranco presenta anch'essa tre importanti lesioni passanti che sono state modellate agli elementi finiti. Le lesioni di grande entità presenti nella seconda e quarta campata interessano tutto il paramento murario, esse si sviluppano a partire dalle monofore, attraverso il matroneo, fino agli archi

a tutto sesto. La rottura è una rottura a taglio lungo i giunti di malta deboli ed è l'effetto di eventi sismici di vecchia data. In corrispondenza di queste lesioni sono presenti misuratori di giunto biassiale con funzione di monitoraggio.

L'altra lesione grave si verifica nella porzione di muratura sovrastante gli archi del transetto: la zona è da sempre debole ed è quella che subisce il maggior effetto dei cedimenti absidali. A ciò si aggiunge la spinta degli archi, nella stessa direzione dei moti differenziali, che non è assorbita da tiranti.

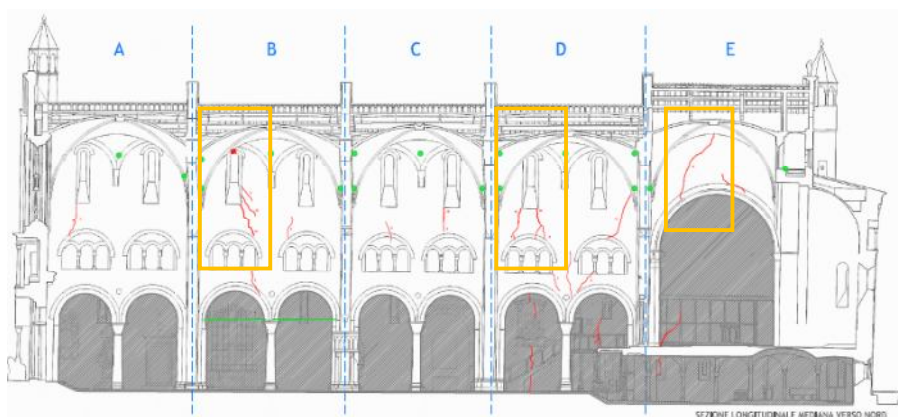


Fig. 4.2.4.3 Sezione muro interno su via Lanfranco (Studio Tecnico Silvestri[28]).

4.2.5 Muri longitudinali lato nord

Il muro longitudinale esterno su piazza Grande presenta diverse fessure di vecchia data che sono state considerate nel modello agli elementi finiti. Le due lesioni verticali, che sono il proseguimento di lesioni presenti al colmo della parete longitudinale interna, partono dal colmo del paramento murario e continuano per oltre la metà della parete. Le lesioni sono posizionate in corrispondenza di punti ipotizzati come di raccordo tra le diverse fasi costruttive dalla ricostruzione storica. Il paramento murario ha subito numerosi cambiamenti nel corso della

storia per questo le lesioni considerate non sono facilmente identificabili dall'esterno dove risultano un insieme di tante fessure di minor entità.

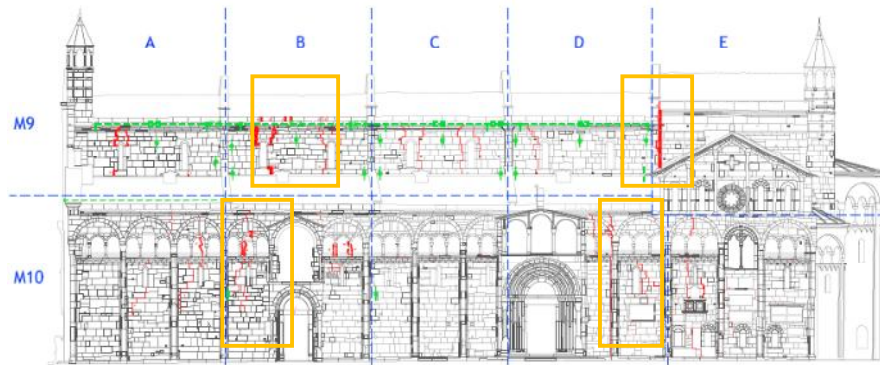


Fig. 4.2.5.1 Prospetto muro esterno su piazza Grande (Studio Tecnico Silvestri[28]).

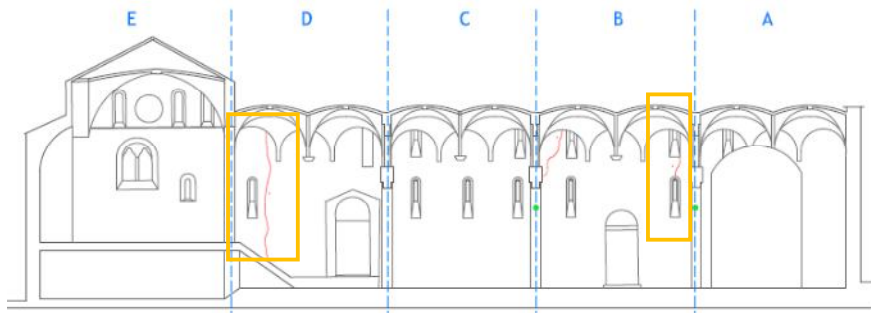


Fig. 4.2.5.2 Sezione muro esterno su piazza Grande (Studio Tecnico Silvestri[28]).

Il muro interno dal lato di piazza Grande presenta anch'essa importanti lesioni passanti che sono state modellate agli elementi finiti. Le lesioni di grande entità sono presenti nella seconda campata interessano tutto il paramento murario, esse si sviluppano a partire dalle due monofore, attraverso il matroneo, fino agli archi a tutto sesto. La rottura è una rottura a taglio lungo i giunti di malta deboli ed è

l'effetto di eventi sismici di vecchia data. In corrispondenza di queste lesioni sono presenti misuratori di giunto biassiale con funzione di monitoraggio.

In corrispondenza del collegamento tra la quarta campata e la campata del coro è presente il giunto di collegamento, ovvero una completa discontinuità tra la navata centrale e la sopraelevazione del presbiterio.

Nella stessa zona è presente una fessura diagonale a taglio anch'essa monitorata con un giunto biassiale.

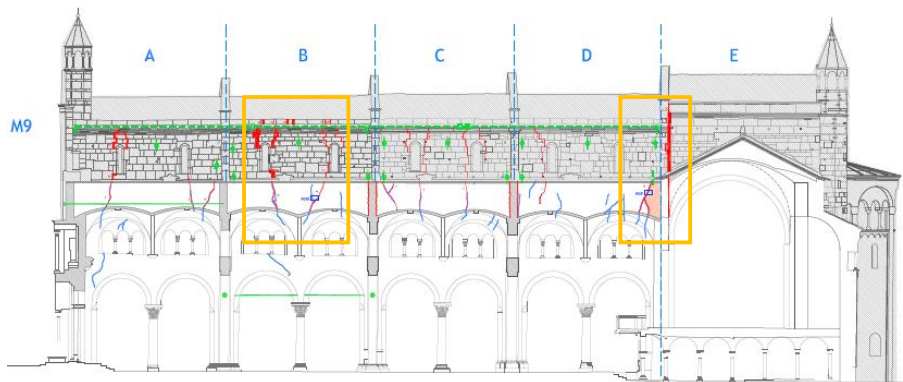


Fig. 4.2.5.3 Sezione muro interno su piazza Grande (Studio Tecnico Silvestri[28]).

4.3 Modellazione fessure

Nella simulazione agli elementi finiti le fessure sono state modellate come vere e proprie sconnessioni interne al paramento murario, in modo tale che non avvenga alcuna trasmissione di tensione tra le porzioni di muratura separate dalle lesioni.

Questo modo di agire porta intrinsecamente nella modellazione agli finiti concentrazioni di tensione nei punti di singolarità del modello che corrispondono ai punti di chiusura delle fessure.

Nelle seguenti figure sono riportate i paramenti murari modificati mettendo in evidenza le rispettive fessure:

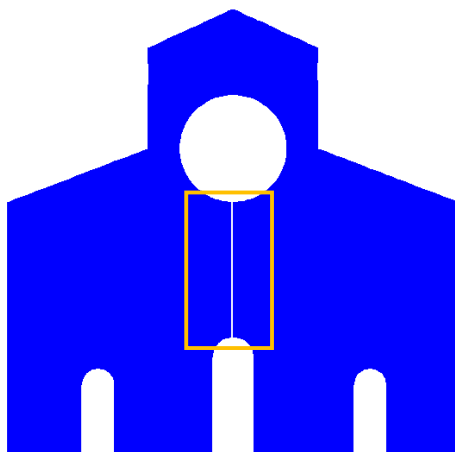


Fig. 4.3.1 Modellazione del muro 1 fessurato.

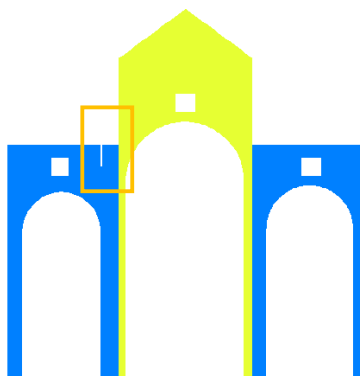


Fig. 4.3.2 Modellazione del muro 6 fessurato

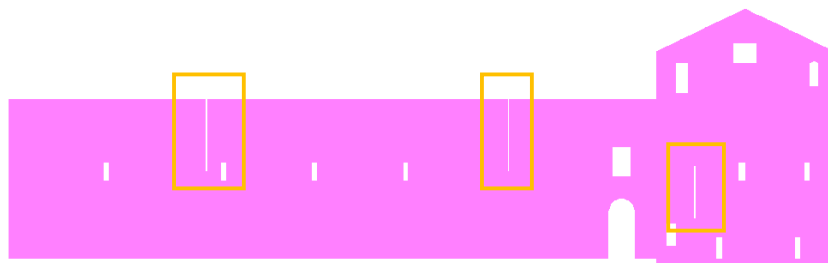


Fig. 4.3.3 Modellazione del muro 7 fessurato

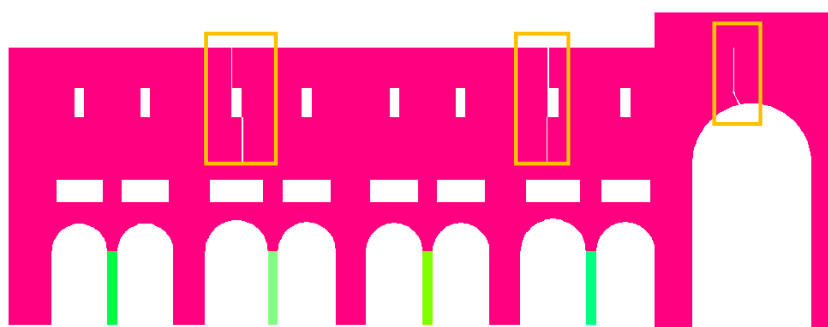


Fig. 4.3.4 Modellazione del muro 8 fessurato

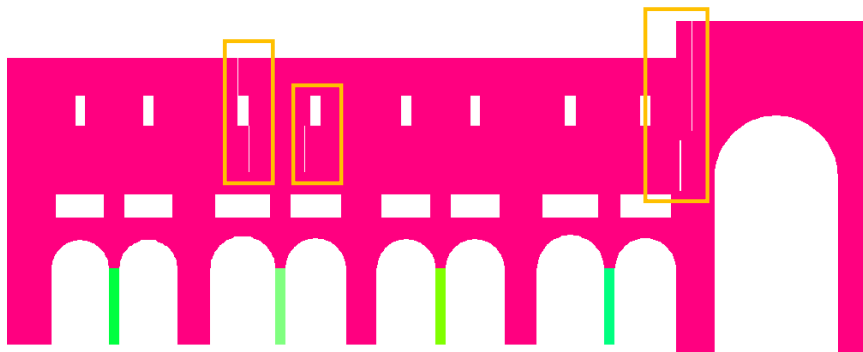


Fig. 4.3.5 Modellazione del muro 9 fessurato



Fig. 4.3.6 Modellazione del muro 10 fessurato

4.4 Isostatiche di trazione

L'analisi effettuata sui modelli comprensivi di fessure, soggetti a pesi propri e permanenti, è effettuata solamente in termini di tensioni di trazione orizzontale; non si sono analizzati gli altri aspetti valutati per l'analisi sotto carichi statici poiché non si troverebbero sostanziali cambiamenti in termini di pressione alla base e movimenti effettuati dalla struttura.

Il confronto tra i risultati ottenuti su strutture con fessure e quelle senza fessure, risulta di centrale importanza in quest'analisi poiché ci permette di capire come l'eventuale disconnessione tra gli elementi murari influenzi il comportamento complessivo dell'intera struttura.

Come spiegato in precedenza le isostatiche di trazione consentono di capire le modalità con cui la struttura sostiene il carico ed ortogonalmente ad esse è lecito pensare siano individuate le zone lesionate.

Per i muri longitudinali vengono prese in considerazione le isostatiche in direzione Z, cioè quelle nel piano della parete; allo stesso modo per i muri trasversali e per l'abside si considerano le tensioni di trazione in direzione X. I valori di picco per le diverse condizioni di vincolo vengono messe a confronto per visualizzare la condizione più sfavorevole.

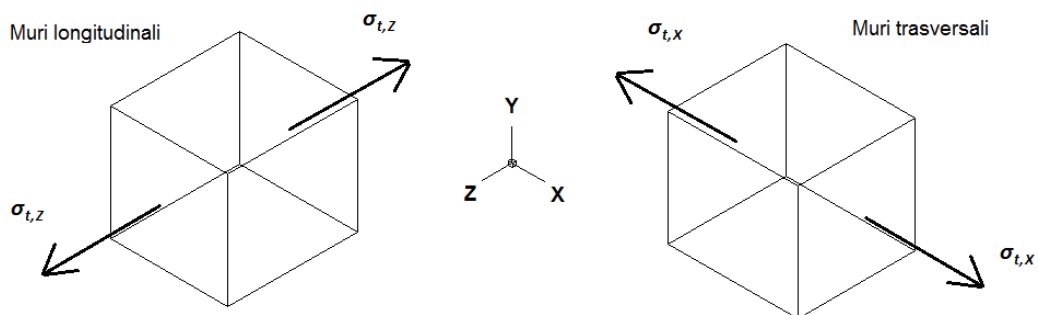


Fig.4.4.1 Schema di calcolo delle tensioni orizzontali

I risultati presentati nelle tavole seguenti sono tutti espressi in Kg/cm², la scala utilizzata è la stessa utilizzata nella precedente analisi sotto carichi statici, in modo da facilitare il confronto tra i risultati ottenuti.

Per ogni parete è riportato il valore massimo di trazione orizzontale ottenuta tra tutti i modelli con diverso vincolamento, le zone dove non è presente la mappa di colore che risultano grigie sono zone in cui non è presente trazione, ovvero zone in cui sono presenti tensioni di compressione orizzontale.

Per facilitare il confronto tra le zone maggiormente sollecitate dalle trazioni e il quadro fessurativo sono riportate affianco alla mappa di colore anche le figure con le pareti in cui sono messe in evidenza le rispettive fessure.

Per chiarire il confronto con i prospetti e le sezioni del quadro fessurativo, in cui sono riportate le indicazioni nord, centro e sud, si deve specificare che il lato nord dei modelli agli elementi finiti dei muri trasversali è posta sempre sulla sinistra, mentre per i muri longitudinali sulla sinistra c'è sempre il lato ovest.

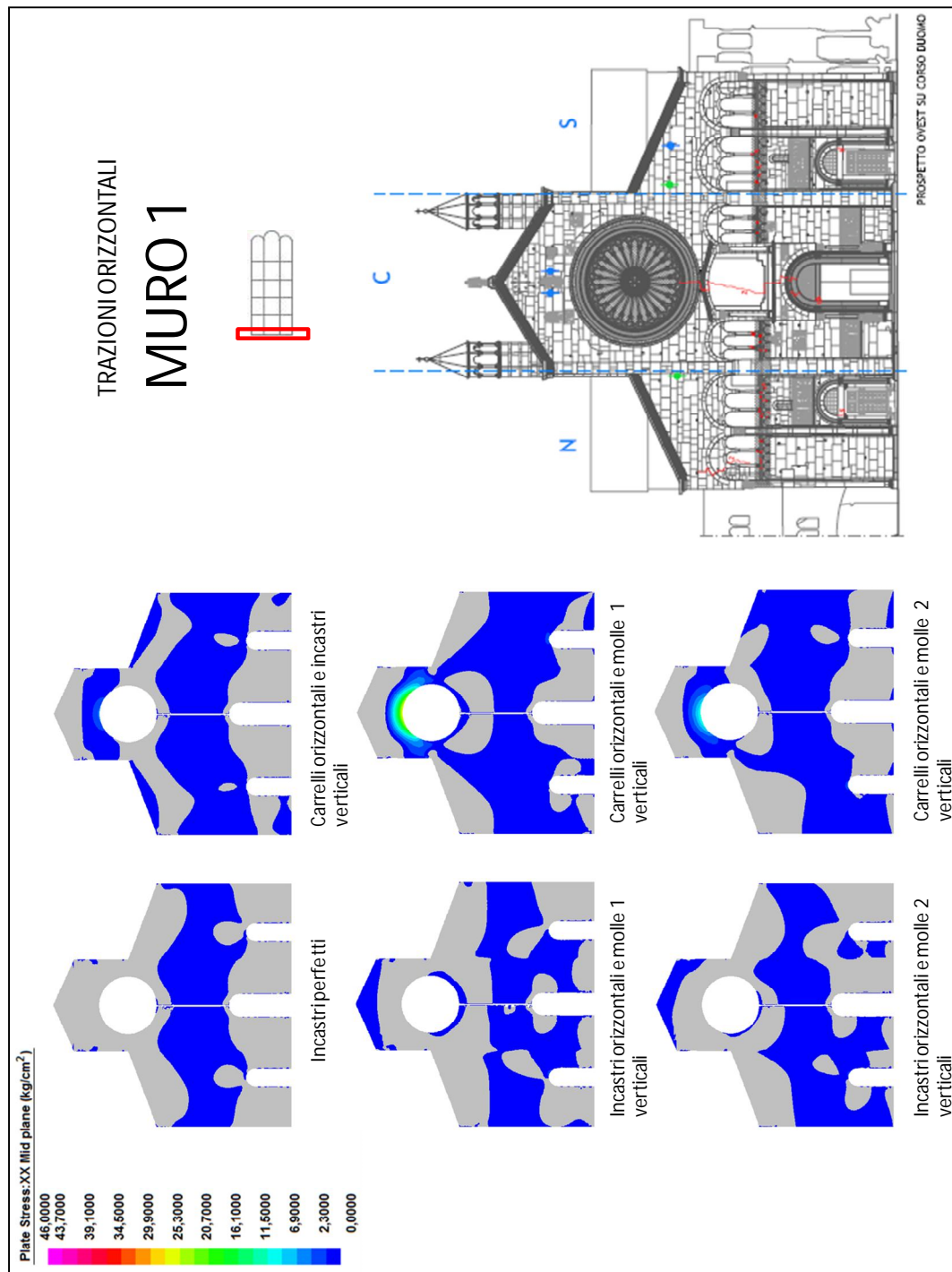


Fig.4.4.2 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 1 con fessure

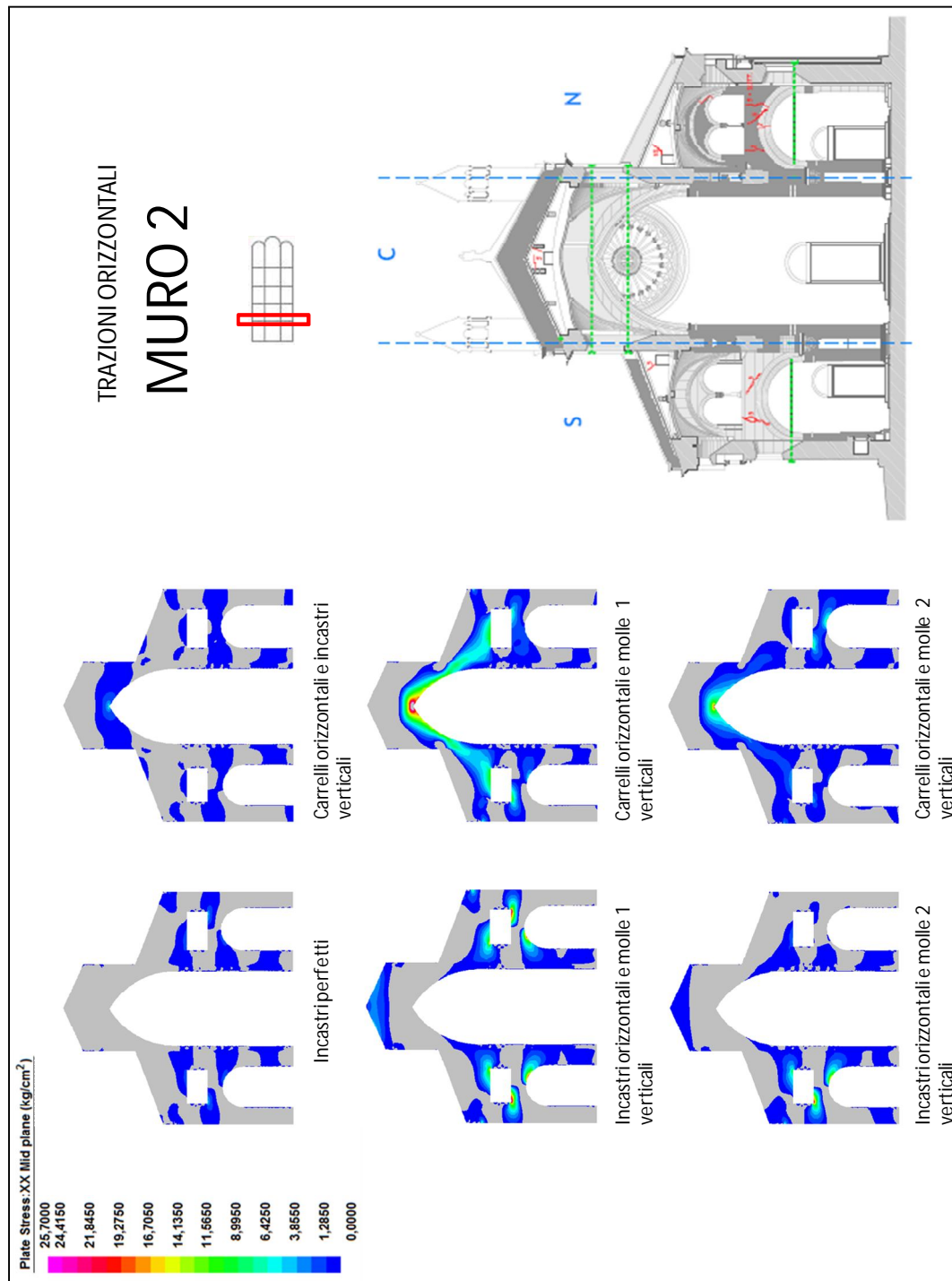


Fig.4.4.3 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 2 con fessure

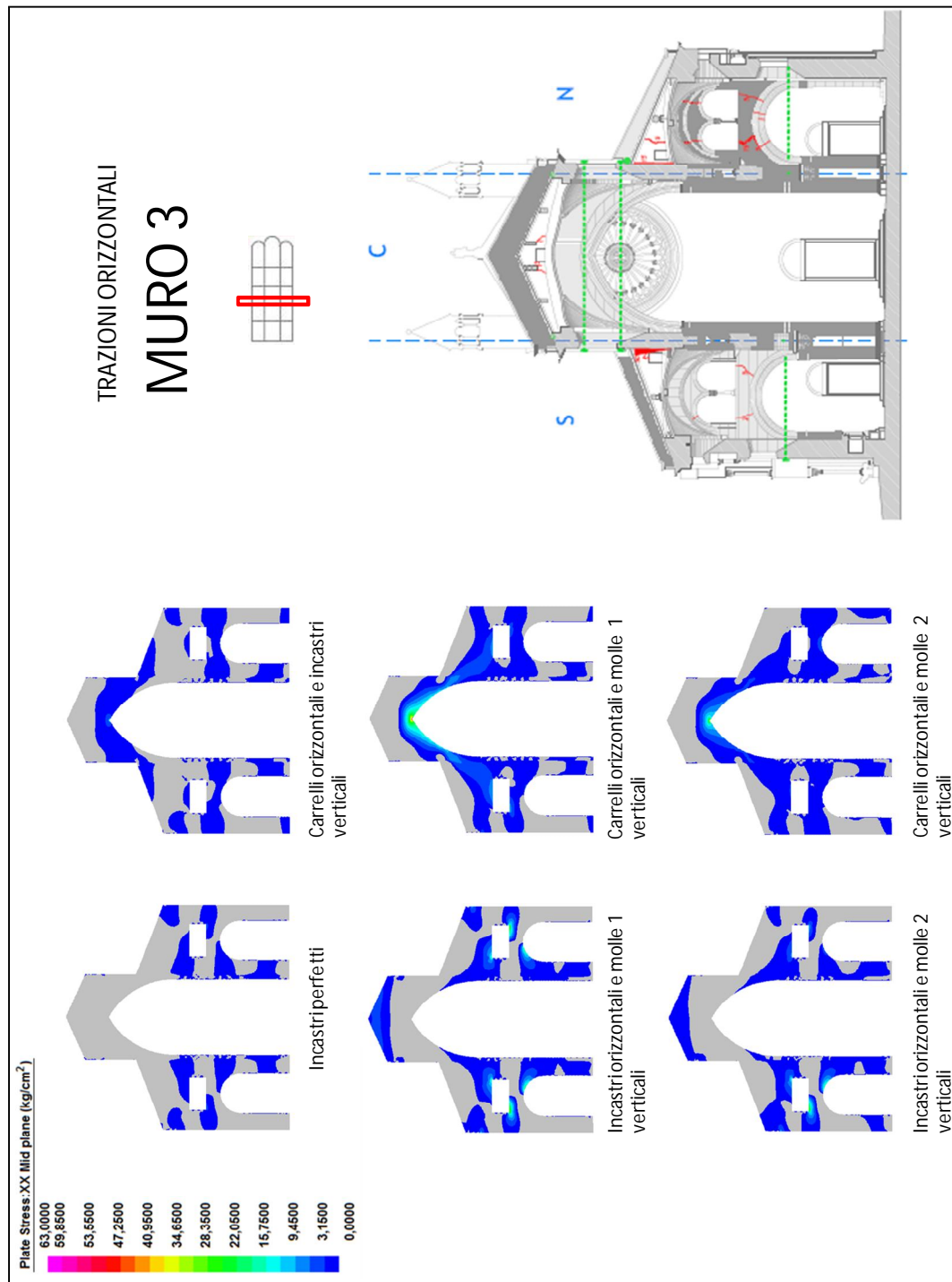


Fig.4.4.4 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 3 con fessure

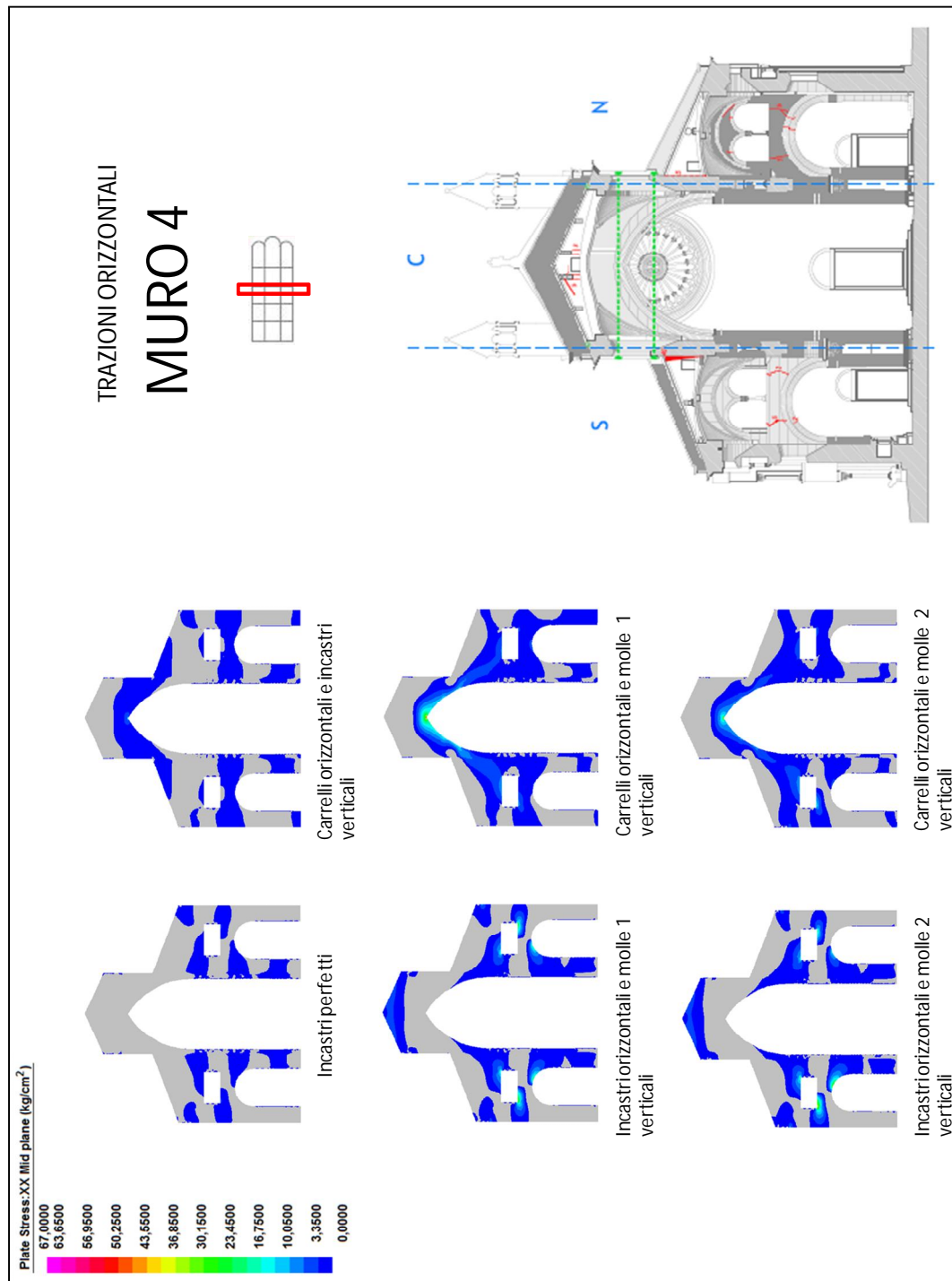


Fig.4.4.5 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 4 con fessure

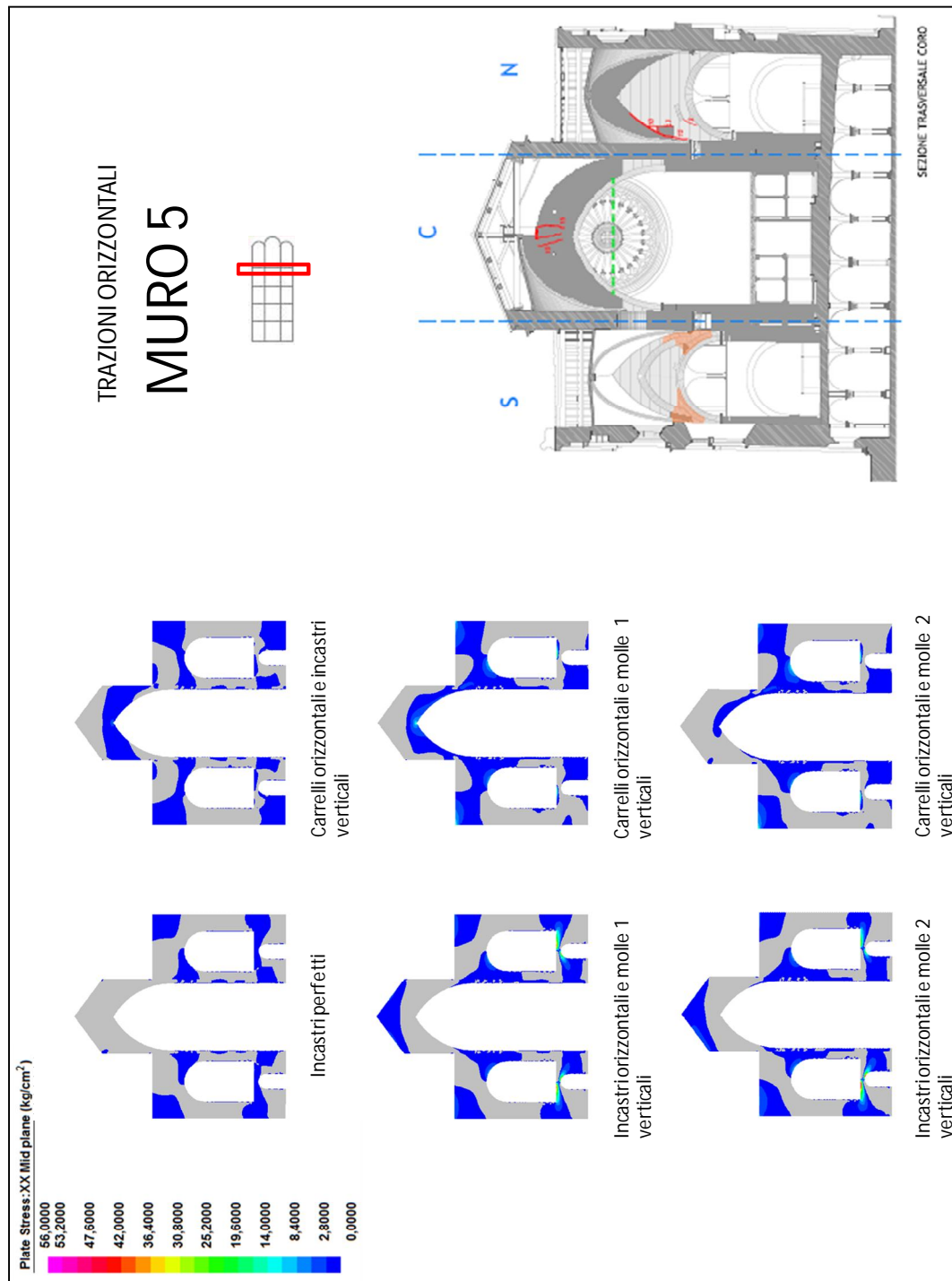


Fig.4.4.6 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 5 con fessure

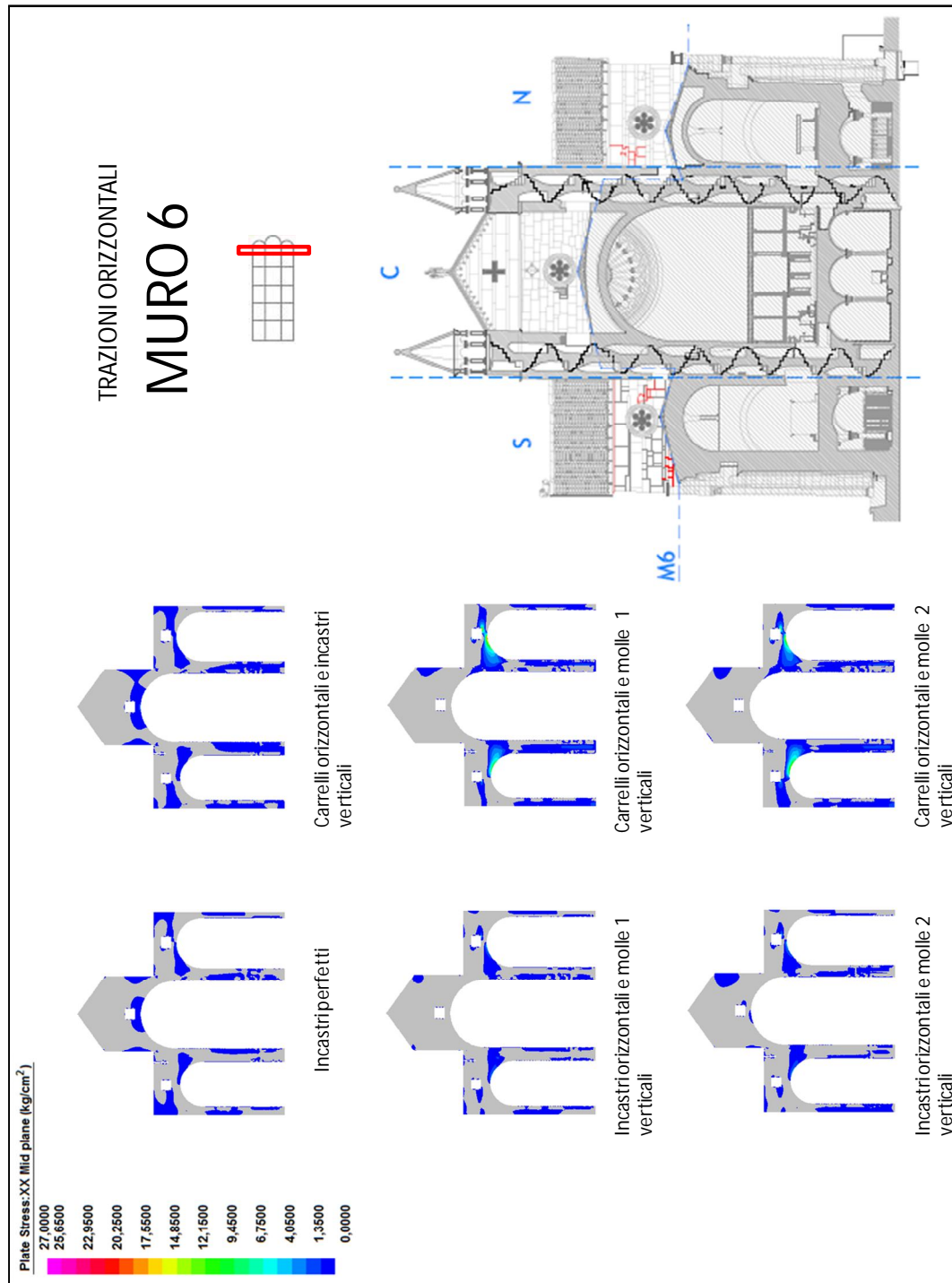


Fig.4.4.7 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 6 con fessure

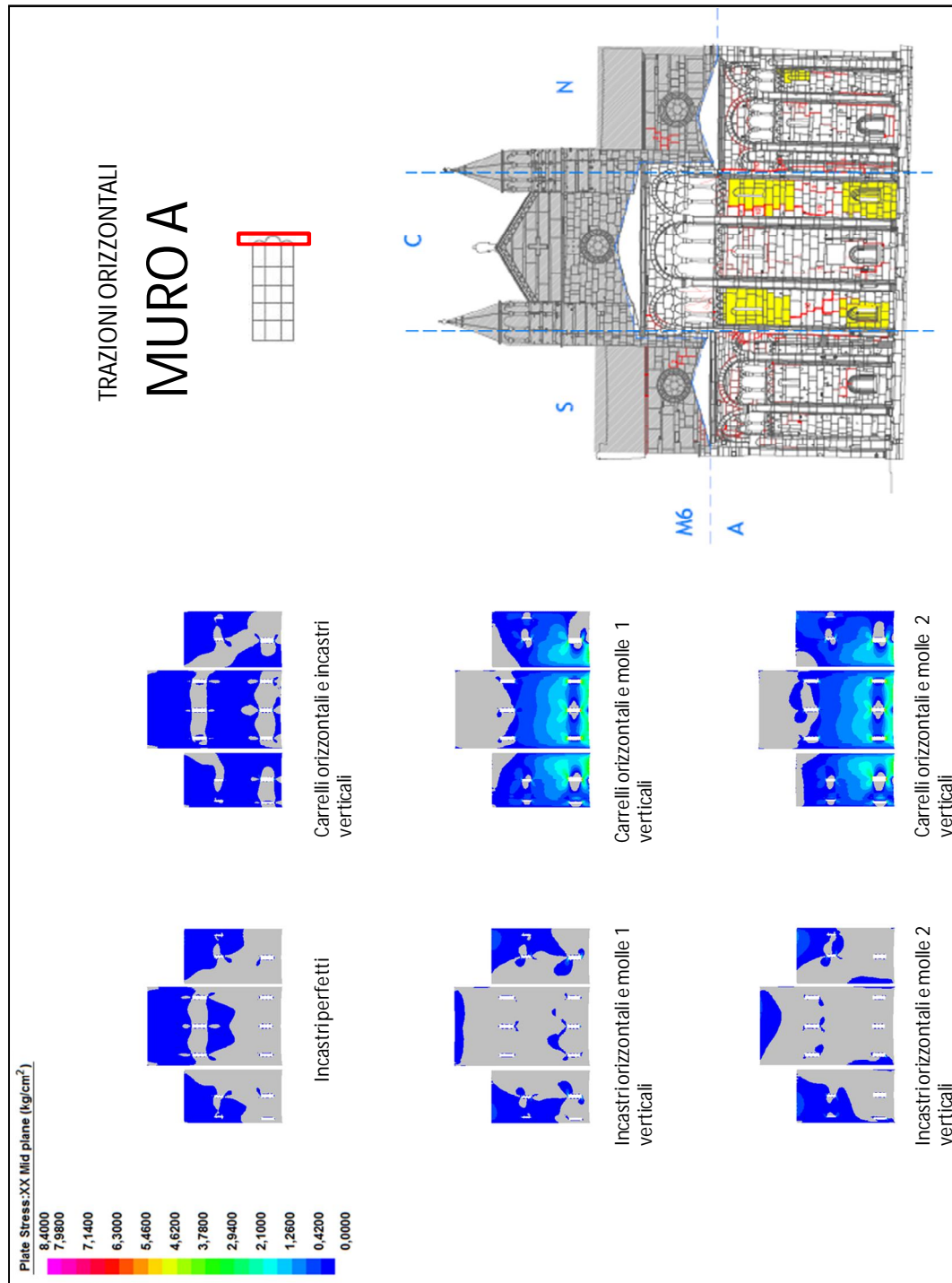


Fig.4.4.8 Tensioni orizzontali di trazione per il muro A con fessure

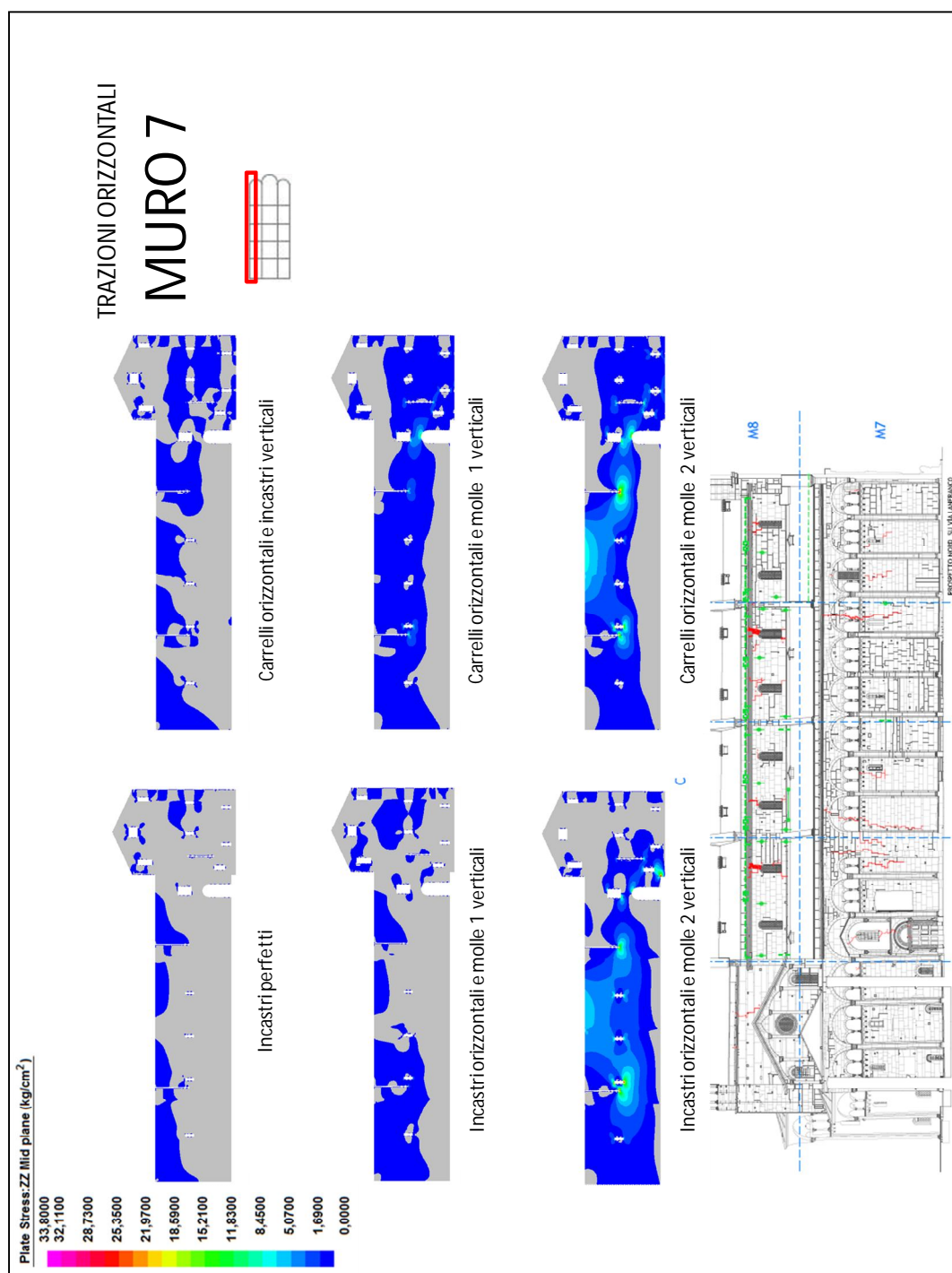


Fig.4.4.9 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 7 con fessure

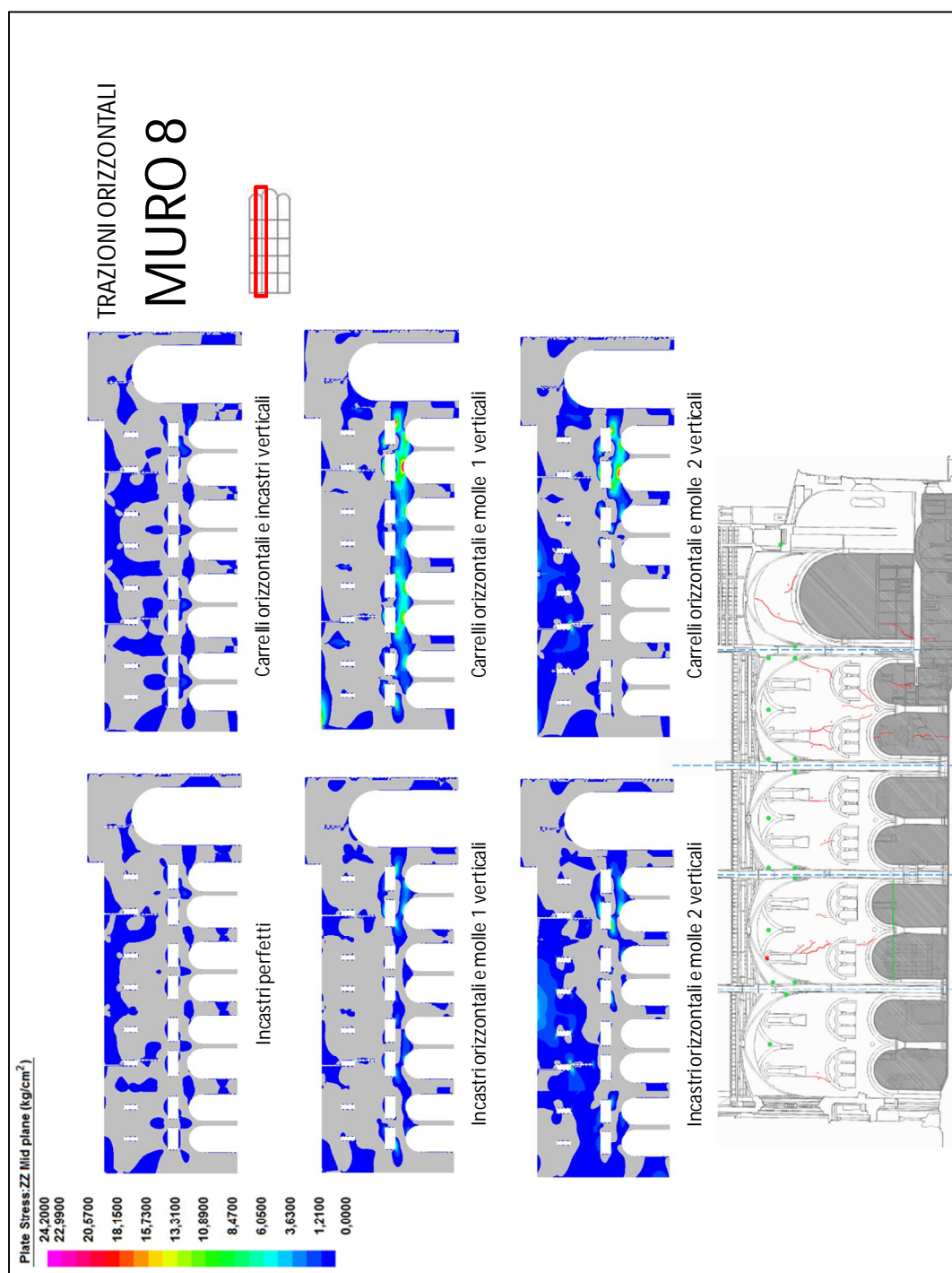


Fig.4.4.10 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 8 con fessure

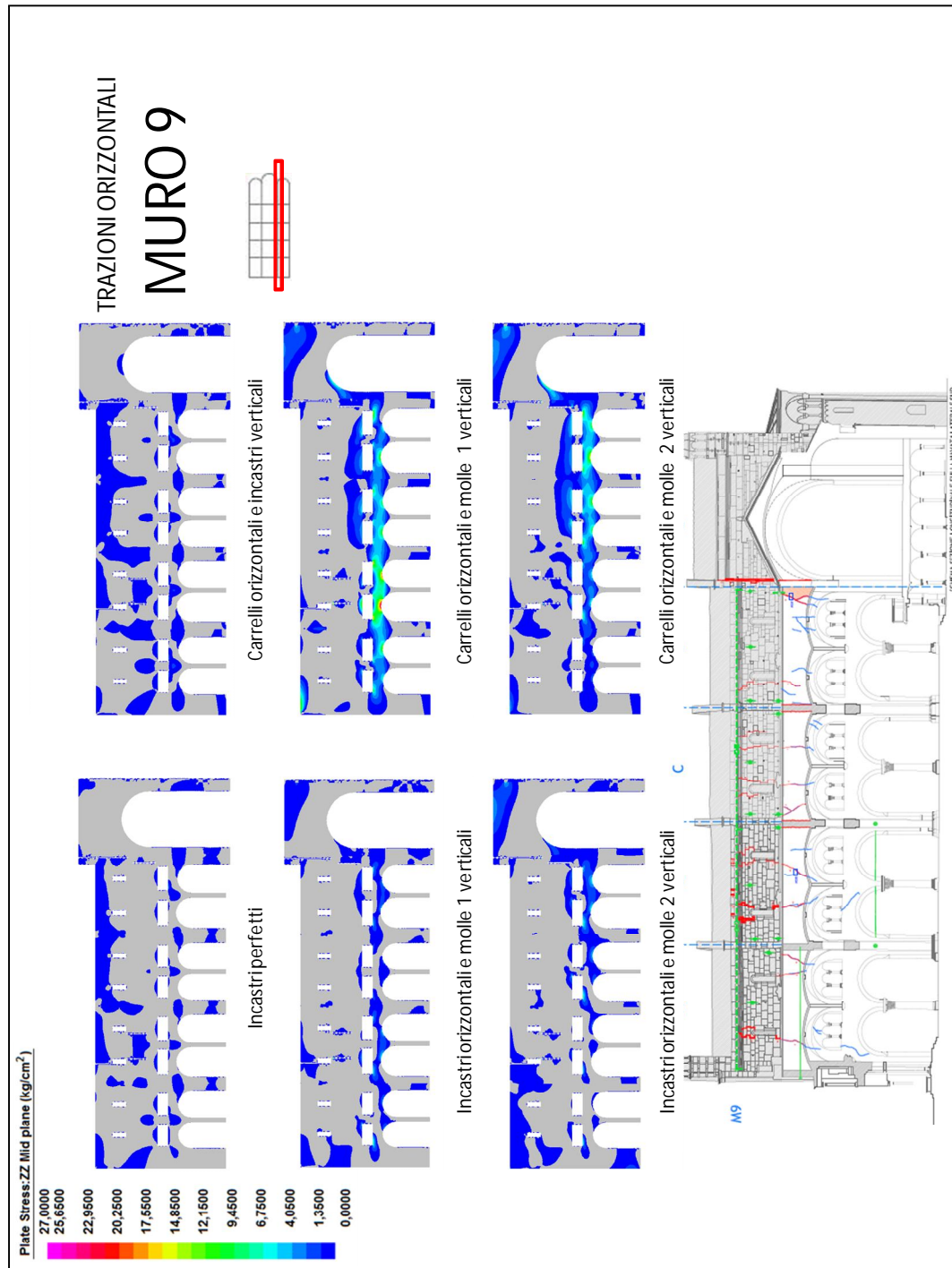


Fig. 4.4.11 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 9 con fessure

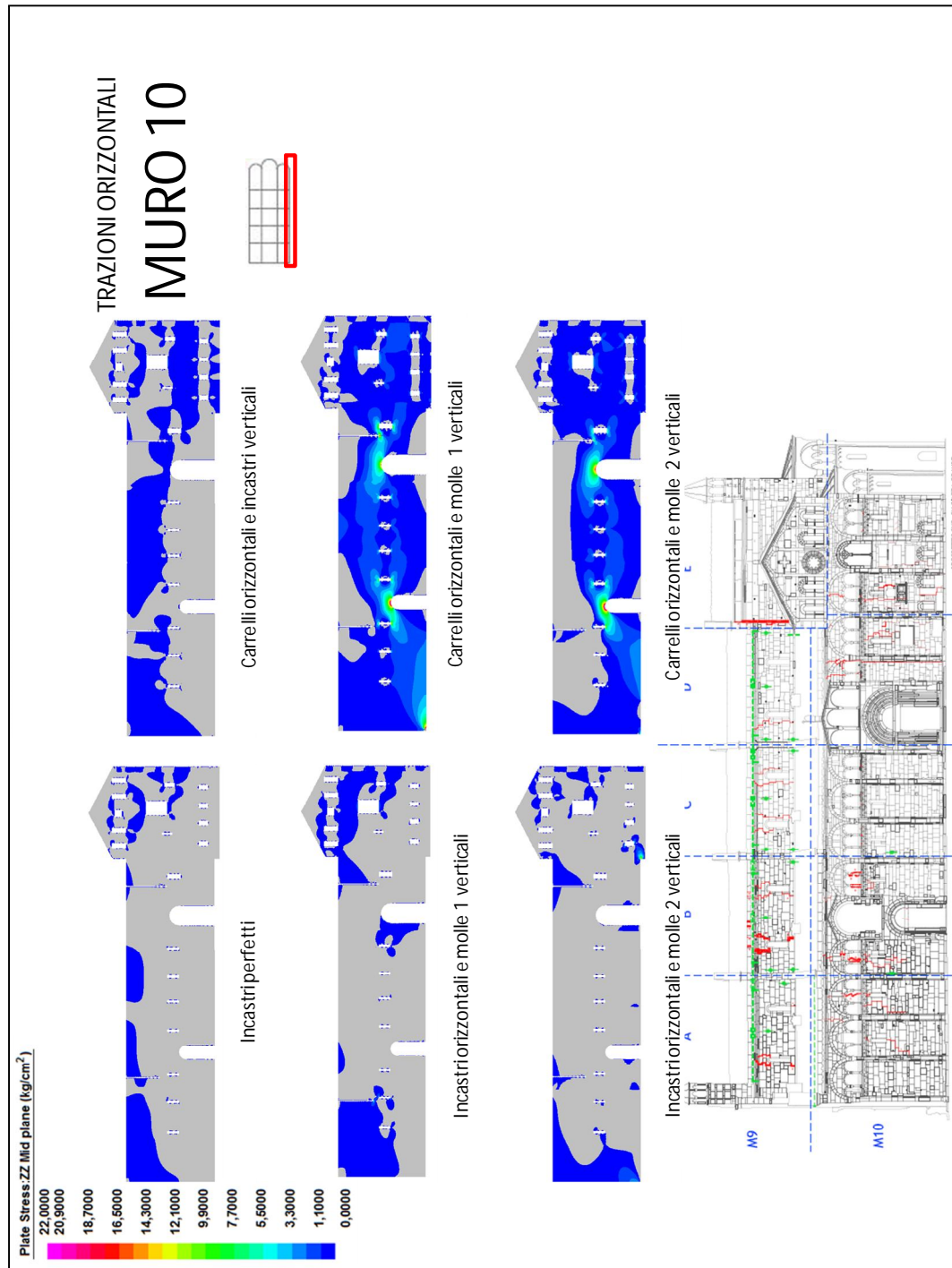


Fig.4.4.12 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 10 con fessure

4.4.1 Sintesi dei risultati

I risultati ottenuti in termini di isostatiche di trazione per i modelli con fessure, opportunamente vincolati, presentano il medesimo comportamento dei modelli non fessurati a livello di risposta strutturale al vincolamento alla base. I valori di picco più alti si riscontrano infatti nel caso di vincolamento con carrelli orizzontali i quali tendendo ad aprirsi alla base portano maggiori trazioni che si concentrano, in funzione della parete interessata, in chiave agli archi o alle altre aperture presenti. Anche per quanto riguarda i vincoli verticali si ha un comportamento assimilabile a quello dei modelli non fessurati, si nota infatti che i valori nel caso di incastri verticali sono inferiori rispetto ai casi in cui sono presenti le molle, tra queste poi tendenzialmente si hanno valori più alti nel caso di molle uniformi che sono meno rigide, questo tuttavia non accade per tutte le pareti ed in particolare per quelle maggiormente influenzate dai cedimenti differenziali dovute alle preesistenze.

Nei seguenti paragrafi è riportato più dettagliatamente il comportamento riscontrato dai singoli paramenti murari ed il confronto con i risultati ottenuti in precedenza su modelli privi di fessure.

4.4.2 Muri trasversali

Il muro di facciata fessurato (muro 1) presenta un comportamento notevolmente difforme da quello descritto in precedenza per i modelli non fessurati, la presenza della fessura continua che parte dall'estremità inferiore del rosone sino alla chiave dell'arco principale non consente più lo sviluppo di elevate tensioni di trazione in chiave all'arco stesso, a causa della mancanza di continuità materiale, ciò porta allo svilupparsi di un percorso alternativo di azione dei carichi nella parte sommitale del rosone dove si registrano i valori di picco delle trazioni orizzontali. L'ipotesi che si sviluppino tensioni nella parte sommitale del rosone, causa della presenza della fessura precedentemente descritta, non è confermata dal quadro

fessurativo descritto nel capitolo 1, poiché in questa area della parete non sono state rilevate lesioni durante il rilievo conoscitivo. Si presume quindi che la presenza della fessura passante consenta comunque la corretta trasmissione dei carichi nella zona lesionata.

Tutti i restanti muri trasversali (muri 2,3,4,5,6 e A) se si esclude il muro 6, sono privi di fessure, per tutti i paramenti infatti si ottengono sia numericamente che graficamente, andamenti di tensione analoghi a quelli rilevati sul Duomo privo di fessure. Soltanto i muri 2 e 3 risentono della differente trasmissione dei carichi del muro di facciata manifestando valori più elevati in chiave agli archi della navata centrale.

4.4.3 Muri longitudinali

I muri longitudinali sono i paramenti murari in cui è stata localizzato il maggior numero di fessure, ciò fa sì che i risultati dell'analisi su essi risentano, più degli altri paramenti, della presenza delle lesioni.

Il muro longitudinale esterno su via Lanfranco sviluppa un comportamento non dissimile rispetto al caso già analizzato, causa la presenza di fessure si riduce l'area in corrispondenza del colmo delle navate centrali della parete in cui si sviluppavano le tensioni di trazione di picco del paramento, le quali rimangono comunque localizzate in questa zona cui corrispondono le maggiori lesioni che interessano questo muro.

I valori di tensione di picco, in realtà, si trovano in corrispondenza della chiusura della fessura come già spiegato in precedenza queste concentrazioni sono intrinseche al metodo agli elementi finiti e non sono significative in termini di analisi.

La modellazione delle lesioni ha un'influenza limitata anche per i muri longitudinali interni (muri 8 e 9), i picchi di tensioni di trazione per il muro 8 si sviluppano come nella precedente analisi in chiave agli archi delle campatelle in particolar modo si evidenzia in questo caso la maggior tensione in corrispondenza della quarta campata dove sono state rilevate le lesioni nella zona compresa tra le trifore e gli archi delle campatelle delle navate laterali. Nei modelli con molle disomogenee è possibile cogliere in modo più evidente rispetto al caso non fessurato lo sviluppo di tensioni di trazione al colmo delle pareti da cui si partono le lesioni di maggior entità di questi paramenti murari.

Per il muro 9 la modellazione del giunto di sconnessione tra la quarta campata e la campata del coro causa, nel modello fessurato, lo sviluppo di tensioni di trazione al colmo della campata del coro il quale però non è suffragato dai rilievi effettuati sulle lesioni che non risultano presenti in questa zona. Nei modelli con molle disomogenee è possibile cogliere in modo più evidente rispetto al caso non fessurato lo sviluppo di tensioni di trazione al colmo delle pareti da cui si partono le lesioni di maggior entità di questi paramenti murari.

Il muro longitudinale esterno su piazza Grande (muro 10) presenta un comportamento anomalo, i modelli con carrelli orizzontali e incastri o molle uniformi verticali che nel caso non fessurato presentavano elevati valori di picco al colmo delle murature, zone da cui partono le lesioni maggiori, subiscono una notevole variazione di comportamento in termini di isostatiche di trazione nei modelli fessurati, dove le tensioni al colmo tendono a ridursi, concentrandosi invece in chiave agli archi delle porte di ingresso affacciata sulla piazza. I restanti modelli fessurati, diversamente vincolati, presentano un comportamento analogo a quello appena descritto che a sua volta somiglia a quello dei modelli non fessurati con la medesima tipologia di vincolamento. La modellazione delle lesioni porta per il paramento murario ad un comportamento che si discosta dal reale atteso, da ciò si presume che le fessure presenti consentano la trasmissione dei carichi in corrispondenza della zona fessurata.

Capitolo 5

Studio degli effetti dovuti alle variazioni termiche

5.1 Introduzione

Dai rilievi effettuati con le strumentazioni, ovvero misuratori di giunti biassiali e triassiali, poste sulle fessure principali del Duomo si è notato come le variazioni termiche stagionali influenzino l'andamento dei dati raccolti sulle aperture di fessure, proprio per questo si è voluto considerare l'effetto che una variazione termica provoca in termini tensionali sul modello agli elementi finiti del Duomo.

Il modello agli elementi finiti usato per questo studio è lo stesso utilizzato precedentemente per l'analisi statica sotto carichi permanenti e peso proprio, sia la geometria che le ipotesi iniziali considerate rimangono valide anche per questa analisi. Pure le condizioni di vincolo alla base sono le medesime utilizzate per la precedente analisi, ovvero si sono considerate tre tipologie di vincoli verticali, incastri, molle uniformi e non uniformi e due tipologie di vincoli orizzontali, incastri e carrelli.

Sulla struttura non sono agenti carichi, è soggetta solo ad una variazione termica, la quale è stata considerata costante su tutta la struttura. E' stata imposta al modello agli elementi finiti una temperatura iniziale di 273° Kelvin corrispondente a 0° C ed è stata fissata come carico una temperatura di 283° K, ottenendo così una variazione termica pari a 10° C costante su tutta la struttura.

Affinchè ci sia una risposta termica da parte del modello è necessario assegnare al materiale un adeguato valore del coefficiente di dilatazione termica α , non essendoci valori sperimentali misurati sul campo è stato considerato α pari a $0,9 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{K}}$, valore tipico presente in letteratura.

Essendo l'analisi di tipo lineare la variazione termica di 10° può essere considerata un punto di riferimento per variazioni termiche maggiori o minori, essa infatti genererà un certo stato tensionale sulla struttura, una variazione doppia della temperatura genererà a sua volta uno stato tensionale con valori raddoppiati rispetto alla variazione di riferimento.

5.2 Isostatiche di trazione

L'analisi sotto l'azione delle variazioni termiche è riportata in termini di tensioni di trazione orizzontali per vedere l'influenza della temperatura sulla possibile apertura delle fessure.

Per i muri longitudinali vengono prese in considerazione le isostatiche in direzione Z, cioè quelle nel piano della parete; allo stesso modo per i muri trasversali e per l'abside si considerano le tensioni di trazione in direzione X. I valori di picco per le diverse condizioni di vincolo vengono messe a confronto per visualizzare la condizione più sfavorevole.

I risultati presentati nelle tavole seguenti sono tutti espressi in Kg/cm², la scala considerata non è più quella utilizzata finora per le analisi statiche con o senza fessure, poichè a causa dei bassi valori delle trazione non rende possibile cogliere i picchi di tensione.

Per ogni parete è riportato il valore massimo di trazione orizzontale ottenuta tra tutti i modelli con diverso vincolamento, le zone dove non è presente la mappa di colore che risultano grigie sono zone in cui non è presente trazione, ovvero zone in cui sono presenti tensioni di compressione orizzontale.

Per facilitare il confronto tra le zone maggiormente sollecitate dalle trazioni e il quadro fessurativo sono riportate affianco alla mappe di colore anche le figure con le pareti in cui sono messe in evidenza le rispettive fessure.

Per chiarire il confronto con i prospetti e le sezioni del quadro fessurativo, in cui sono riportate le indicazioni nord, centro e sud, si deve specificare che il lato nord dei modelli agli elementi finiti dei muri trasversali è posta sempre sulla sinistra, mentre per i muri longitudinali sulla sinistra c'è sempre il lato ovest.

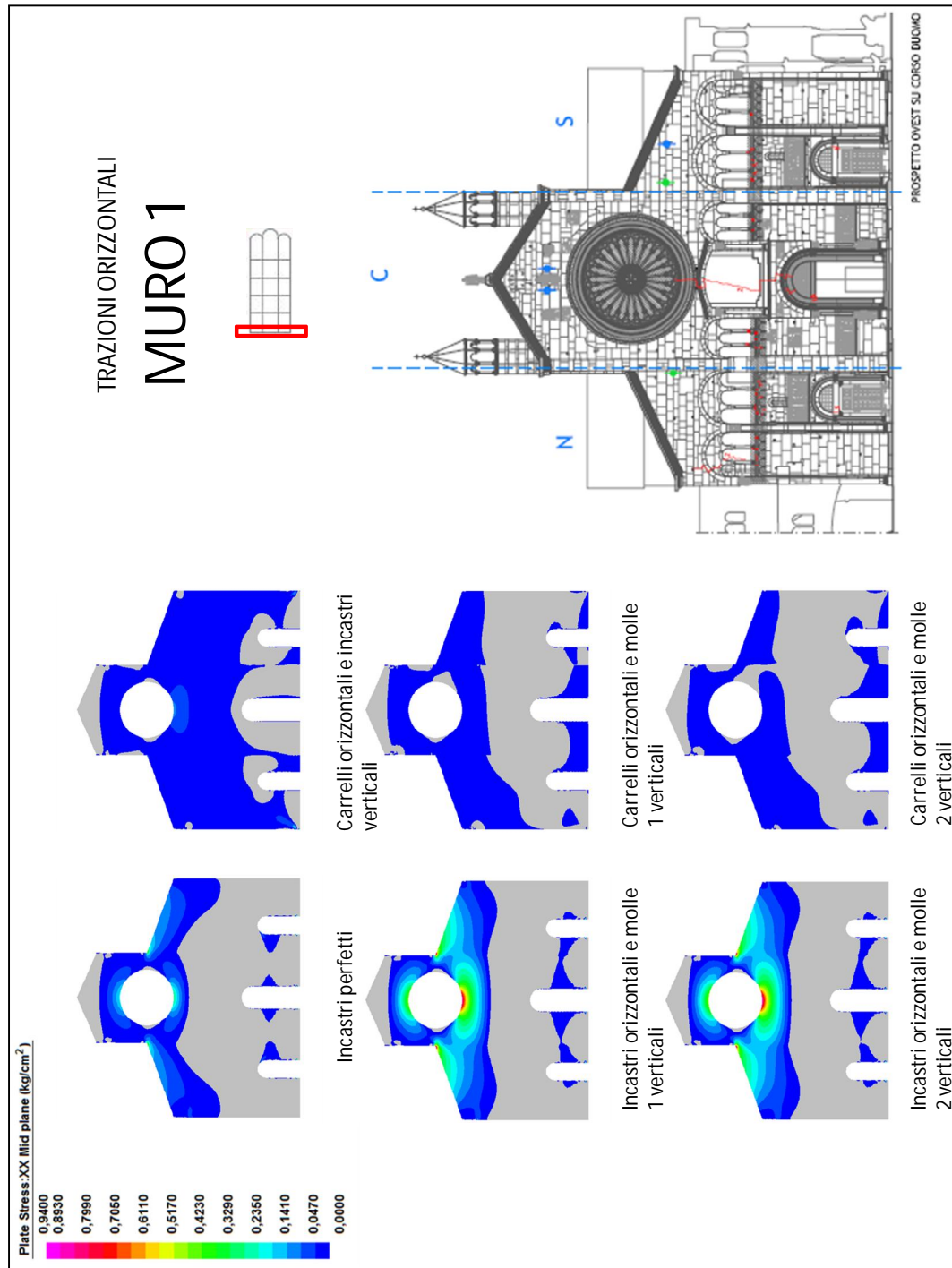


Fig. 5.2.1 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 1

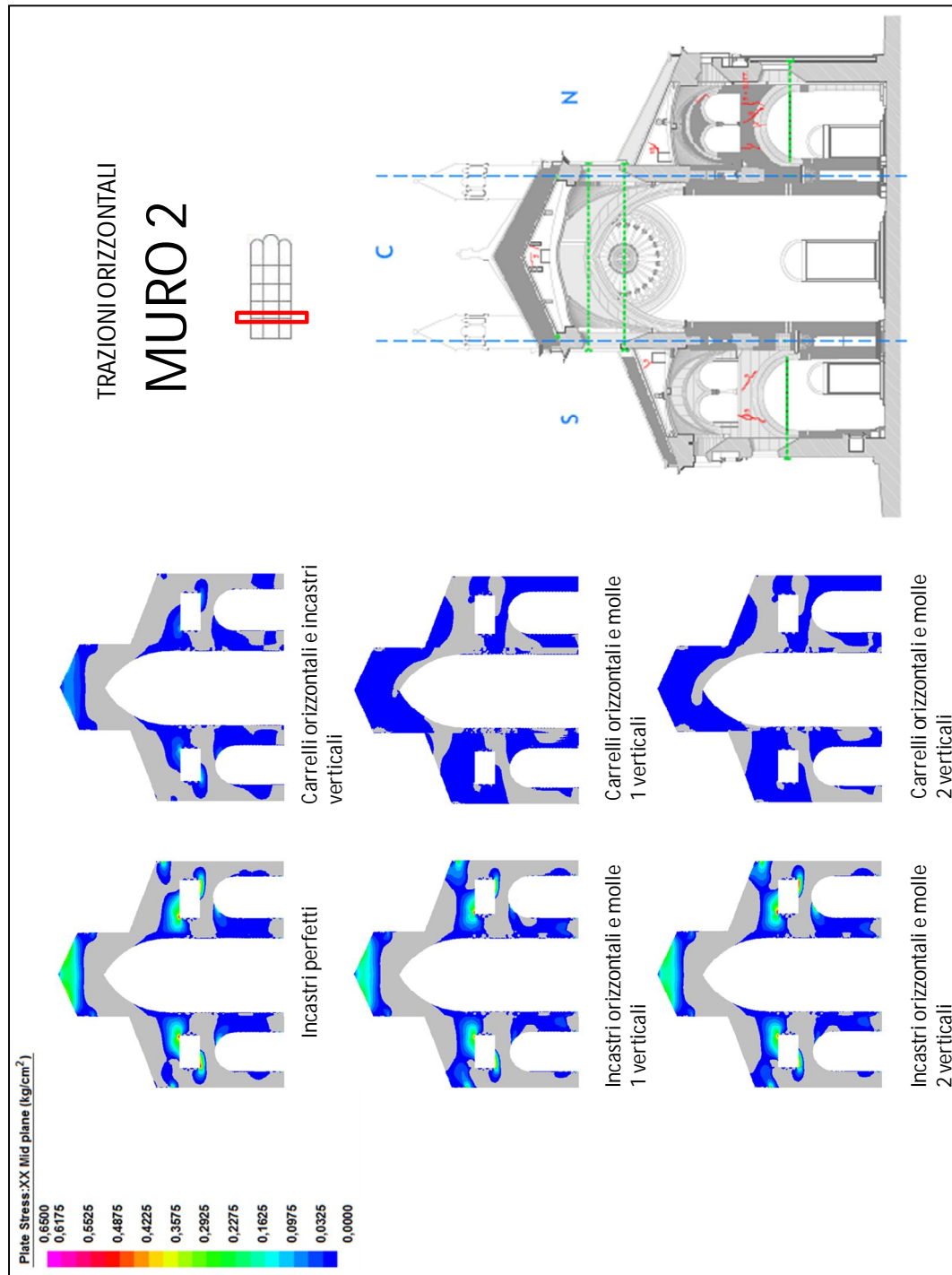


Fig.5.2.2 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 2

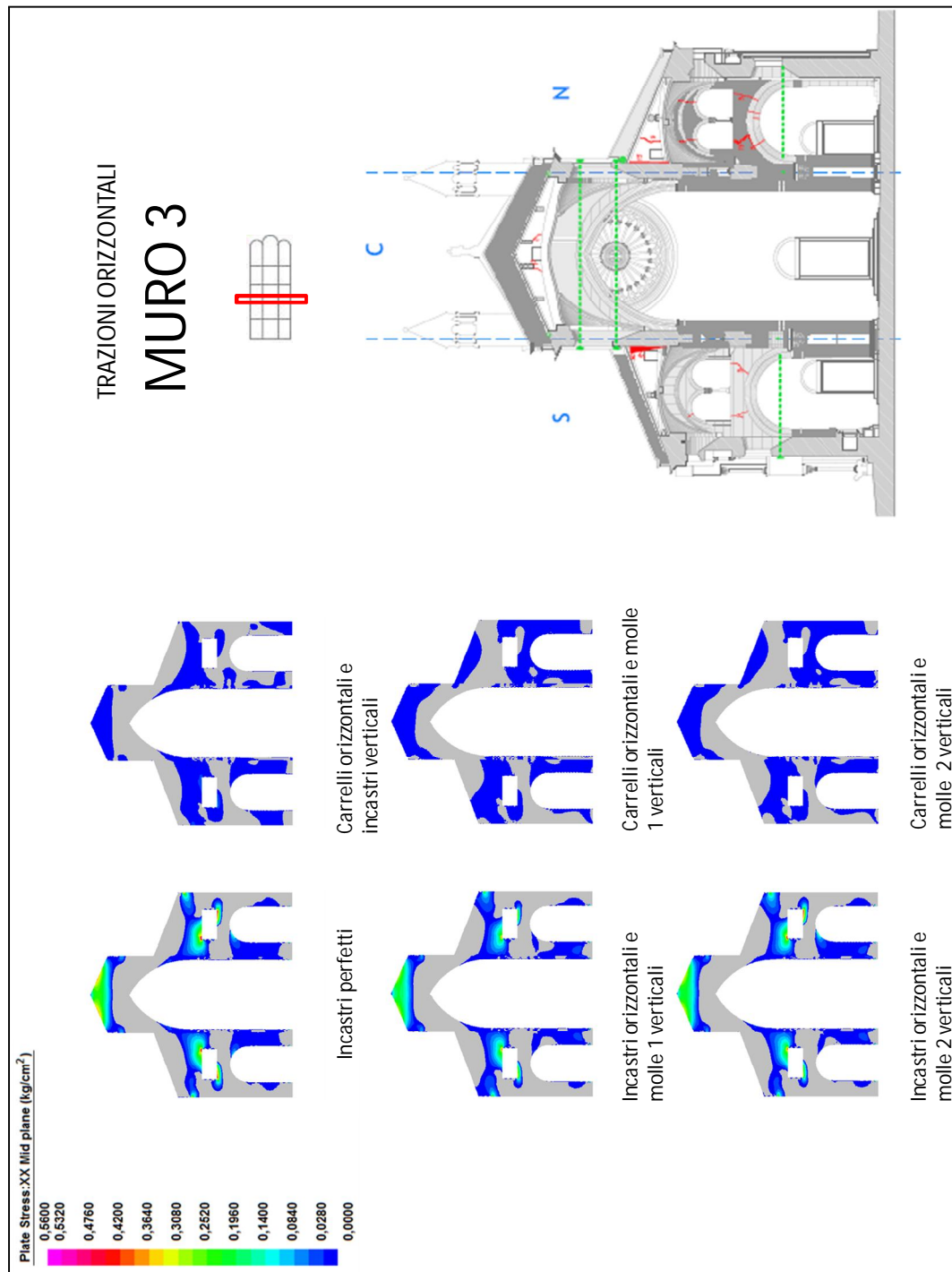


Fig. 5.2.3 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 3

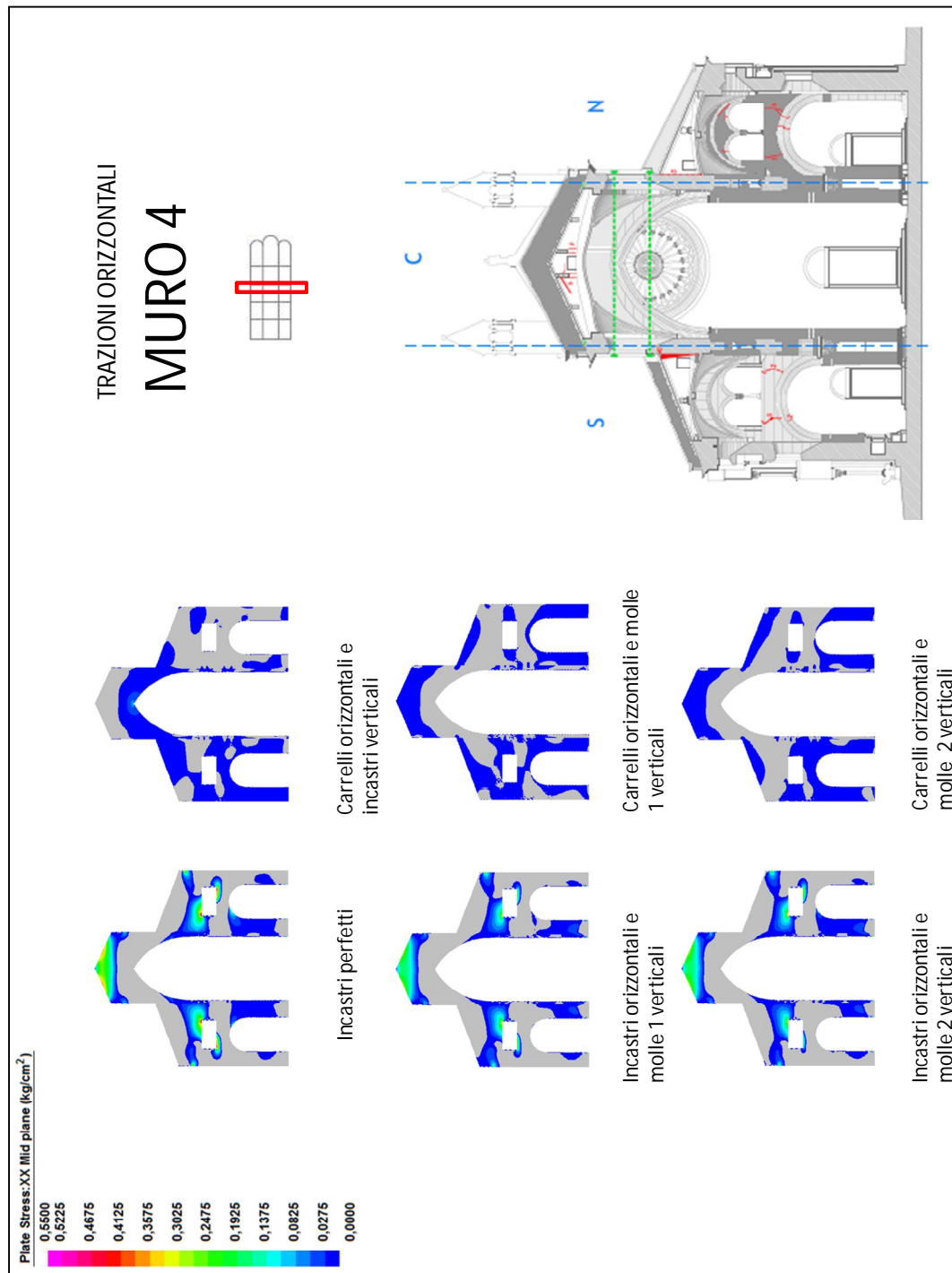


Fig. 5.2.4 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 4

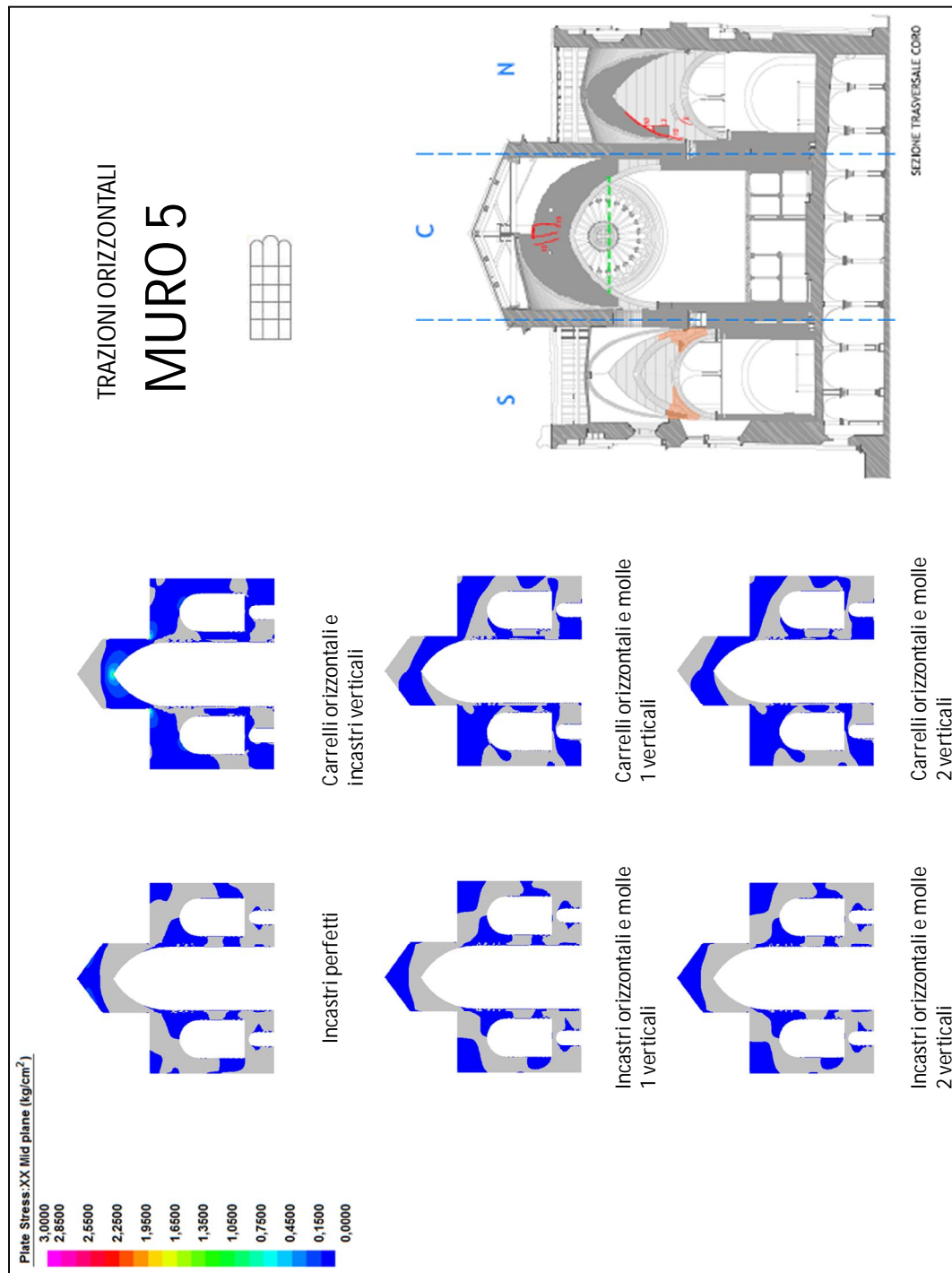


Fig. 5.2.5 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 5

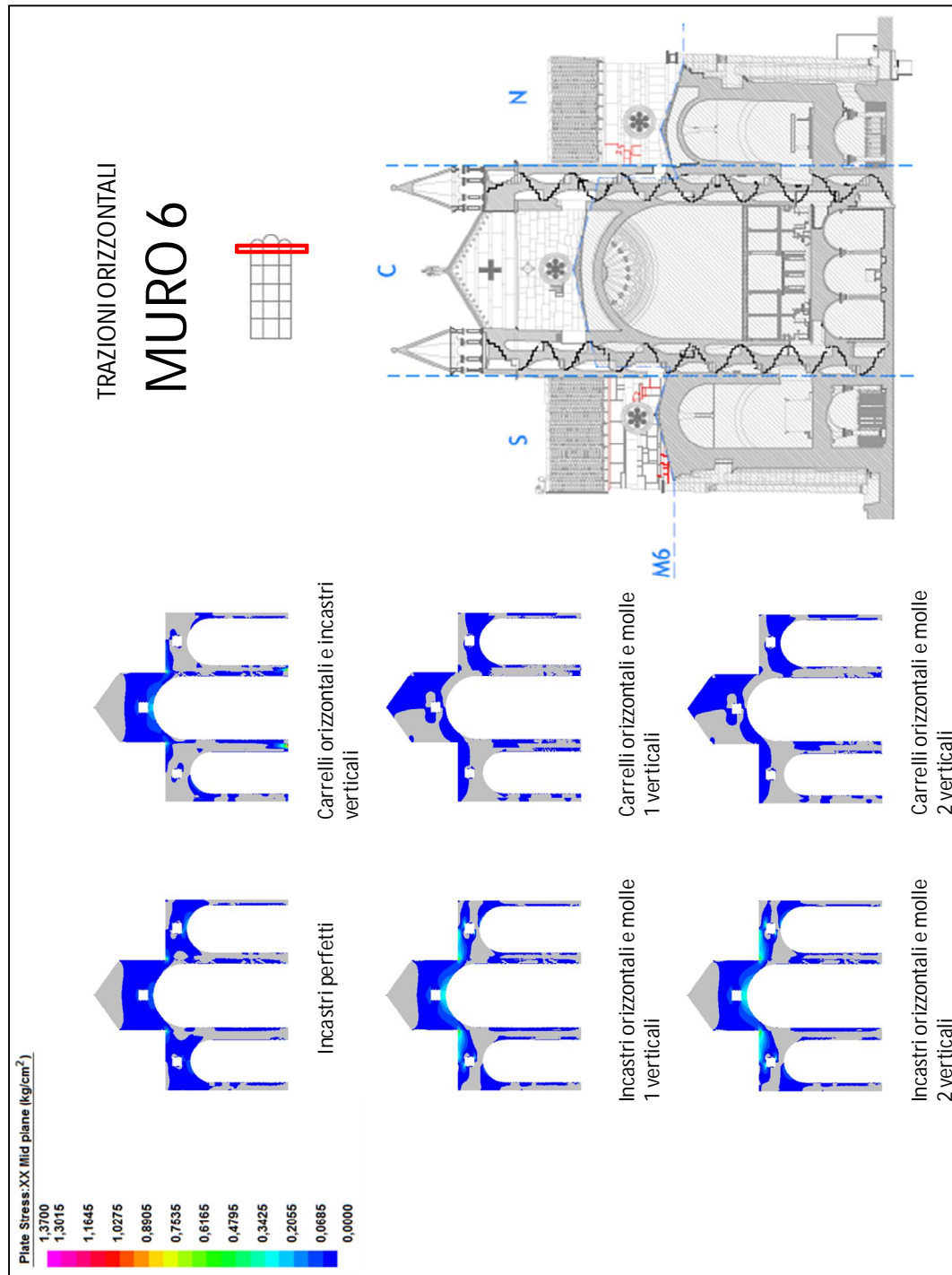


Fig. 5.2.6 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 6

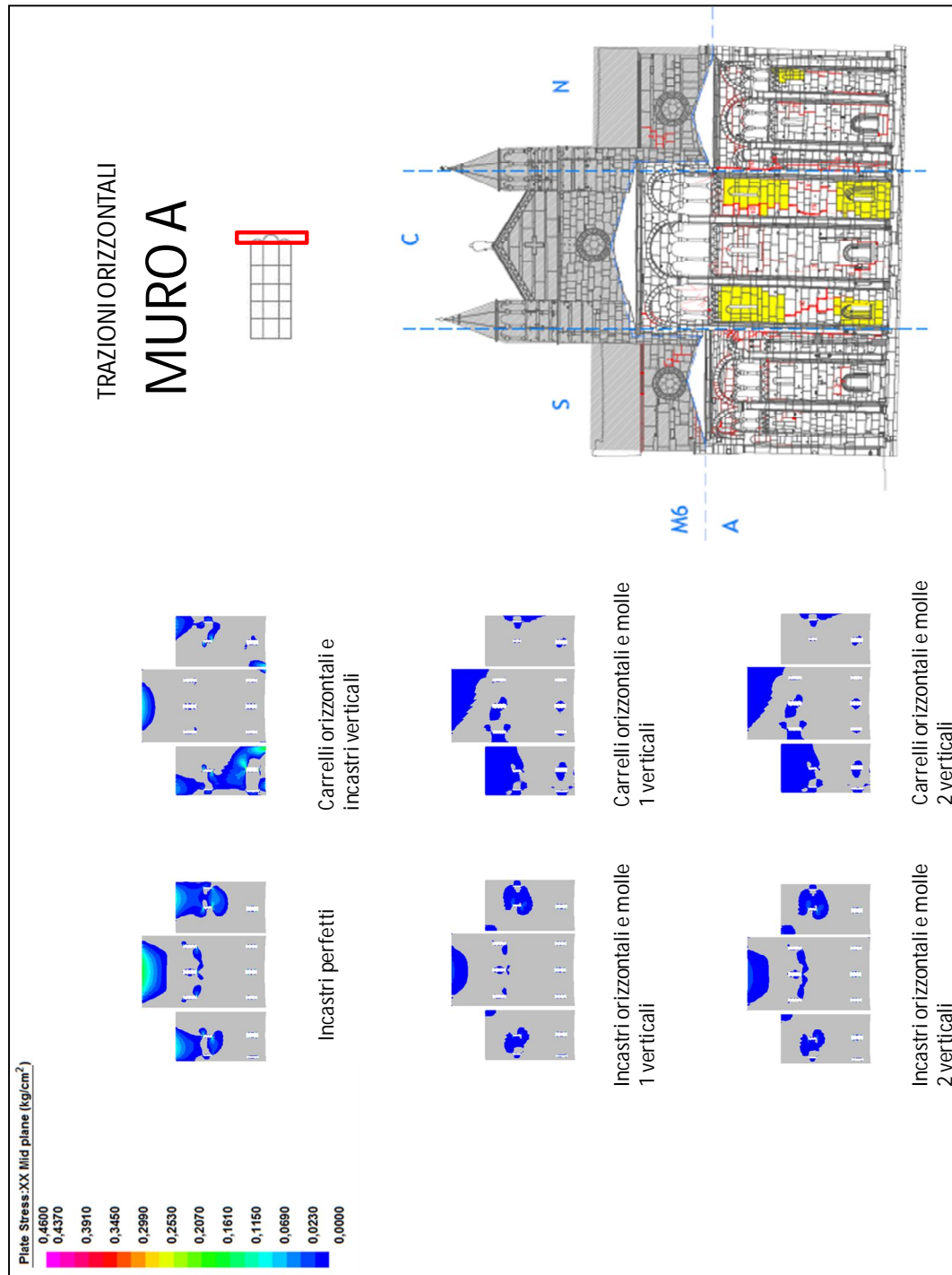


Fig. 5.2.7 Tensioni orizzontali di trazione per il muro A

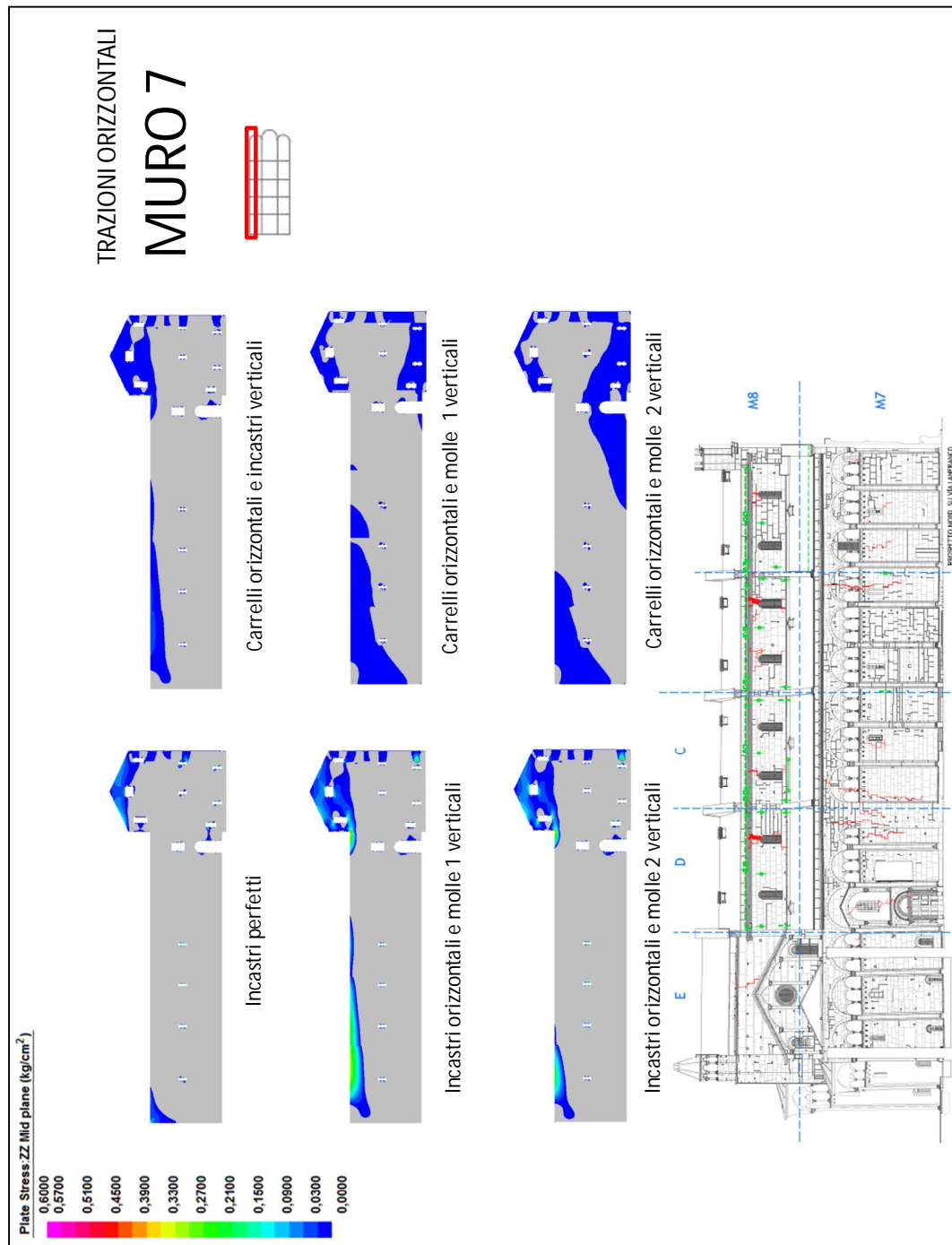


Fig. 5.2.8 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 7

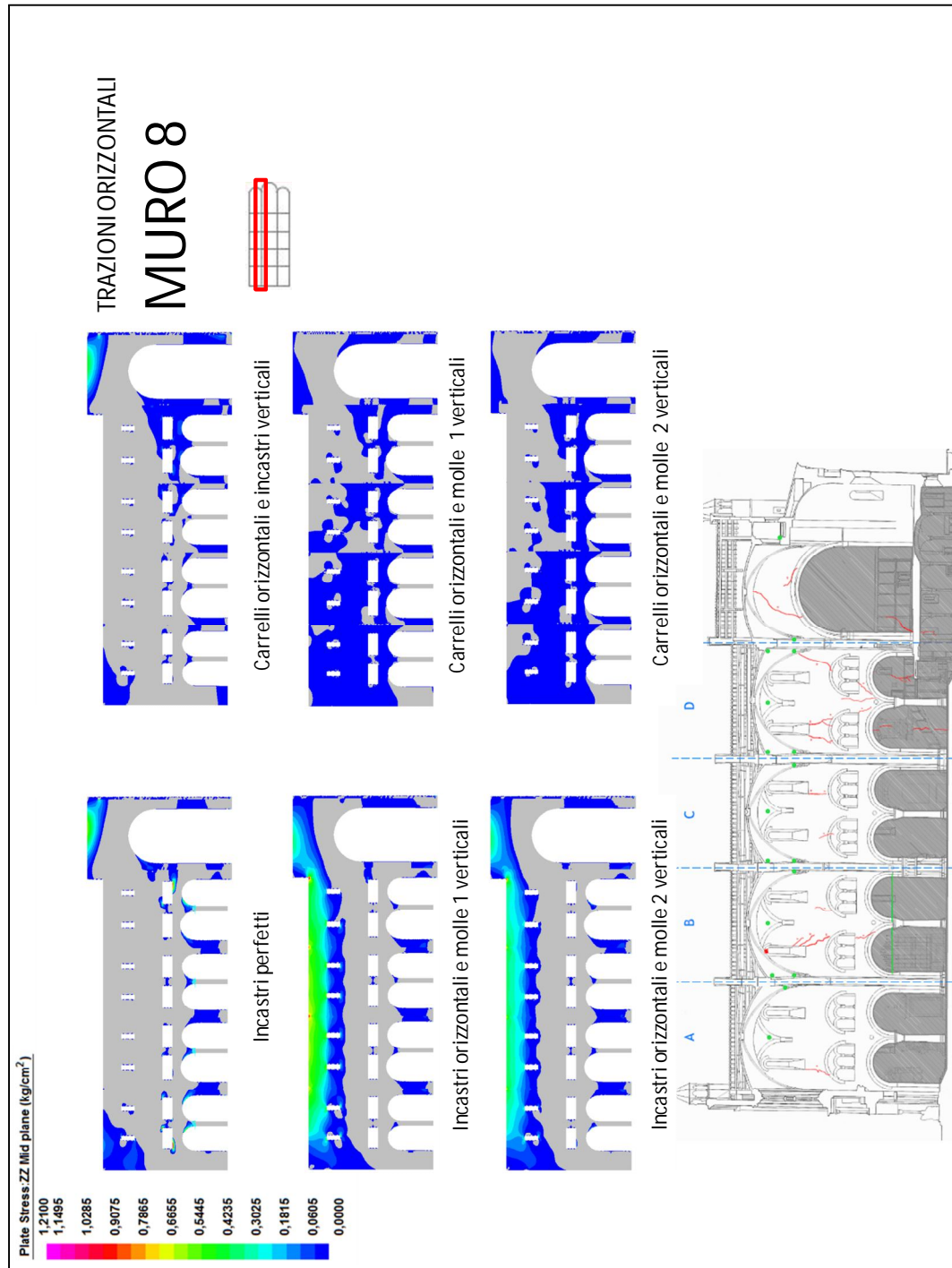


Fig. 5.2.9 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 8

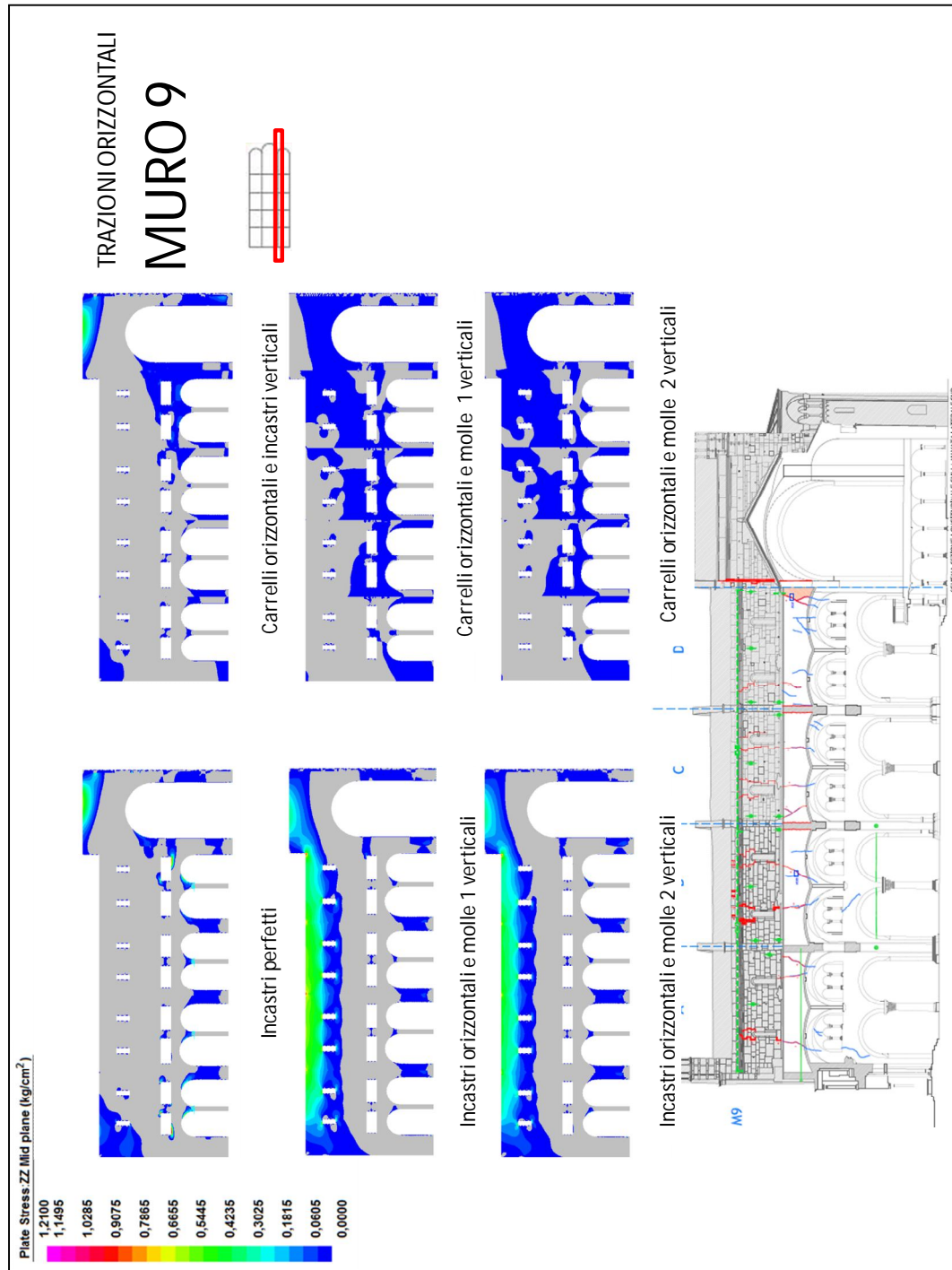


Fig. 5.2.10 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 9

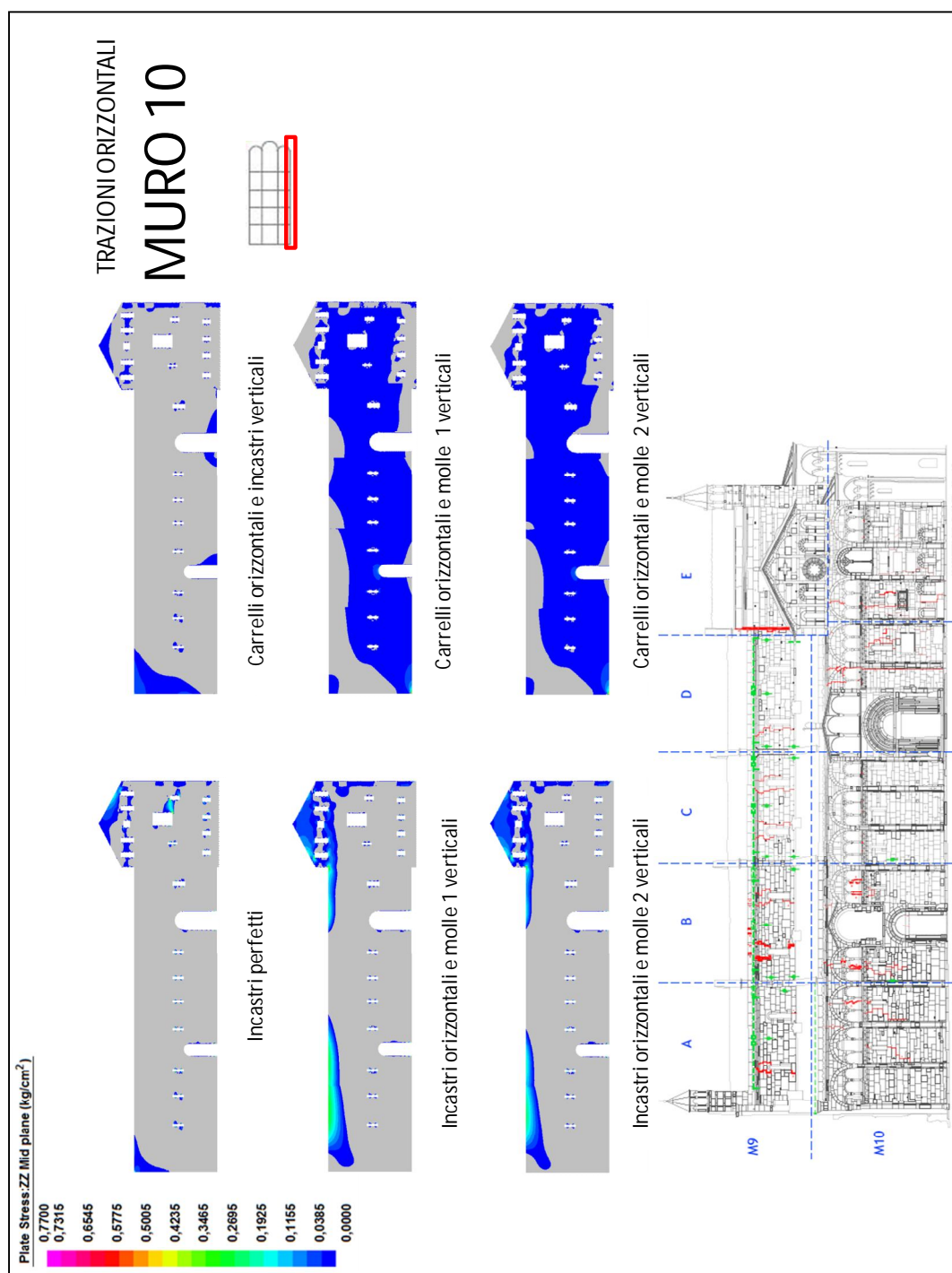


Fig. 5.2.11 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 10

5.2.1 Sintesi dei risultati

In termini di tensioni di trazione i valori massimi si ottengono per i modelli con vincoli di incastro orizzontale alla base, indipendentemente dal vincolo verticale presente, questo tipo di vincolamento contrasta la dilatazione della struttura causata dalla variazione termica generando i picchi di tensione.

Viceversa la presenza dei carrelli non porta a picchi di tensione poiché la dilatazione essendo costante su tutta la struttura non genera concentrazione di trazioni in una zona specifica, ovvero al colmo degli archi come avveniva per i carichi statici.

Dai grafici si nota che valori di trazione ottenuti sono piuttosto bassi, con valori medi che non superano i 0,5 Kg/cm² e i valori di picco che raggiungono i 3 Kg/cm², essendo l'analisi lineare si presume che i valori massimi raggiungibili si possano ottenere moltiplicando per un fattore tre o al massimo quattro i picchi di tensione. Se ne deduce che anche in presenza di elevate variazioni di temperatura non si avranno tensioni significative se rapportate con quelle dell'analisi statica.

5.2.2 Muri trasversali

Il muro di facciata, presenta le massime tensioni nella parte alta della parete, al contrario di quanto accadeva per i carichi statici dove le massime tensioni erano localizzate nella parte inferiore. I picchi sono in corrispondenza della parte inferiore del rosone, zona dalla quale parte la lesione sub-verticale che interessa l'intero paramento sino all'arco della porta principale. I valori massimi si hanno per i modelli agli elementi finiti vincolati con incastri orizzontali e molle uniformi e non uniformi.

I muri trasversali 2,3,4 presentano un comportamento simile tra loro, i picchi di tensione sono presenti nella parte superiore della navata centrale al livello della copertura ed in corrispondenza delle aperture finestrate delle navate laterali. Anche in questo caso i massimi valori di tensione si hanno per modelli vincolati con incastri orizzontali.

I muri 5 e 6 presentano il picco di tensione al colmo dell'arco della navata centrale questa volta per i modelli con incastri verticali e carrelli orizzontali. Il muro 5 sviluppa trazione anche nella zona superiore delle navate laterali dove si sono effettivamente rilevate fessure. Il muro 6 presenta elevati valori di tensione orizzontale in corrispondenza dell'innesto tra navate laterali e navata centrale, nella stessa zona si nota dal quadro fessurativo lo sviluppo di lesioni verticali lungo i giunti di malta.

I muri absidali presentano valori di trazione molto più bassi rispetto gli altri muri finora analizzati, i valori più elevati sono localizzati nella parte superiore dell'abside centrale, zona dove non sono state rilevate lesioni del paramento murario.

5.2.3 Muri longitudinali

I muri longitudinali esterni (muri 7 e 10) non presentano grandi superfici di muratura in cui si sviluppano tensioni di trazione orizzontale, le zone sollecitate sono nella parte superiore delle pareti, nella zona sopraelevata della campata del coro ed in prossimità del muro di facciata in corrispondenza della prima e della seconda campata della navata centrale. Proprio in corrispondenza delle zone superiori dei paramenti murari si sviluppano le lesioni di maggior entità, peraltro già colte molto bene con l'analisi sotto carichi statici. I valori maggiori di trazione si sviluppano per modelli con incastri orizzontale alla base.

I muri longitudinali interni (muri 8 e 9) presentano elevate fasce di trazione nella porzione superiore delle pareti della navata e del coro, che raggiungono picchi in

corrispondenza delle intersezioni con le murature longitudinali. Questo comportamento è evidente nei soli modelli vincolati con molle verticali e incastri orizzontali. La zona soggetta a trazione coincide con l'area in cui hanno origine le lesioni che poi si sviluppano abbondantemente nella parte inferiore della parete.

Capitolo 6

Analisi su struttura con vincoli orizzontali non lineari

6.1 Introduzione

In questo capitolo si vuole indagare il comportamento del terreno sotto il Duomo per definire meglio il vincolamento orizzontale alla base della struttura agli elementi finiti, sino ad ora considerata secondo casi limite rispettivamente incastrata o libera ovvero modellata con carrelli.

A partire dagli studi geotecnici effettuati dal prof. Lancellotta [29] , si è considerato che il terreno alla base presenta un comportamento non lineare funzione del carico verticale N agente alla base dei paramenti murari come riportato nella seguente figura.

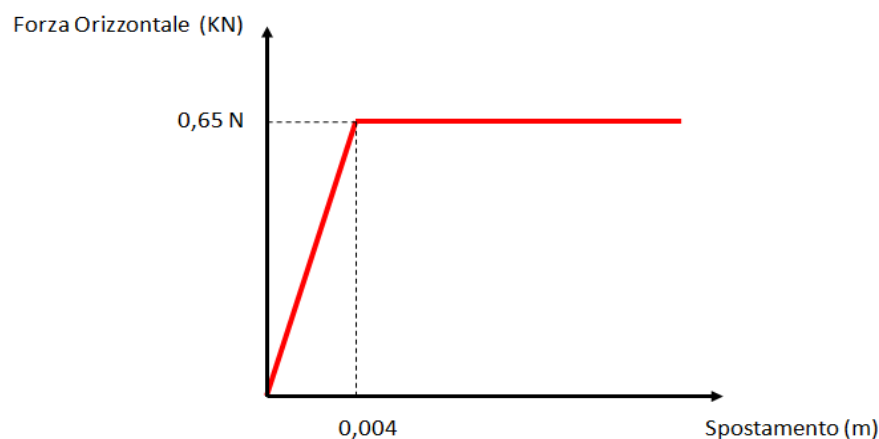


Fig. 6.1.1 Legame forza-spostamento del terreno alla base del Duomo (Lancellotta).

Il legame tra forza orizzontale e spostamento orizzontale è un legame bilineare elastico perfettamente plastico, presenta una prima retta in cui il comportamento è lineare, al crescere spinta orizzontale cresce linearmente anche lo spostamento, la pendenza della retta è funzione dello sforzo assiale N alla base delle parete. Raggiunto un valore massimo di forza orizzontale corrispondente a 0,65 volte il carico verticale agente od il corrispettivo spostamento pari a 4 mm, la retta del legame forza-spostamento diventa orizzontale perdendo la linearità.

Si può pensare questo comportamento come se la muratura ricevesse una resistenza d'attrito dal terreno, superata questa resistenza limite di attrito, funzione

dello sforzo normale, parte lo spostamento orizzontale alla base della parete muraria.

6.2 Modello FEM

Per lo studio della struttura in ambito non lineare è stato necessario creare un nuovo modello agli elementi finiti semplificato, poiché la modellazione della struttura utilizzata nelle analisi precedenti, molto dettagliata, è risultata computazionalmente troppo costosa per effettuare un'analisi non lineare.

Per la modellazione semplificata del Duomo di Modena si sono dovute effettuare ulteriori ipotesi semplificative che si aggiungono a quelle già dichiarate per la modellazione descritta nei capitoli 2 e 3:

- si è considerato lo spessore medio dell'i-esimo muro;
- i muri sono stati considerati in muratura piena;
- non sono stati considerati gli elementi architettonici decorativi;
- non si è modellata la copertura;
- non sono state considerate le aperture finestrate principali, ad esclusione del rosone;
- non si è tenuto conto della geometria degli archi presenti nelle navate e del rosone;
- è stata semplificata la geometria del modello che non risulta più accurata come nel precedente modello;
- non si sono considerate le catene.

Le proprietà meccaniche si mantengono ovviamente invariate, il modulo elastico dei paramenti murari è pari a 18000 Kg/cm², relativo a muratura in mattoni pieni e

malta di calce. Il modulo elastico adottato per i pilastri, assimilabili a calcestruzzo è pari a 250000 Kg/cm^2 .

Il modello tridimensionale del Duomo di Modena è stato creato utilizzando elementi bidimensionali di tipo plate (piastra), per la modellazione degli elementi portanti in muratura, e di elementi monodimensionali di tipo beam (trave), per la modellazione delle colonne dei muri longitudinali interni. Gli elementi di piastra considerati sono dei plate a quattro nodi di dimensioni standard $1 \times 1 \text{ m}$.

Di seguito si riportano due viste del modello tridimensionale del Duomo: i diversi colori sono riferiti ai differenti spessori assunti per i muri e per le colonne.

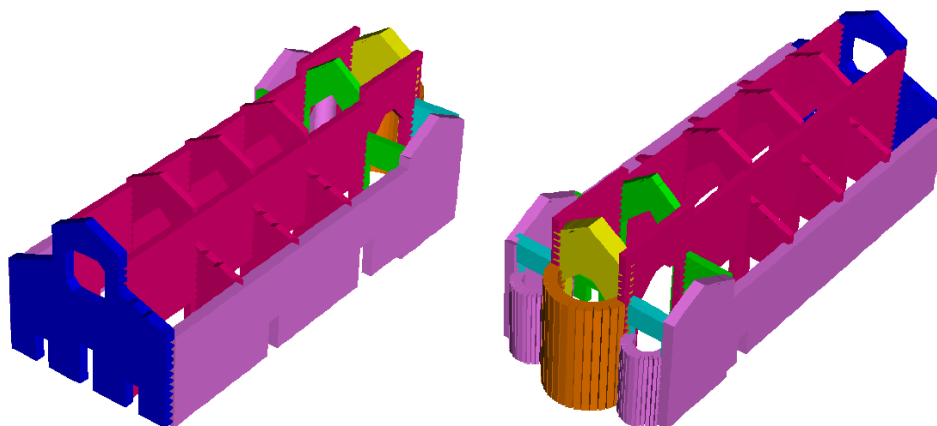
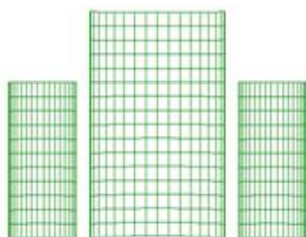


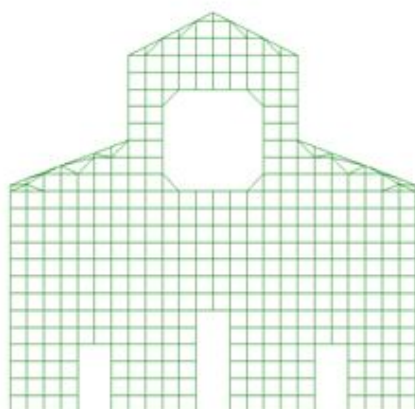
Fig. 6.2.1 Viste tridimensionali del modello semplificato del Duomo di Modena.

E' indispensabile assicurare la continuità, ossia la congruenza, tra sezioni di dimensioni e materiali diversi, per ovviare alla discontinuità geometrica e meccanica, si inseriscono dei "rigid link", ossia degli elementi monodimensionali, dotati di rigidezza infinita, che collegano i nodi degli elementi innestati nella stessa sezione. Questo problema si riscontra nell'innesto tra gli archi in muratura dei muri longitudinali interni e le colonne in marmo.

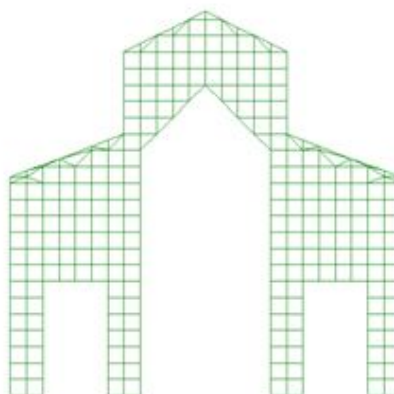
Di seguito si riportano le mesh degli elementi portanti verticali del Duomo di Modena:



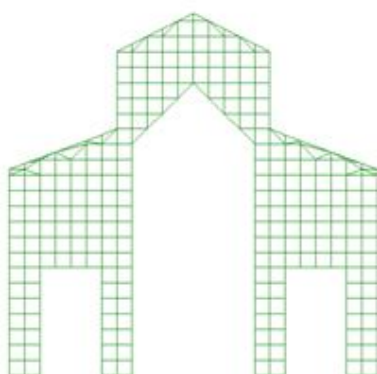
Muro A :
spessore centrale 1,7 m
spessore laterale 1,5 m



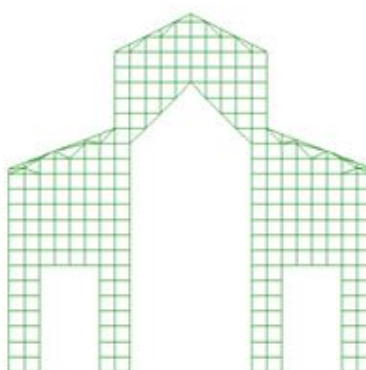
Muro 1 : spessore 1,45 m



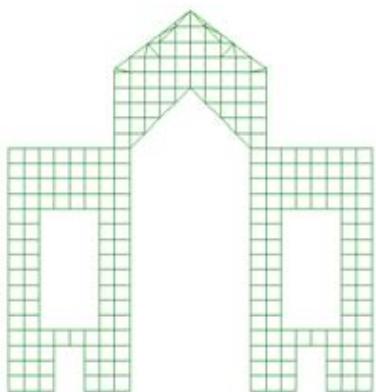
Muro 2 : spessore 1 m



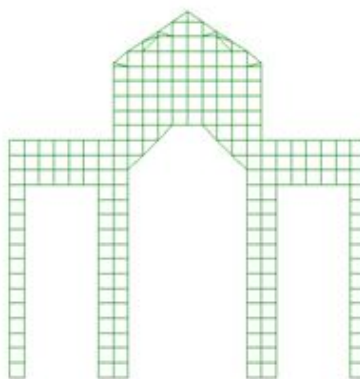
Muro 3 : spessore 1 m



Muro 4 : spessore 1 m



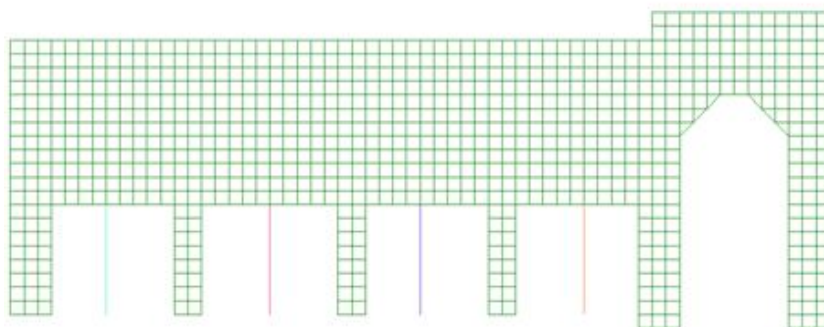
Muro 5 : spessore 1,15 m



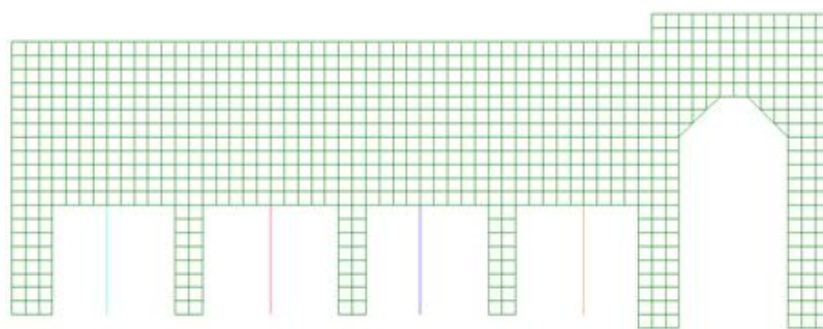
**Muro 6 :
spessore centrale 2,5 m
spessore laterale 1,6 m**



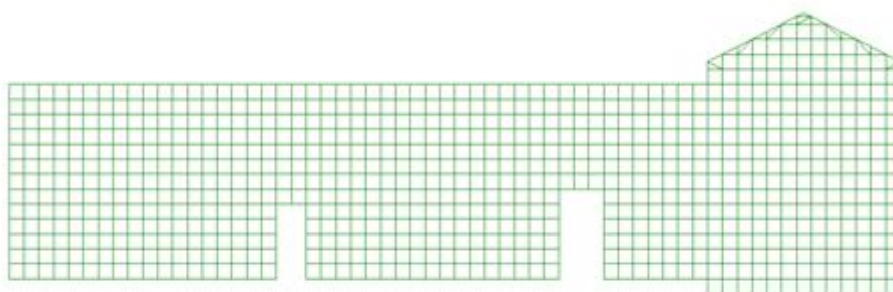
Muro 7: spessore 1,5 m



Muro 8: spessore 1 m



Muro 9: spessore 1 m



Muro 10: spessore 1,5 m

Fig. 6.2.2 Mesh delle murature portanti

I carichi agenti sulla struttura sono gli stessi utilizzati per la modellazione dettagliata, ovvero peso proprio e carichi permanenti, la cui descrizione si trova nel capitolo 3. L'analisi non lineare procede per step di carico, nel caso in esame si sono considerati 30 step di carico costanti ognuno corrispondente a 0,1 volte il carico effettivo, questo significa che per trovare i risultati relativi ai carichi effettivi agenti si dovranno considerare i valori corrispondenti allo step 10. L'algoritmo utilizzato per effettuare l'analisi statica non lineare implementato in *strauss7* è basato sul metodo di Newton-Raphson.

6.3 Vincoli

Mantenendo inalterata la struttura in elevazione si sono considerati diversi casi di vincolamento alla base sia per quanto riguarda i vincoli in direzione verticali sia per i vincoli in direzione orizzontale.

Per i vincoli in direzione verticali si considerano due differenti ipotesi: incastri e molle con distribuzione non uniforme del modulo di reazione (molle 2). Nel primo caso per tutti i nodi alla base è impedita la traslazione in direzione verticale DY , nel secondo caso si considera una distribuzione di molle non uniforme con due differenti moduli di reazione per simulare la storia pregressa, ovvero la presenza delle fondazioni della vecchia chiesa. Il modulo di reazione KxB vale sempre 26 Kg/cm² nella zona non interessata dall'effetto della vecchia fondazione e 130 Kg/cm² per la zona interessata dalla vecchia fondazione. La pianta delle zone del Duomo interessate dalla storia pregressa è riportata nel paragrafo 3.3.

Per quanto riguarda i vincoli in direzione orizzontale si considerano inizialmente due soli casi: incastri e molle orizzontali. Nel primo caso la struttura è vincolata in tutti i nodi alla base in entrambe le direzioni del piano orizzontale DX e DZ . Nel secondo caso la base della struttura è vincolata con molle orizzontali meccanicamente non lineari nelle due direzioni del piano DX e DZ .

Le molle orizzontali sono modellate con elementi tipo spring-damper, questo elemento consente di accoppiare il comportamento di molla e smorzatore. Per la modellazione del vincolo orizzontale sono state trascurate le componenti di smorzamento ed è stato assegnato all'elemento il legame costitutivo forza-spostamento orizzontale non lineare del terreno descritto nel paragrafo 8.1.

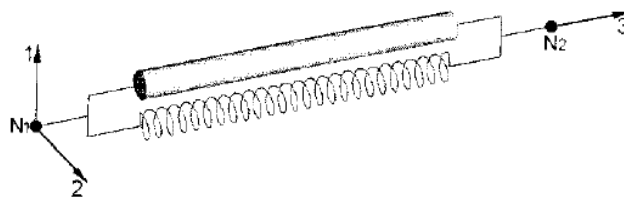



Fig. 6.3.1 Elemento spring-damper di Strauss

La tabella seguente riporta i diversi tipi di vincolamento considerati:



<div style="display: inline-block; transform: rotate(-45deg);"> Vincoli in direzione orizzontale </div> <div style="display: inline-block; transform: rotate(45deg);"> Vincoli in direzione verticale </div>	INCASTRATI	MOLLE
INCASTRATI	✓	✓
MOLLE 2 (distribuzione non uniforme del modulo di reazione per simulare la storia pregressa)	✓	✓

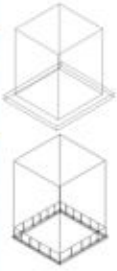


Fig. 6.3.2 Tabella riepilogativa dei vincoli considerati.

Nel modello agli elementi finiti non è possibile esprimere il legame bilineare tra forza e spostamento orizzontale, poiché il valore limite di forza è espresso in funzione del carico verticale N . Per ovviare a questo problema è stata effettuata una semplificazione considerando sei intervalli di sforzo normale alla base in corrispondenza dei quali sono stati considerati altrettanti legami costitutivi per le molle orizzontali utilizzate. I valori di sforzo normale sono relativi al modello incastrato alla base, che simulano una rigidezza infinita delle molle orizzontali, essi sono riferiti alle aree resistenti del modello semplificato di cui si riporta la pianta nella seguente figura.



Fig. 6.3.3 Pianta delle aree resistenti del modello semplificato.

Nella seguenti tabella sono riportati per ogni area resistente i valori della tensione media alla base degli elementi alla base, l'area di base dell'elemento, il valore della forza assiale agente alla base ed il valore limite della spinta orizzontale corrispondente a 0,65 volte la forza normale.

MURI TRASVERSALI	tensione media elementi alla base (kg/cm ²)	area di base(cm ²)	forza assiale(KN)	0,65*N (KN)
Muro1				
a1	3,4	14500	493	320
a2	4,5	14500	652,5	424
a3	4,7	14500	681,5	443
a4	3,6	14500	522	339
Muro2				
a7	5,5	10000	550	358
a8	7,5	10000	750	488
Muro3				
a11	6	10000	600	390
a12	7,9	10000	790	514
Muro4				
a15	6,2	10000	620	403
a16	6,5	10000	650	423
Muro5				
a19	1,5	11500	172,5	112
a20	4,8	11500	552	359
a21	4,7	11500	540,5	351
a22	2,1	11500	241,5	157
Muro6				
a23(1,65m)	4,1	16500	676,5	440
a23(2,5m)	3,9	25000	975	634
a24(1,65m)	4,1	16500	676,5	440
a24(2,5m)	3,9	25000	975	634
MuroA				
a25	3,6	15000	540	351
a26	4	17000	680	442
a27	3,7	15000	555	361

MURI LONGITUDINALI	tensione media elementi alla base (kg/cm ²)	area di base(cm ²)	forza assiale(KN)	0,65*N (KN)
Muro7				
a28(campata1)	2,7	15000	405	263
a28(campata2)	2,6	15000	390	254
a28(campata3)	2,8	15000	420	273
a28(campata4)	2,7	15000	405	263
a28(campata centrale-transetto)	3,1	15000	465	302
Muro8				
a7	5,5	10000	550	358
a11	5,3	10000	530	345
a15	5,5	10000	550	358
a20	5,3	10000	530	345
a23	4,2	10000	420	273
a5			1910	1242
a9			2027	1318
a13			2000	1300
a17			2316	1505
Muro9				
a8	7,5	10000	750	488
a12	7,4	10000	740	481
a16	6,2	10000	620	403
a21	5,2	10000	520	338
a24	4,2	10000	420	273
a6			3127	2033
a10			3322	2159
a14			2991	1944
a18			2361	1535
Muro10				
a29(campata1)	2,9	15000	435	283
a29(campata2)	3,2	15000	480	312
a29(campata3)	3	15000	450	293
a29(campata4)	3,4	15000	510	332
a29(campata centrale-transetto)	3,1	15000	465	302

Fig. 6.3.4 Tabella riepilogativa sulle azioni verticali agenti.

I colori presenti nelle tabelle rappresentano i sei diversi intervalli considerati per definire il legame forza-spostamento orizzontale da assegnare al vincolo orizzontale. I primi quattro intervalli sono relativi agli elementi in muratura, gli ultimi due intervalli, più elevati, sono relativi ai pilastrini.

Gli intervalli sono riepilogati nella seguente tabella:

Intervallo considerato (KN)	$0,65 \cdot N$ utilizzato (KN)
0-300	270
300-400	350
400-500	450
500-700	600
1000-1500	1300
1500-2100	1850

Fig. 6.3.5 Tabella riepilogativa degli intervalli utilizzati per definire il legame tra forza e spostamenti orizzontali.

6.4 Tensioni verticali di compressione e tensioni orizzontali di trazione

In questo paragrafo vengono analizzati i risultati ottenuti sui modelli semplificati con vincoli lineari e non, in termini di tensioni verticali di compressione e di tensioni orizzontali di trazione, con l'obiettivo di cogliere l'influenza sui risultati dei vincoli non lineari alla base del modello utilizzato.

I modelli in cui si effettua l'analisi statica non lineare sono quelli in cui sono presenti le molle orizzontali, ovvero i due modelli di destra, per gli altri due modelli si effettuano analisi statiche lineari. Per effettuare un confronto corretto è necessario considerare lo step di carico 10 per l'analisi non lineare in modo da avere su tutti i modelli il medesimo carico agente.

Per facilitare il confronto tra i modelli, basti pensare che muovendosi da i due modelli in alto a quelli in basso si passa da un comportamento con incastri verticali a quello con molle verticali, spostandosi dai due modelli di sinistra a quelli di destra si passa da comportamento con incastri orizzontali a quello con molle orizzontali non lineari. E' inoltre riportato il quadro fessurativo affianco alle mappe di colore in modo da facilitare il confronto tra isostatiche di trazione e lesioni.

Per i muri longitudinali vengono prese in considerazione le isostatiche in direzione Z, cioè quelle nel piano della parete; allo stesso modo per i muri trasversali e per l'abside si considerano le tensioni di trazione in direzione X.

I risultati presentati nelle tavole seguenti sono tutti espressi in Kg/cm², la scala utilizzata riporta per ogni parete il valore massimo rispettivamente di compressione verticale e di trazione orizzontale ottenuti tra tutti i modelli con diverso vincolamento, le zone dove non è presente la mappa di colore che risultano grigie sono zone in cui non sono presenti valori rispettivamente di compressione verticale e trazione orizzontale.

Per chiarire il confronto con i prospetti e le sezioni del quadro fessurativo, in cui sono riportate le indicazioni nord, centro e sud, si deve specificare che il lato nord

dei modelli agli elementi finiti dei muri trasversali è posta sempre sulla sinistra, mentre per i muri longitudinali sulla sinistra c'è sempre il lato ovest.

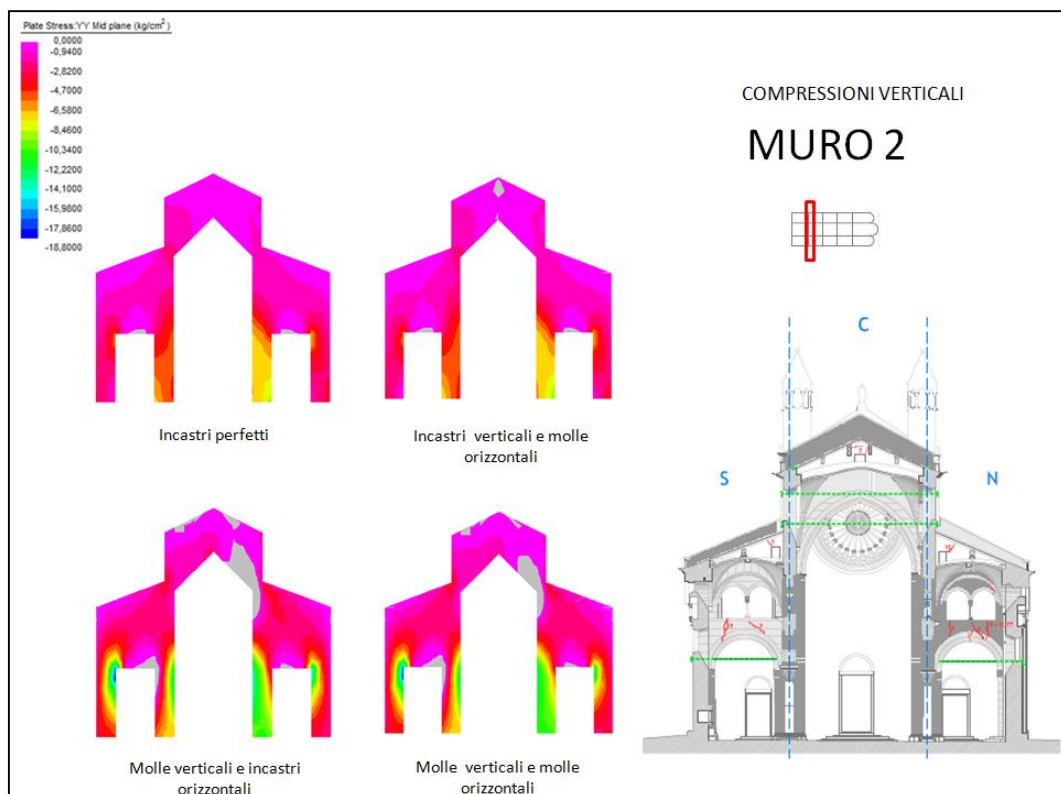
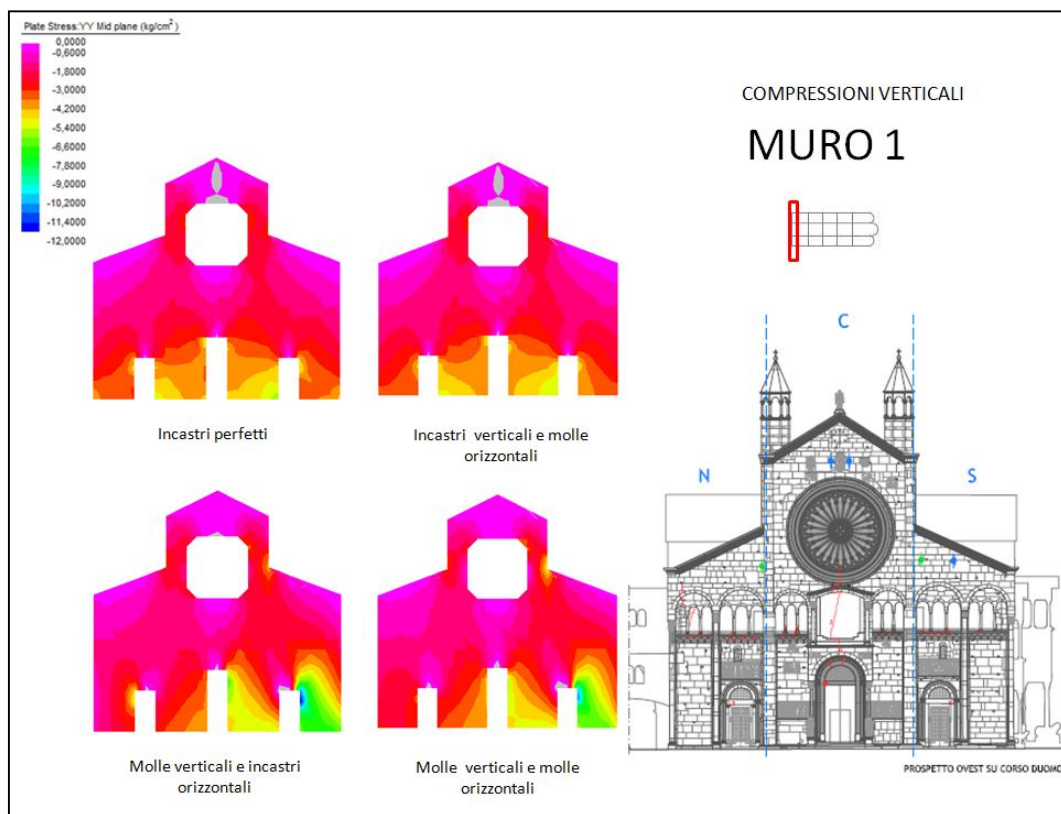


Fig. 6.4.1 Tensioni verticali di compressione per i muri 1 e 2.

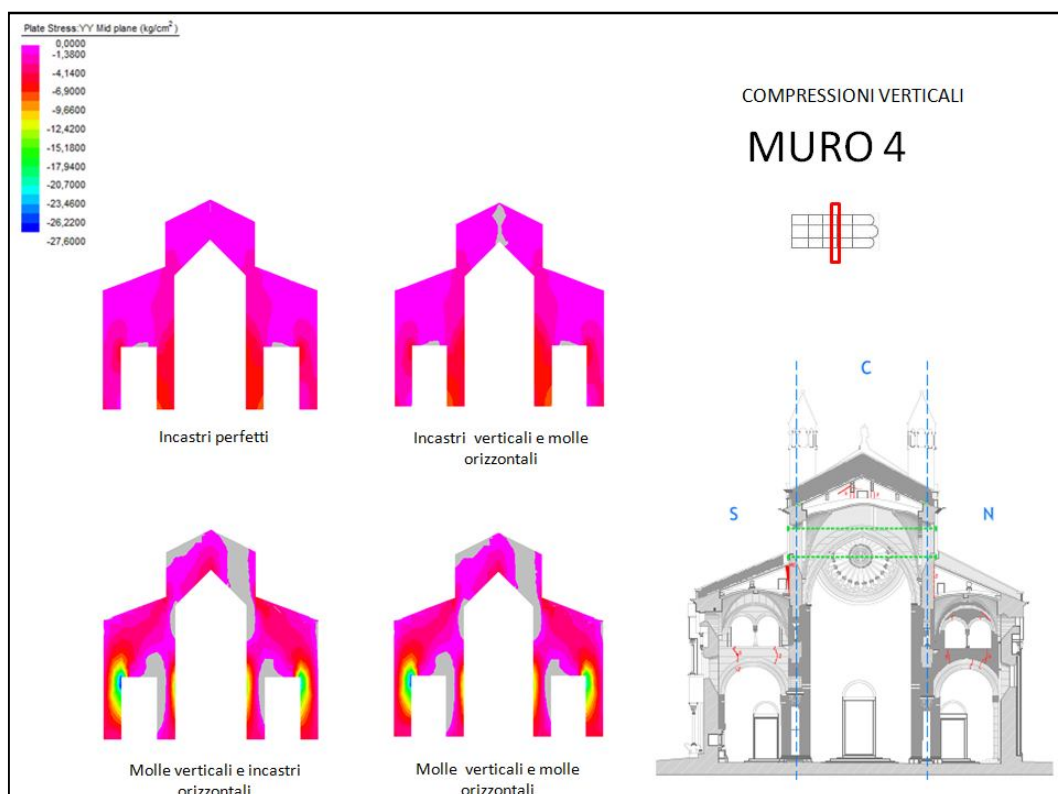
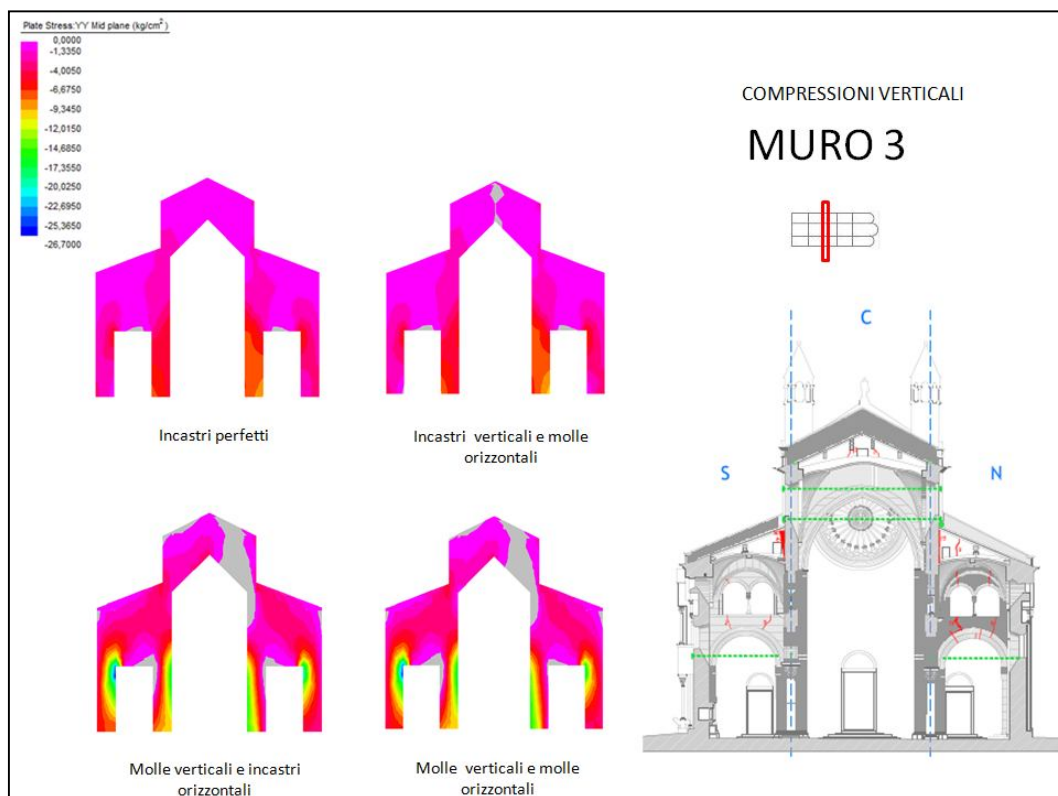


Fig. 6.4.2 Tensioni verticali di compressione per i muri 3 e 4.

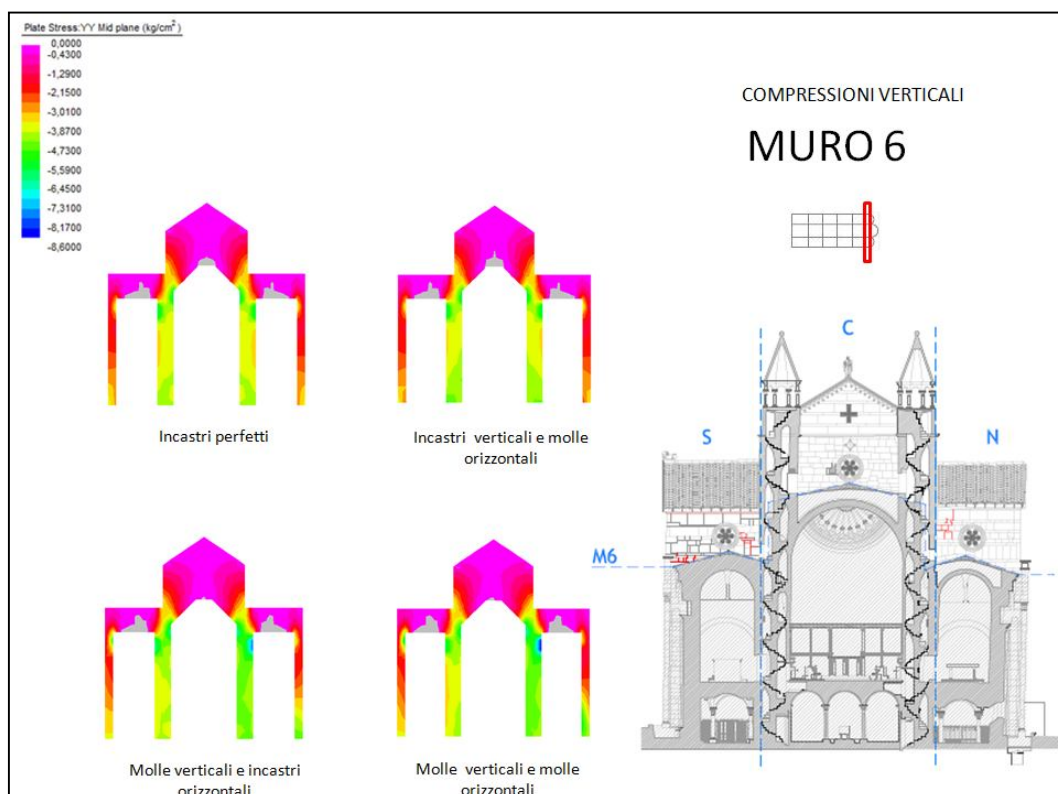
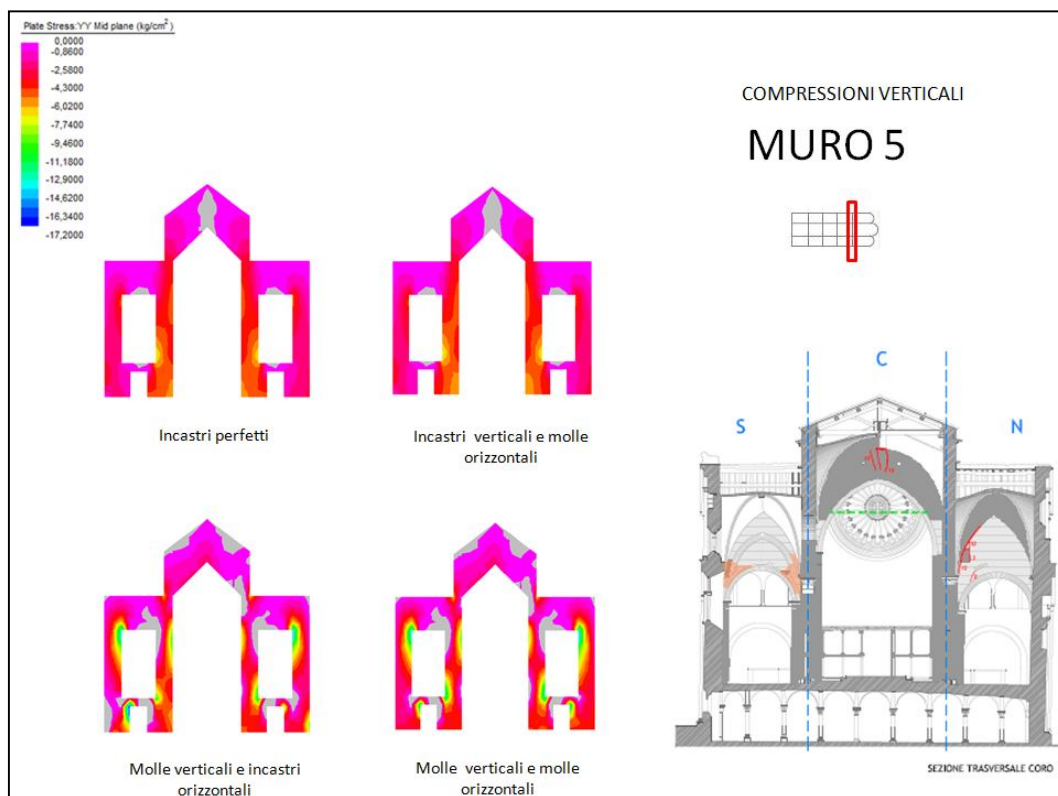


Fig. 6.4.3 Tensioni verticali di compressione per i muri 5 e 6.

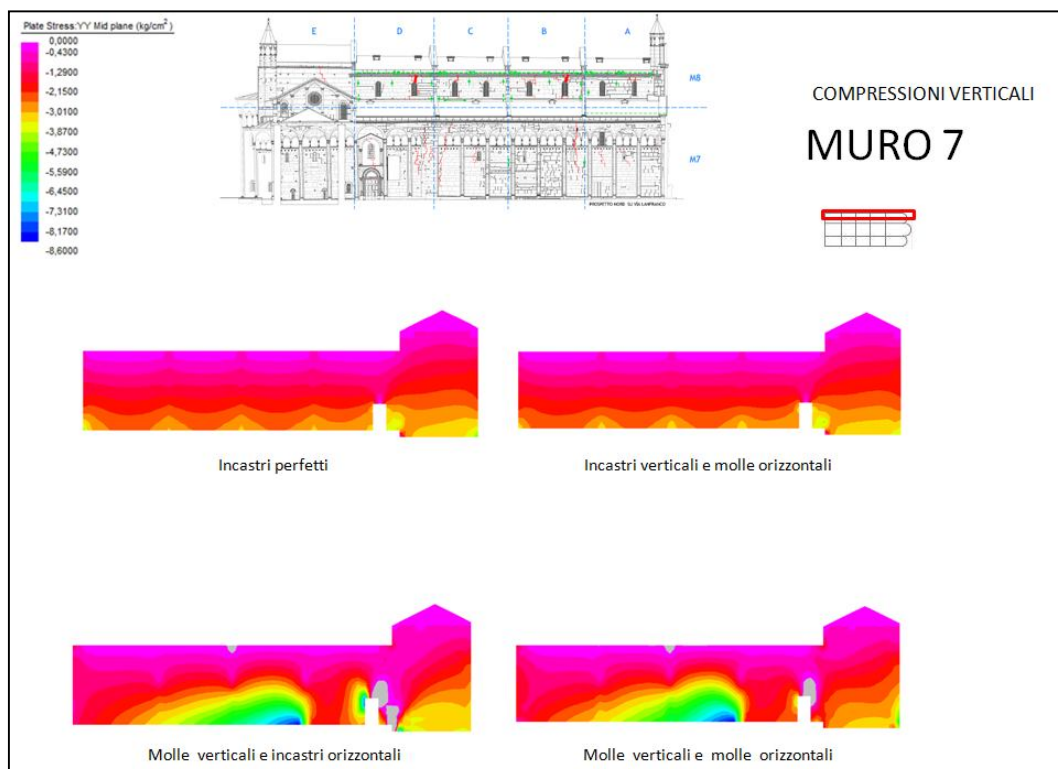
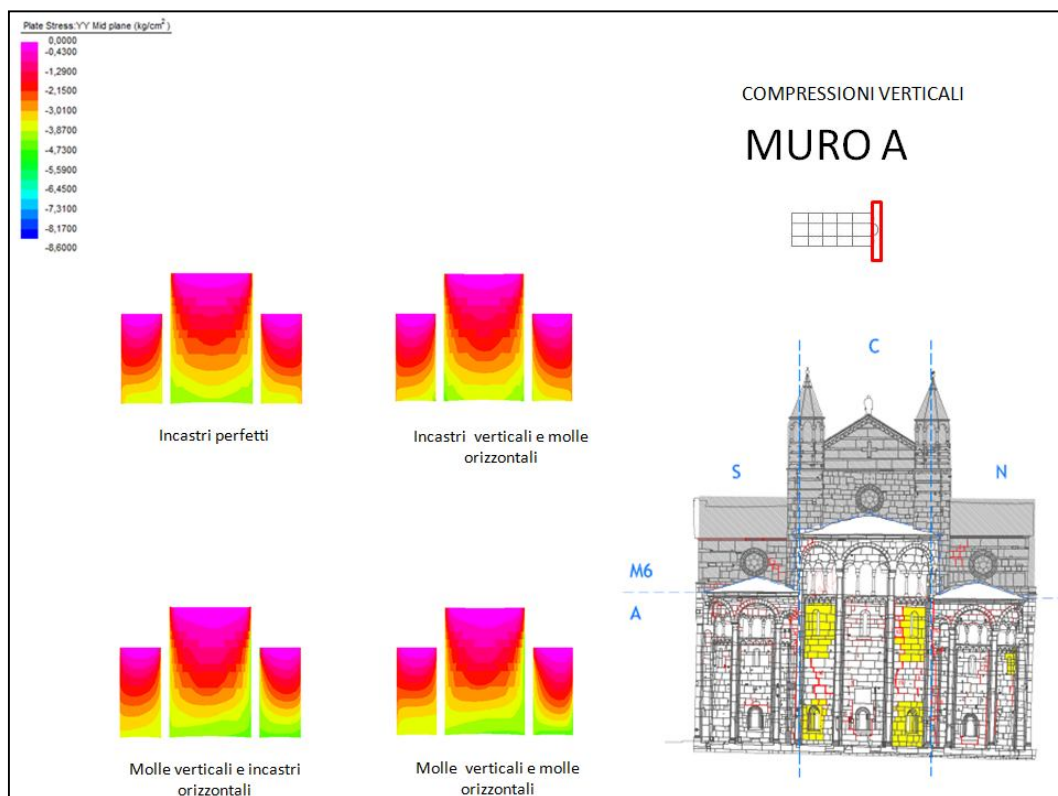


Fig. 6.4.4 Tensioni verticali di compressione per i muri A e 7.



Fig. 6.4.5 Tensioni verticali di compressione per i muri 8 e 9.

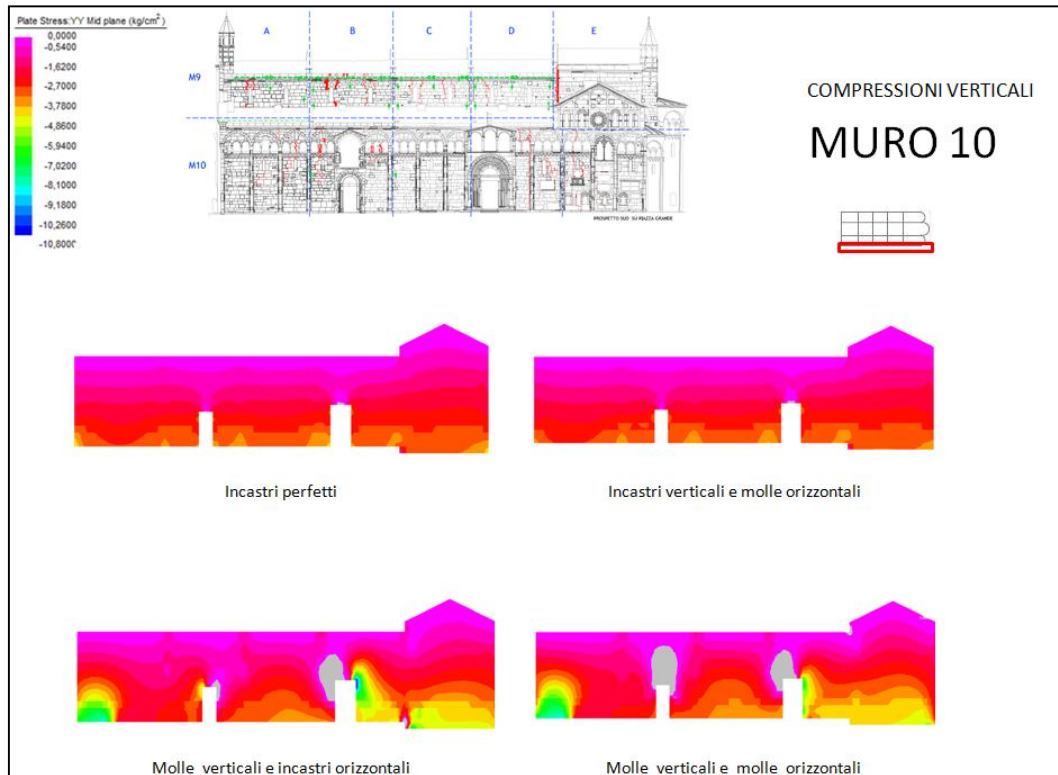


Fig. 6.4.6 Tensioni verticali di compressione per il muro 10.

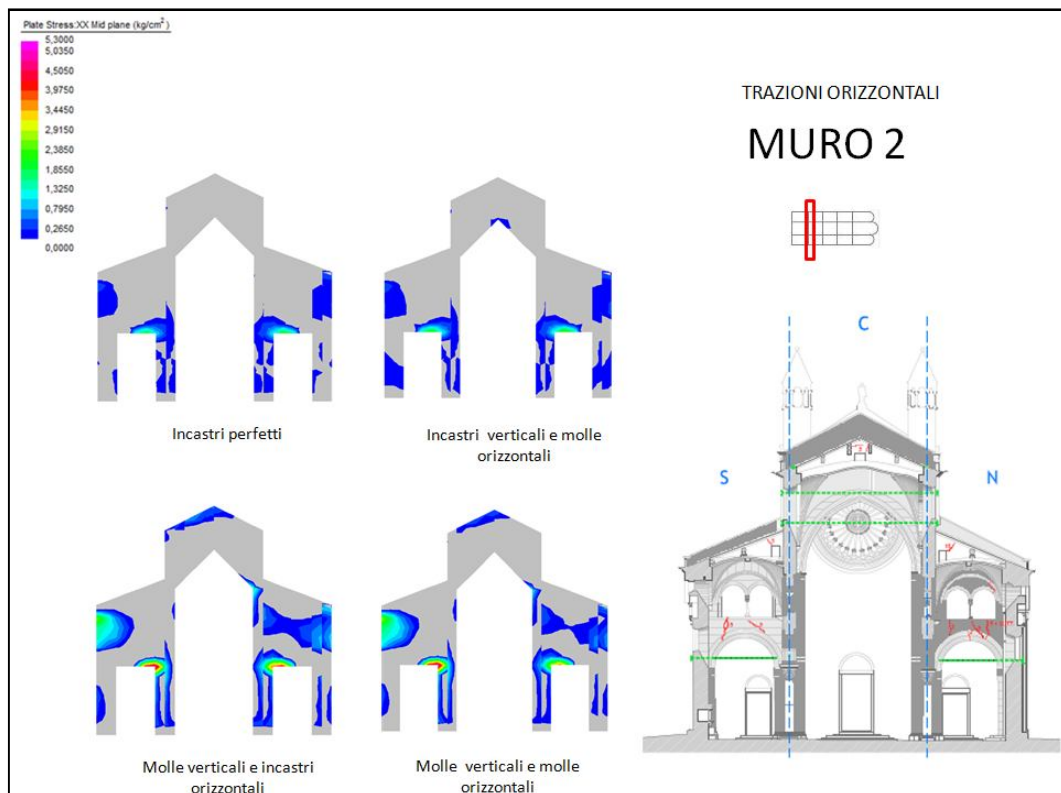
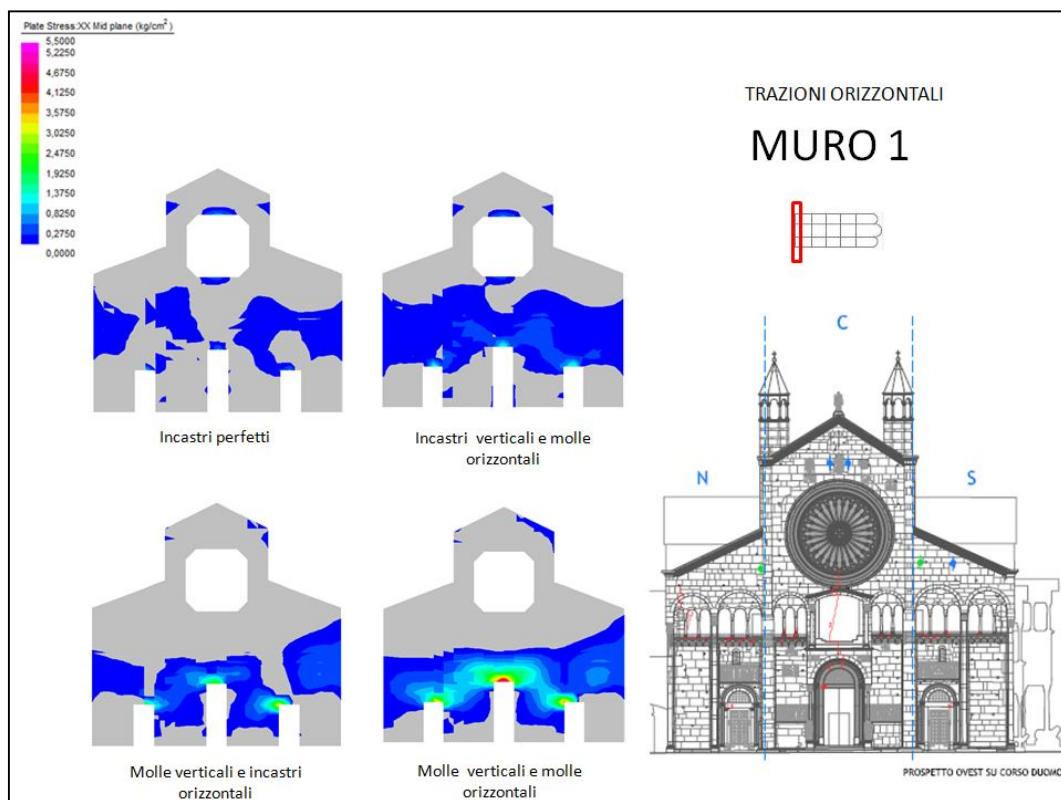


Fig. 6.4.7 Tensioni orizzontali di trazione per i muri 1 e 2.

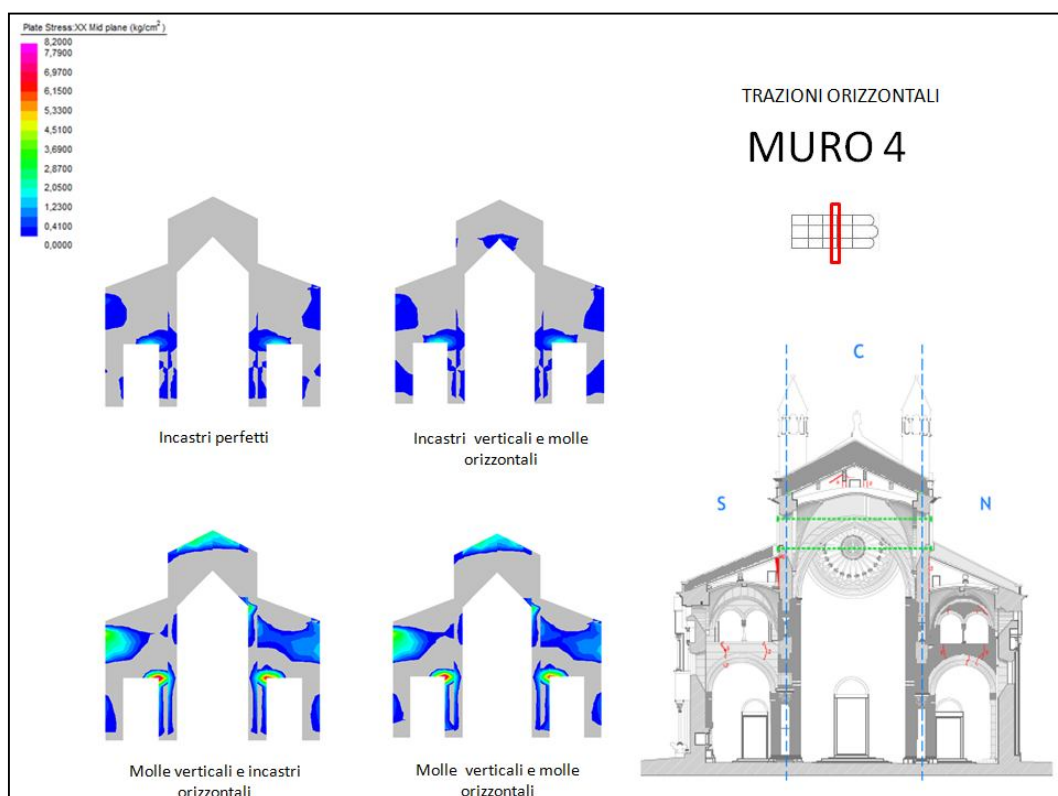
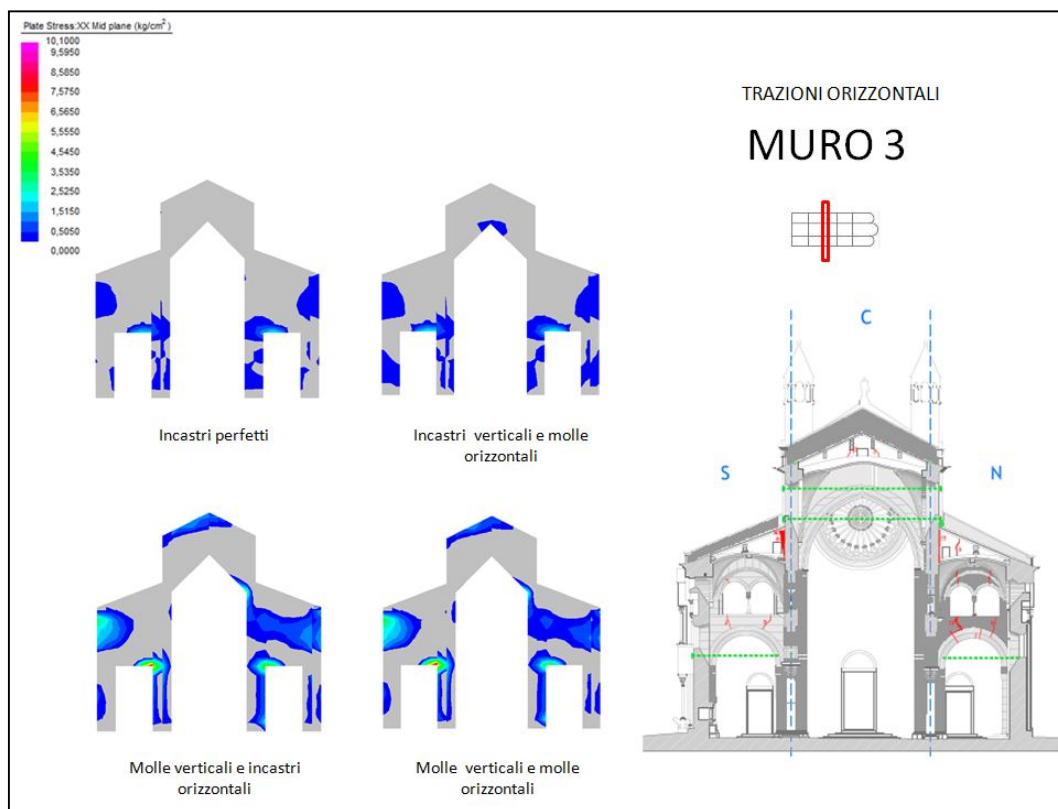


Fig. 6.4.8 Tensioni orizzontali di trazione per i muri 3 e 4.

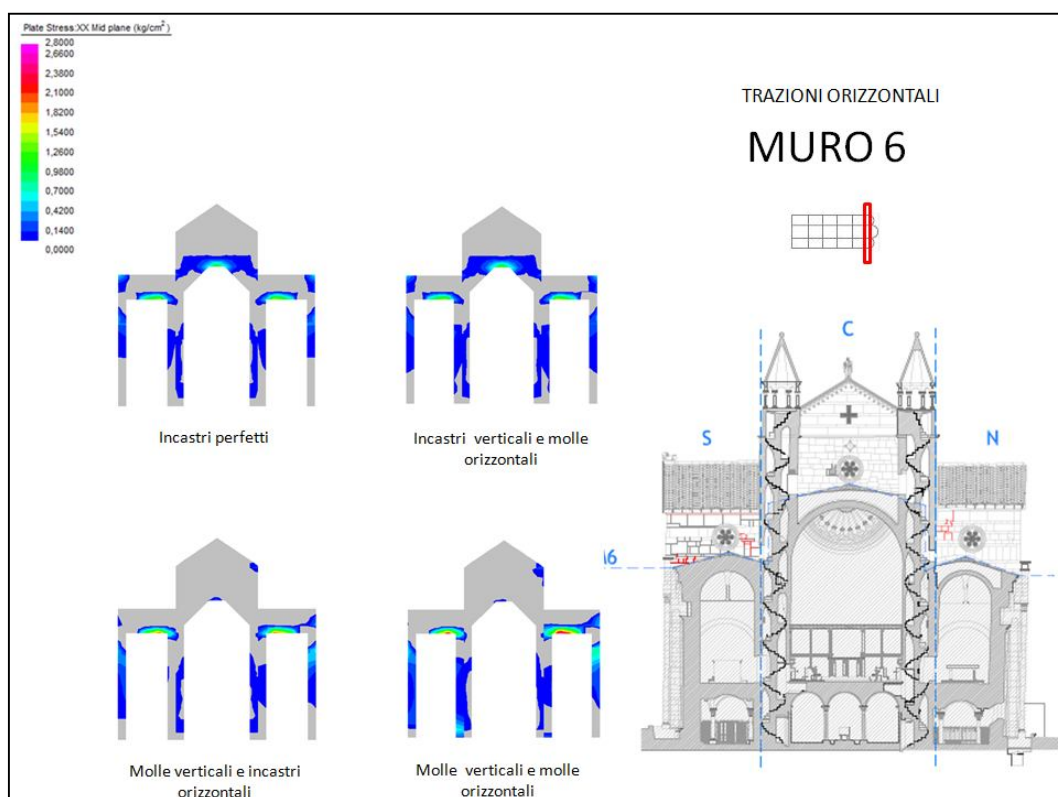
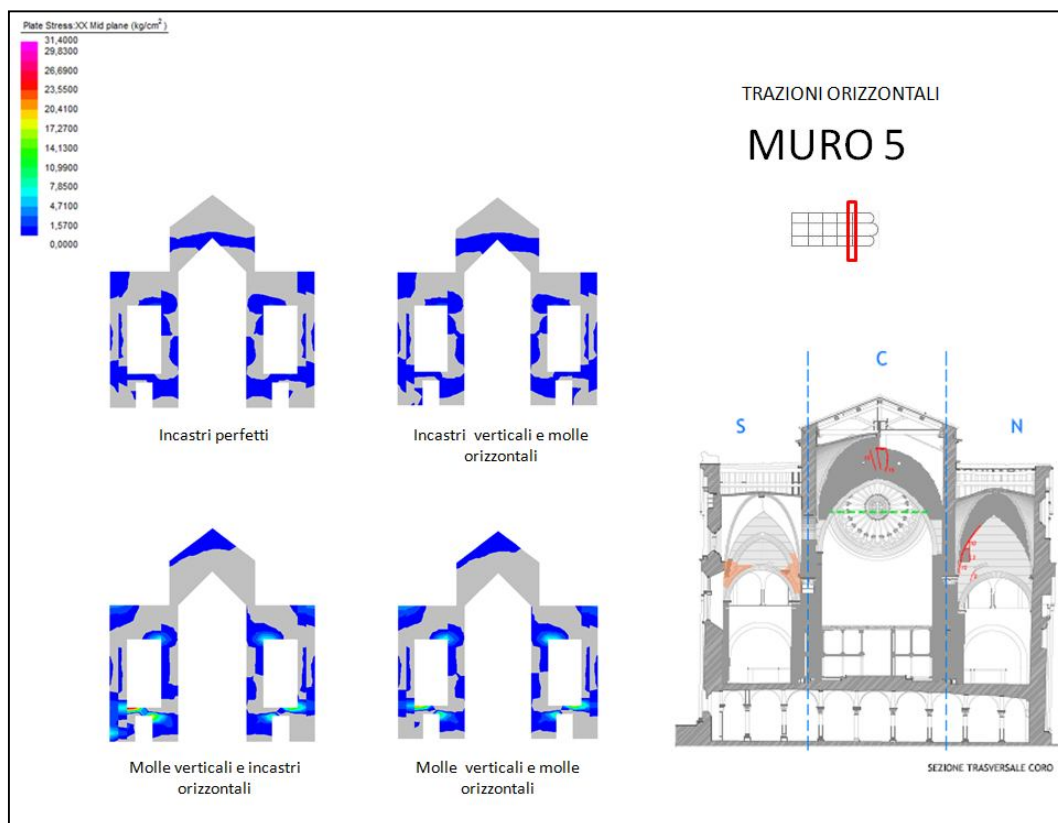


Fig. 6.4.9 Tensioni orizzontali di trazione per i muri 5 e 6.

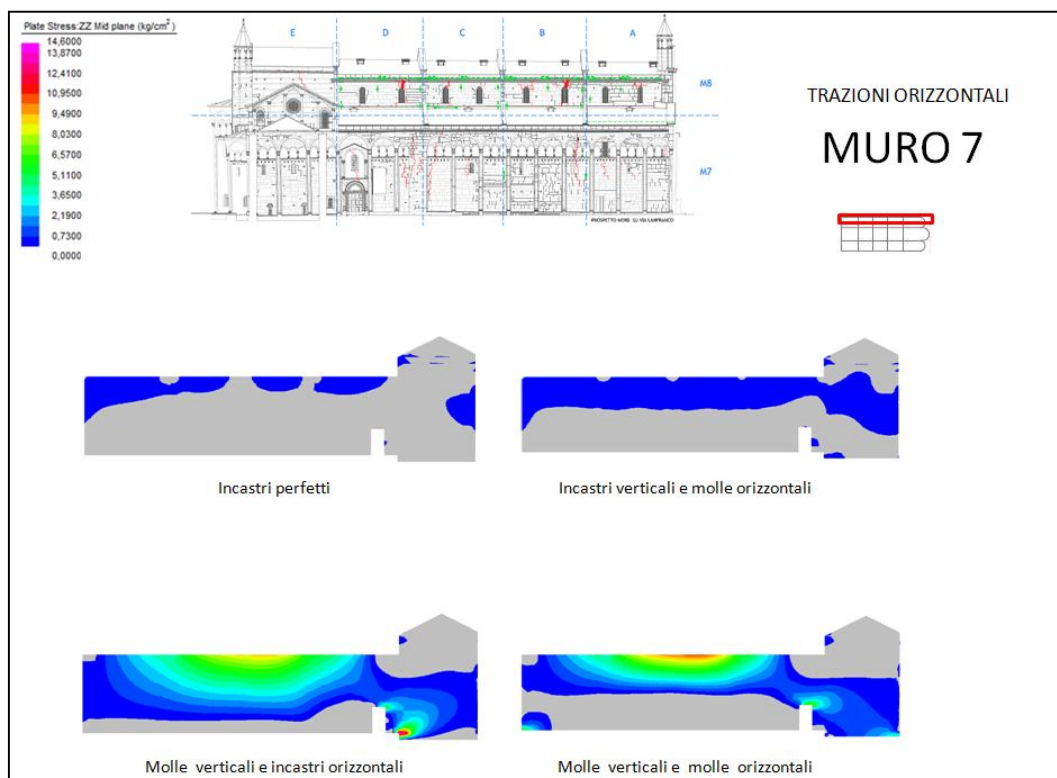
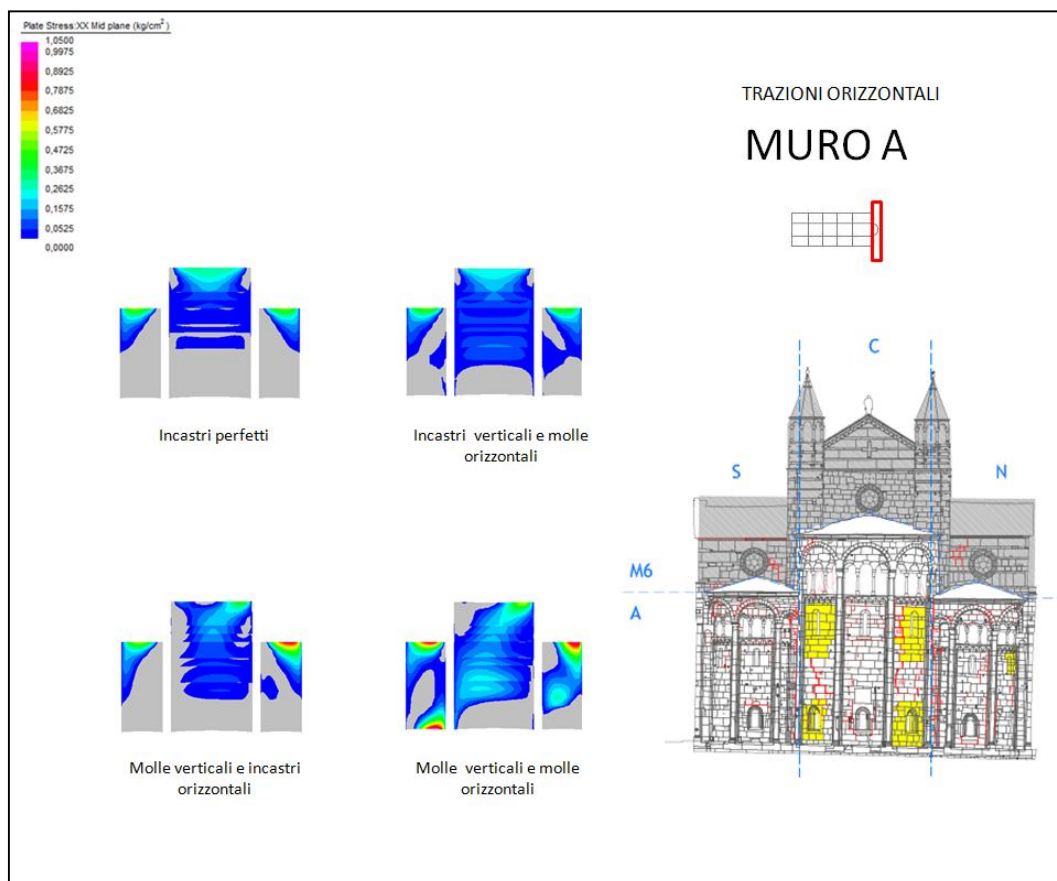


Fig. 6.4.10 Tensioni orizzontali di trazione per i muri A e 7.

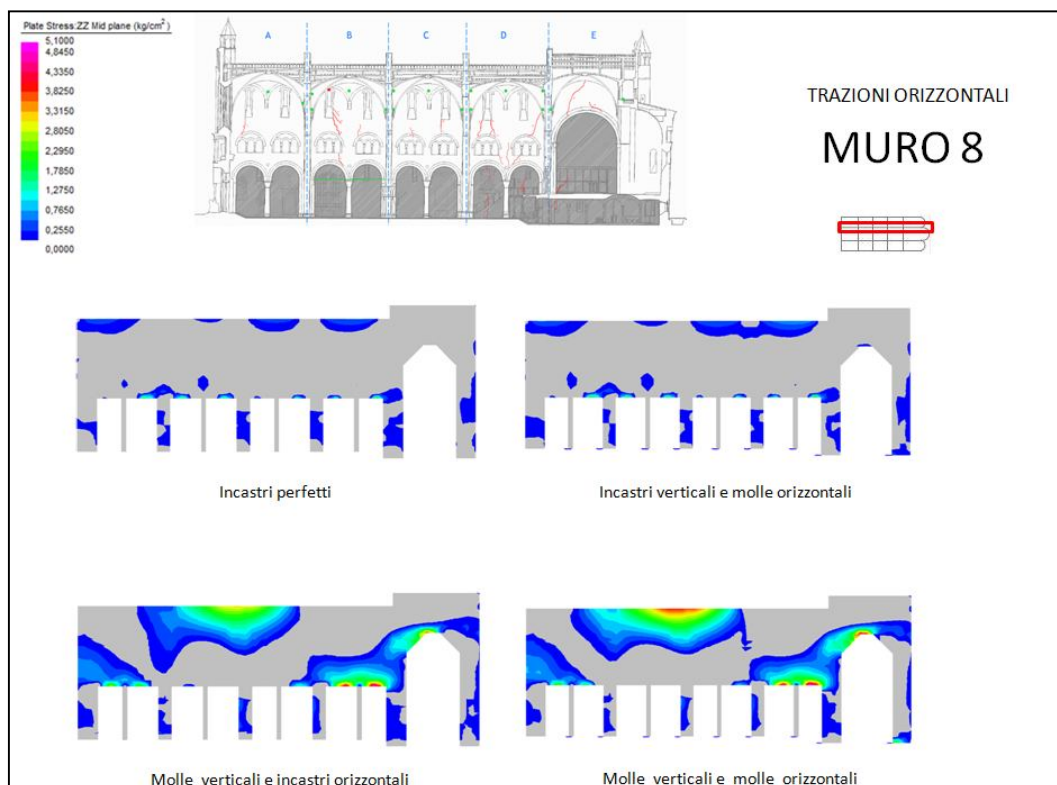


Fig. 6.4.11 Tensioni orizzontali di trazione per i muri 8 e 9.

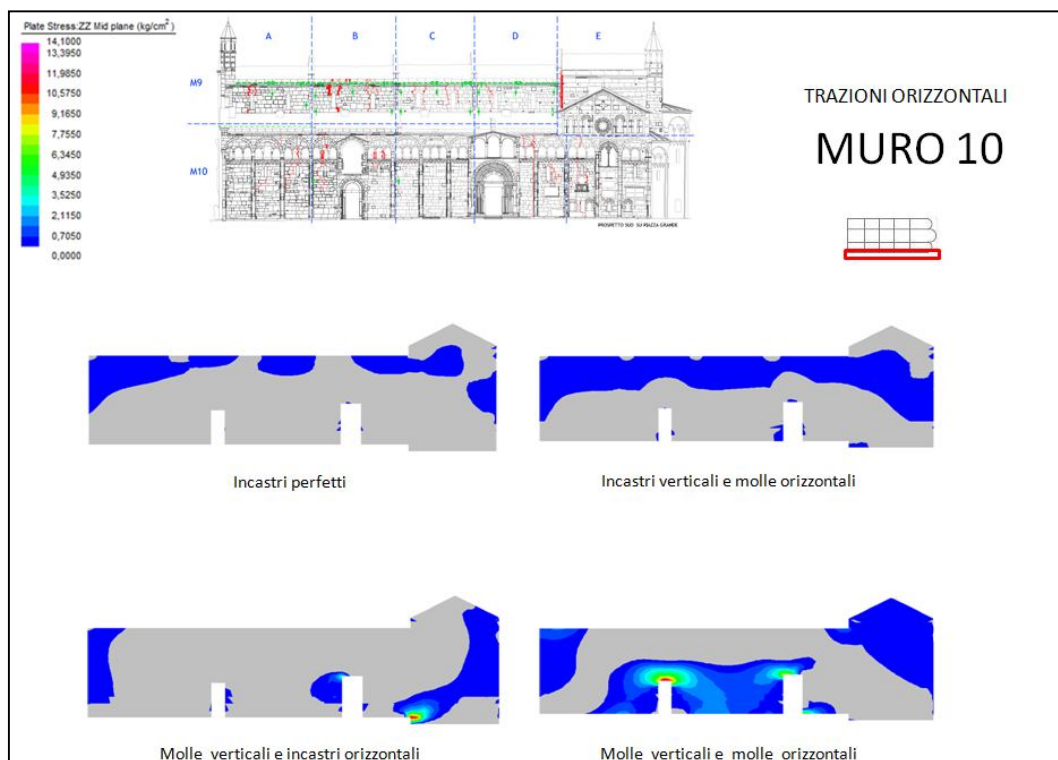


Fig. 6.4.12 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 10.

I risultati ottenuti in termini di tensioni verticali di compressione e tensioni orizzontali di trazione mostrano l'evidente effetto del vincolamento verticale, già visto per i modelli dettagliati nei precedenti capitoli. Sostituendo agli incastri verticali le molle disomogenee il comportamento si modifica radicalmente, manifestando un notevole incremento di tensioni in corrispondenza dei paramenti murari che più risentono delle preesistenze delle vecchie fondazioni affievolendosi nella zona absidale.

I medesimi risultati in termini di tensioni verticali di compressione non mostrano variazioni, se non minime, generate dal passaggio tra il vincolamento con incastri orizzontali al vincolamento con molle orizzontali, da ciò si desume un comportamento piuttosto rigido delle molle orizzontali le quali ci si aspetta rimangano in campo lineare per lo step di carico considerato. Questa ipotesi verrà confermata nel paragrafo successivo.

I risultati in termini di tensioni di trazione orizzontale invece presentano un comportamento diverso tra i casi vincolati con incastri orizzontali e con molle orizzontali. Si nota infatti che pur mantenendosi pressochè inalterato lo stato deformativo, salvo spostamenti alla base dell'ordine dei mm rispetto al caso incastrato, lo stato tensionale presenta difformità sia quantitative che qualitative. In questo senso l'utilizzo delle molle orizzontali alla base rappresenta un elemento di novità.

6.5 Spostamenti nodali alla base

Si effettua infine lo studio degli spostamenti orizzontali alla base per verificare se le molle che simulano il vincolo orizzontale si mantengono in campo elastico oppure presentano un comportamento non lineare. La verifica è effettuata considerando alcuni punti di controllo significativi.

I punti di controllo degli spostamenti orizzontali alla base sono complessivamente dodici, dei quali quattro sono alla base del muro longitudinale nord su via Lanfranco, quattro sono alla base del muro longitudinale sud su piazza Grande, tre sono alla base del muro longitudinale interno (muro 9) sempre su piazza Grande e uno è posto al colmo del semicerchio dell'abside centrale.

Nella seguente figura è riportato la disposizione dei punti di controllo in pianta e la loro nomenclatura, data in funzione dei punti cardinali.

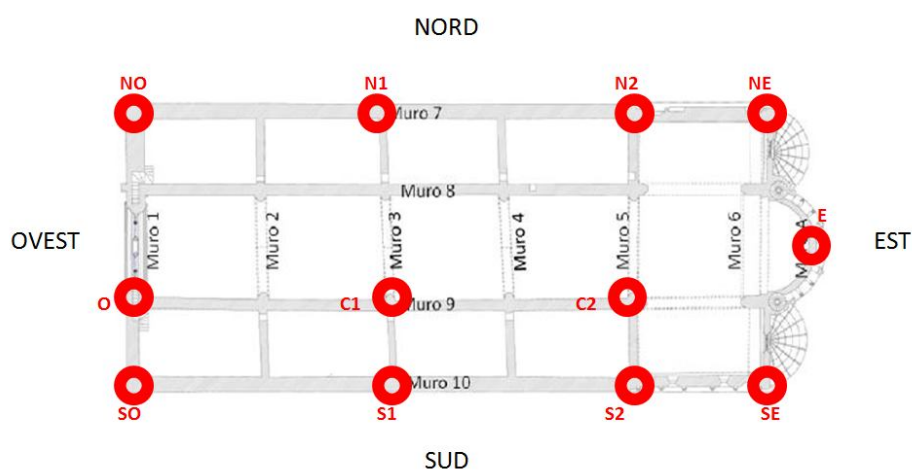


Fig. 6.5.1 Nomenclatura e posizione dei punti di controllo.

Per ogni punto di controllo è riportata una scheda contenente, oltre alla posizione in pianta del punto, un diagramma recante in ascissa lo spostamento orizzontale alla base del punto e in ordinata lo step di carico corrispondente. Si ricorda che uno step di carico corrisponde a 0,1 volte il carico statico agente sulla struttura

considerato per l'analisi statica lineare, composto dal peso proprio e dai carichi permanenti. Il valore massimo di carico si raggiunge in corrispondenza del trentesimo incremento di carico per il quale si ha un valore triplicato del carico utilizzato nell'analisi statica.

Per i quattro punti di controllo NO, SO, NE, SE, posizionati agli spigoli della pianta del Duomo e per i due punti centrali C1 e C2, posizionati all'intersezione tra muri longitudinali e trasversali, i diagrammi sono riportati in entrambe le direzioni X e Z dello spostamento orizzontale, per i restanti punti sono riportati i diagrammi di spostamento in una sola direzione, quella fuori dal piano, poiché l'altra risulta non significativa ai fini dell'analisi effettuata. Per i punti E e O i diagrammi sono riportati solo per gli spostamenti orizzontali in Z, per i punti N1, N2, S1, S2 sono riportati i diagrammi per la sola direzione X.

I diagrammi sono suddivisi in funzione dei vincoli alla base presenti, si sono studiati i due casi:

- Incastri verticali e molle non lineari orizzontali;
- Molle non uniformi verticali e molle non lineari orizzontali.

6.5.1 Incastri orizzontali e molle verticali

Nelle seguenti figure sono riportati i diagrammi tra spostamento orizzontale alla base e step di carico dei punti di controllo ottenuti dall'analisi non lineare sul modello semplificato, per i modelli con incastri verticali e molle non lineari orizzontali:

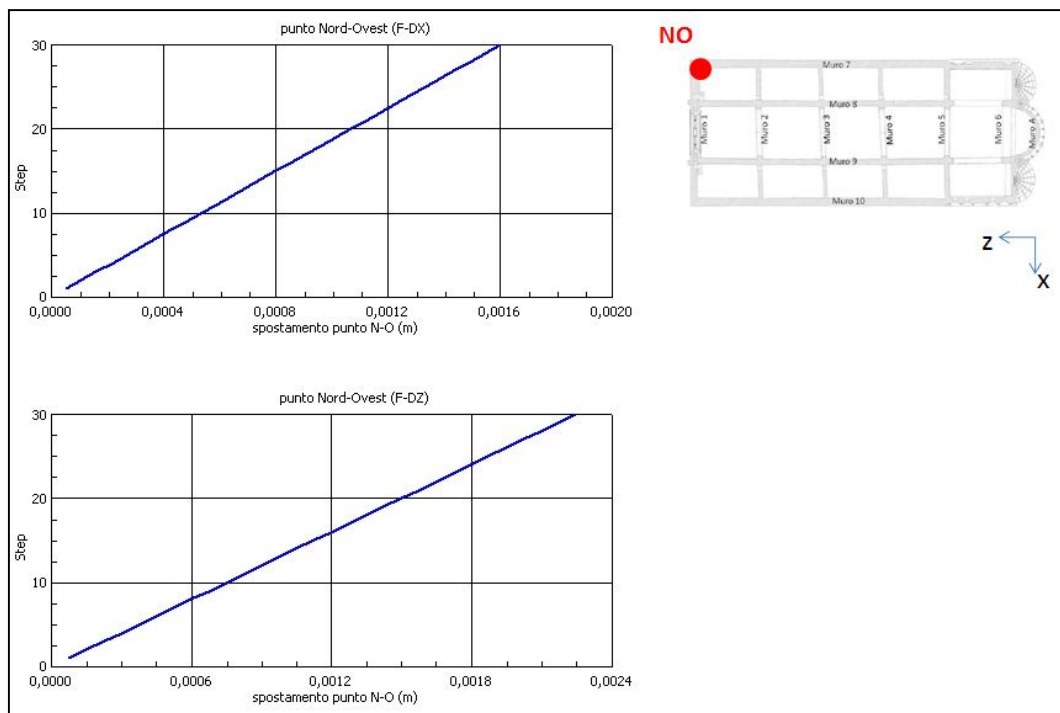


Fig. 6.5.1.1 diagrammi step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Nord-Ovest.

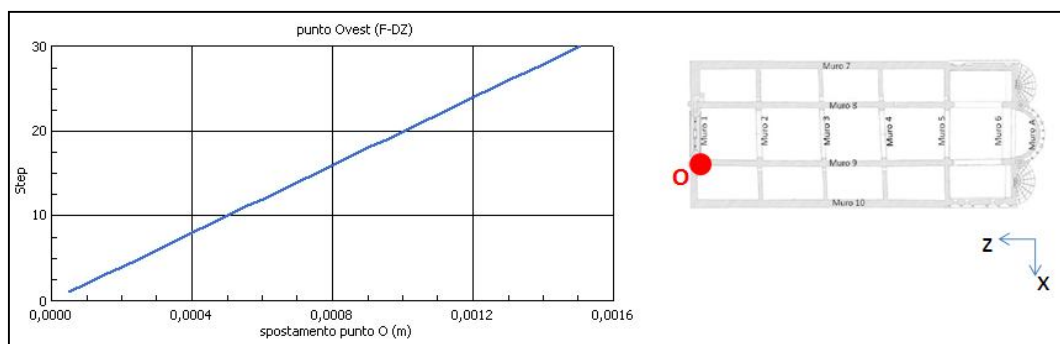


Fig. 6.5.1.2 diagramma step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Ovest.

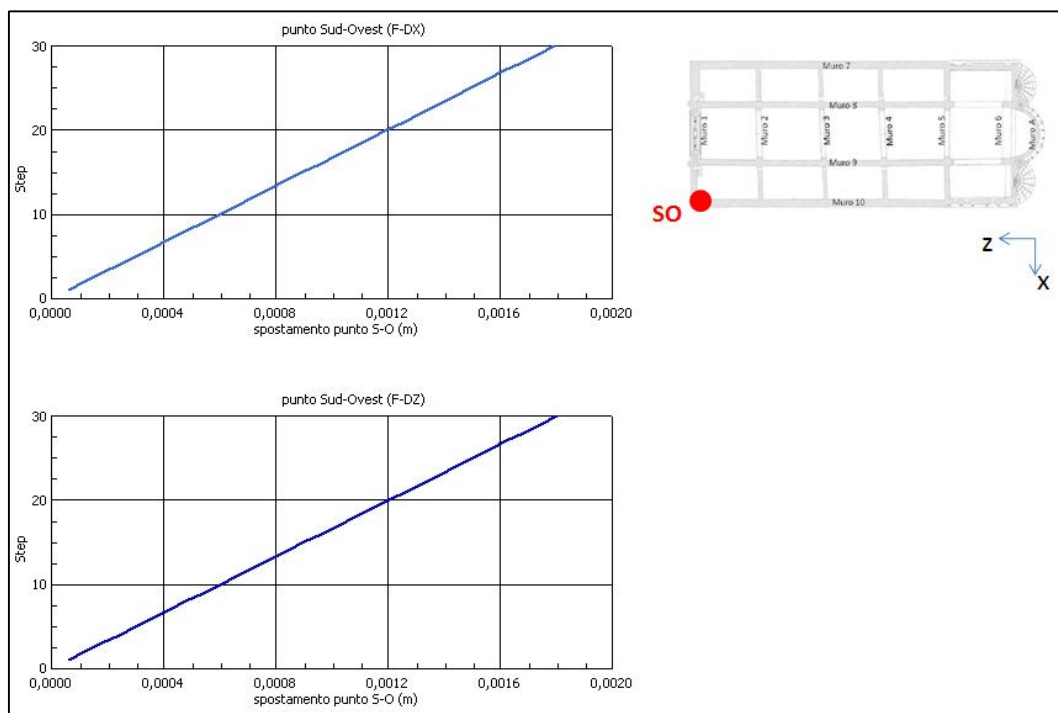


Fig. 6.5.1.3 diagrammi step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Sud-Ovest.

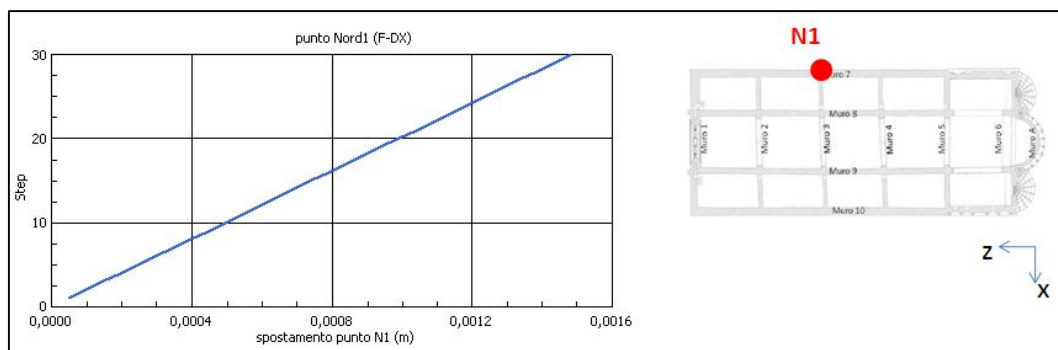


Fig. 6.5.1.4 diagramma step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Nord 1.

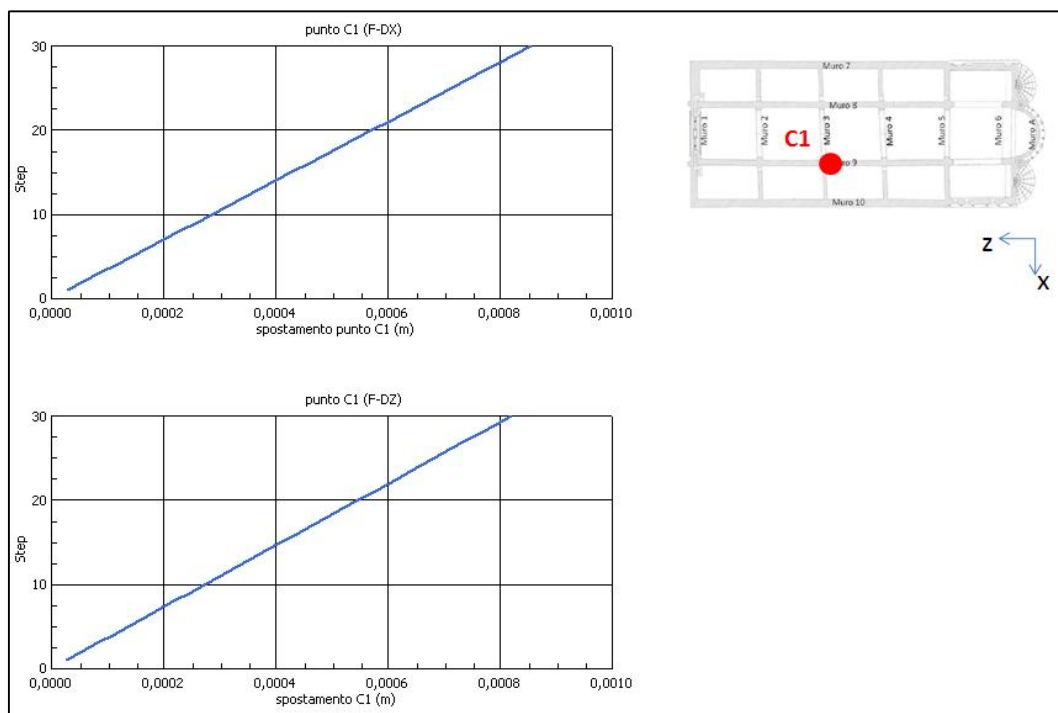


Fig. 6.5.1.5 diagrammi step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Centro 1.

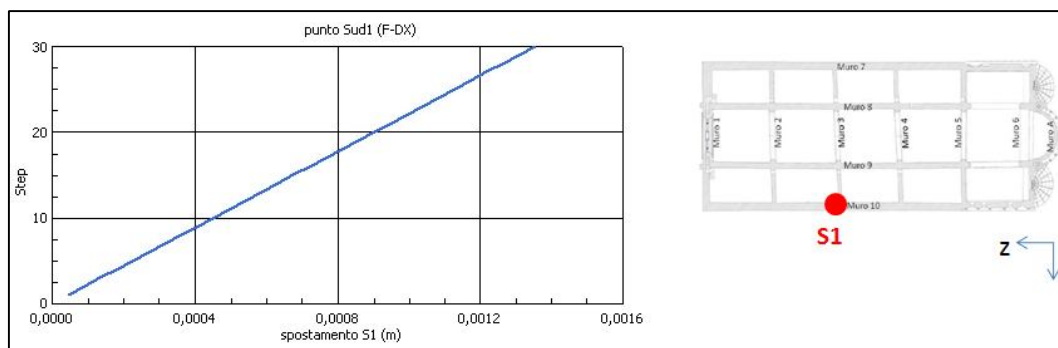


Fig. 6.5.1.6 diagramma step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Sud 1.

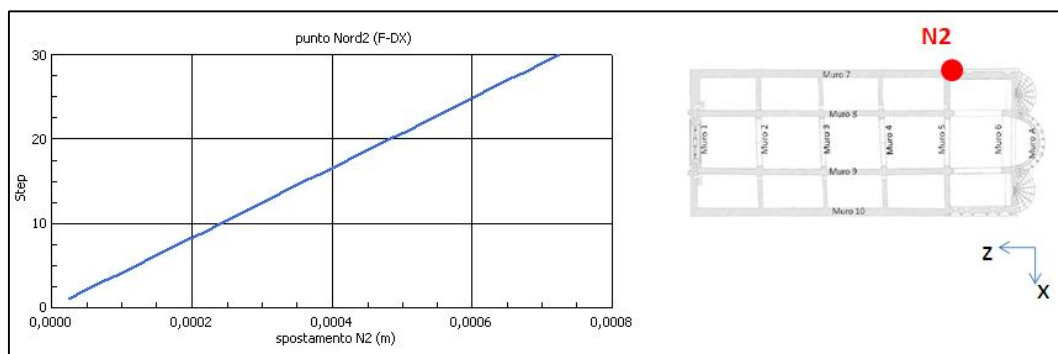


Fig. 6.5.1.7 diagramma step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Nord 2.

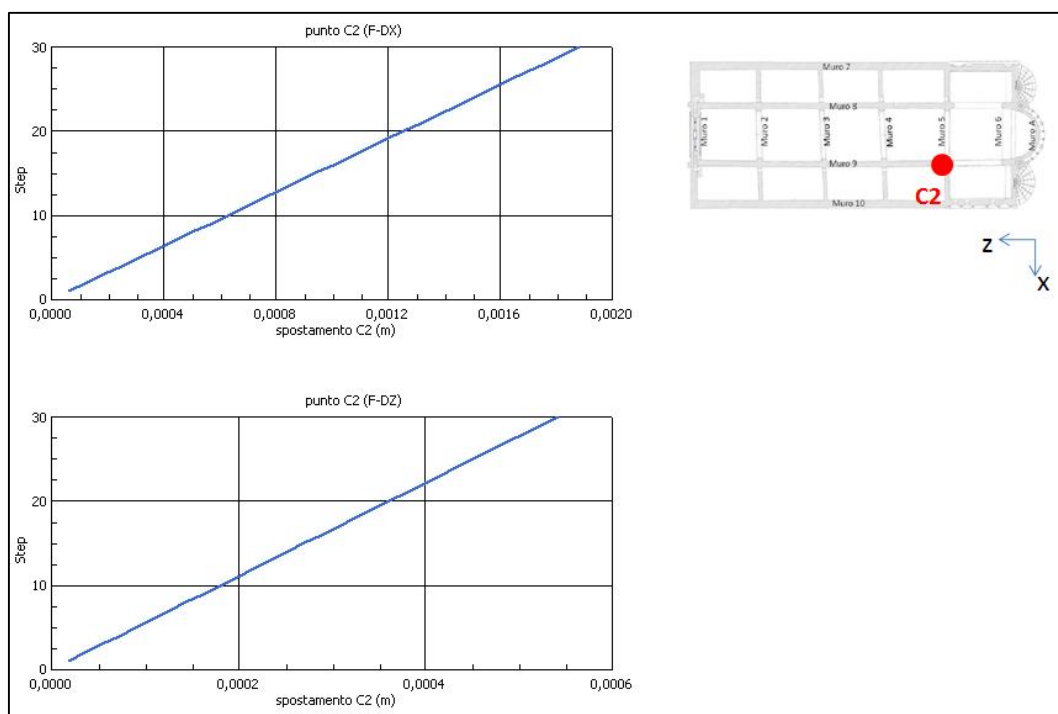


Fig. 6.5.1.8 diagrammi step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Centro 2.

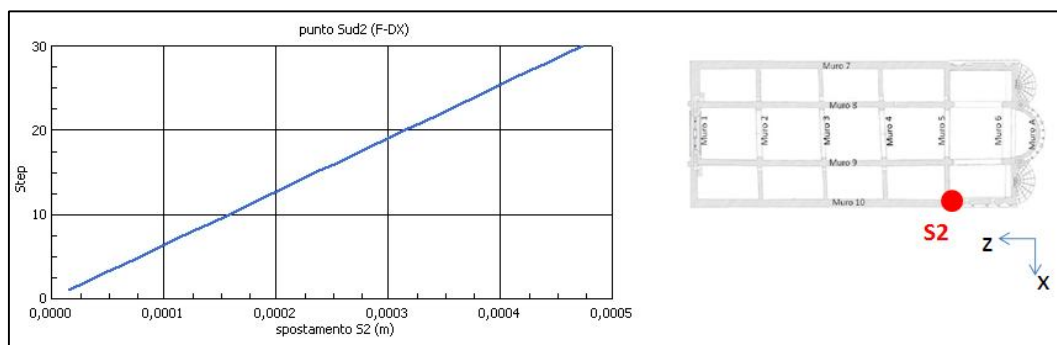


Fig. 6.5.1.9 diagramma step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Sud 2.

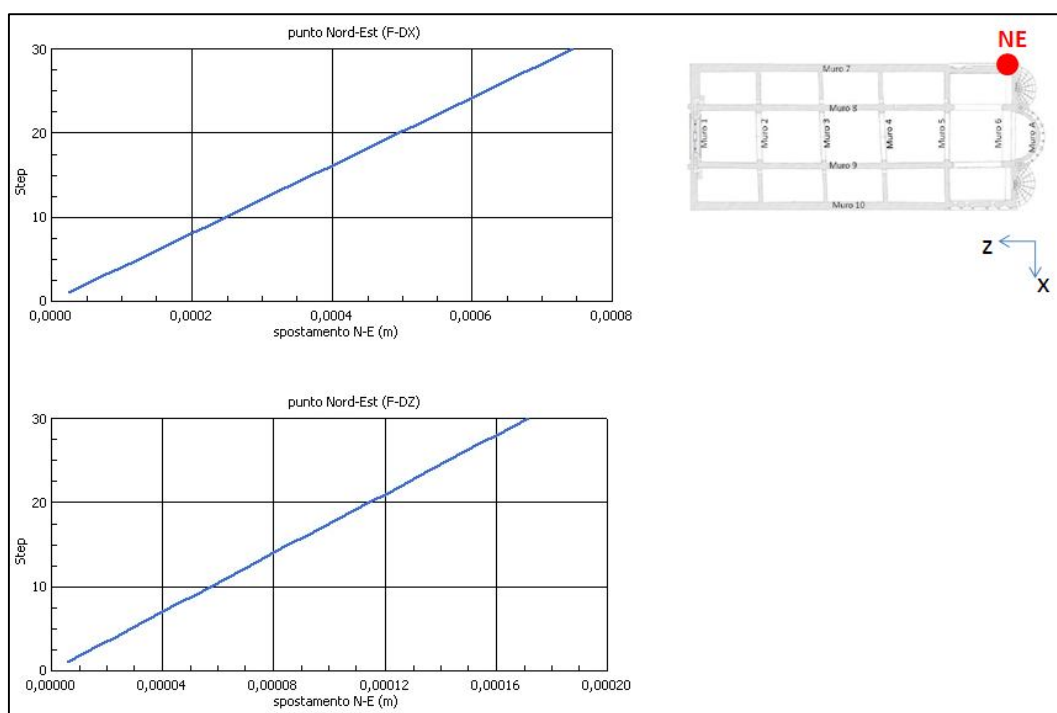


Fig. 6.5.1.10 diagrammi step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Nord-Est.

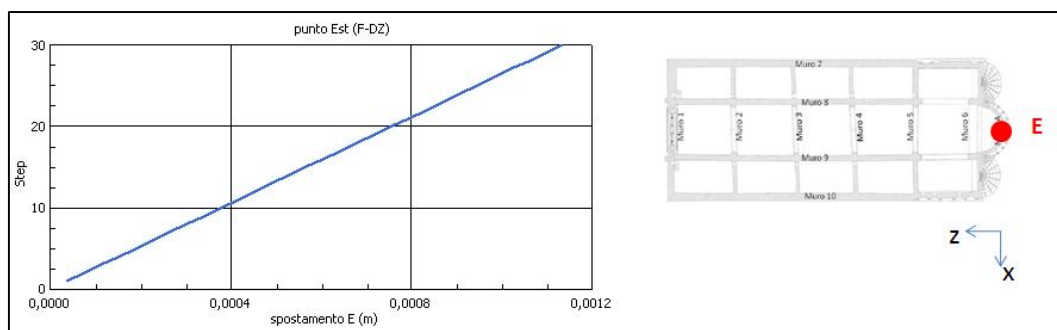


Fig. 6.5.1.11 diagramma step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Est.

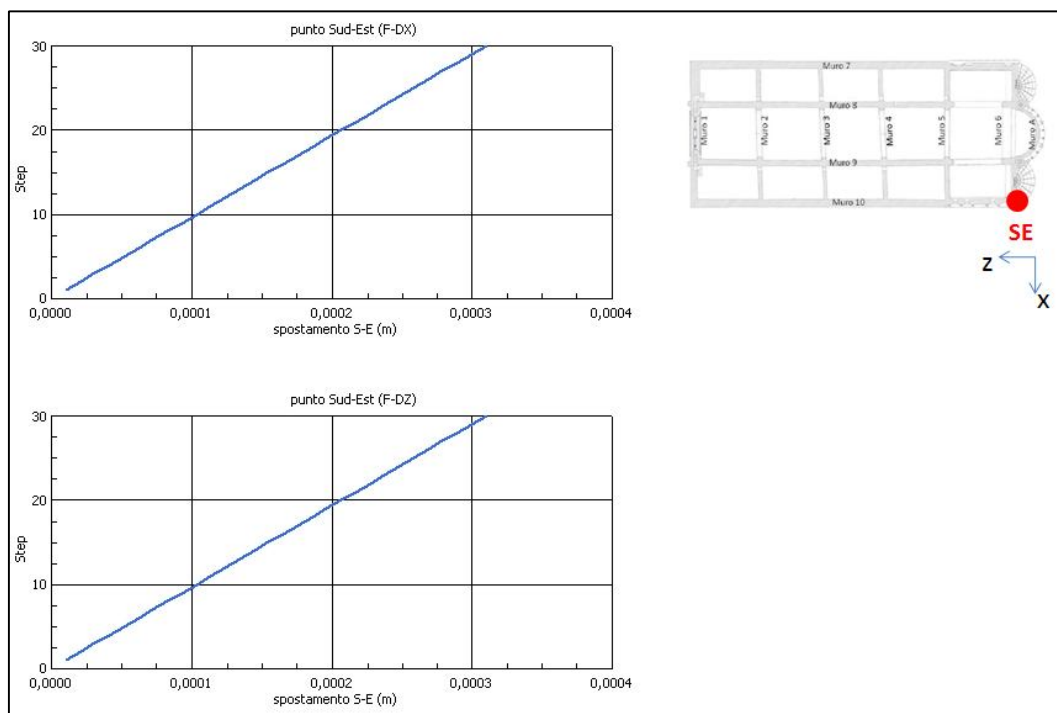


Fig. 6.5.1.12 diagrammi step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Sud-Est.

Per tutti i punti di controllo analizzati i diagrammi mostrano una relazione lineare tra gli lo spostamento orizzontale alla base e gli step di carico, non si raggiunge mai il valore limite di 4 mm oltre il quale si ha l'appiattimento del legame costitutivo delle molle, con perdita della linearità.

6.5.2 Molle orizzontali e molle verticali

Nelle seguenti figure sono riportati i diagrammi tra spostamento orizzontale alla base e step di carico dei punti di controllo ottenuti dall'analisi non lineare sul modello semplificato, per i modelli con molle non uniformi verticali e molle non lineari orizzontali:

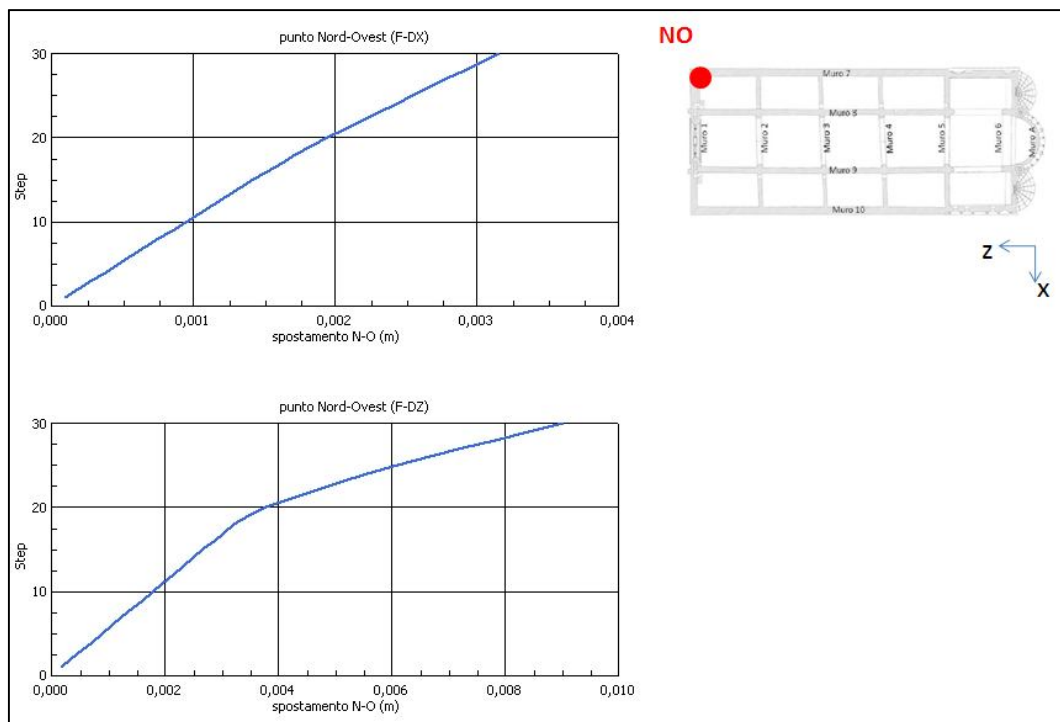


Fig. 6.5.2.1 diagrammi step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Nord-Ovest.

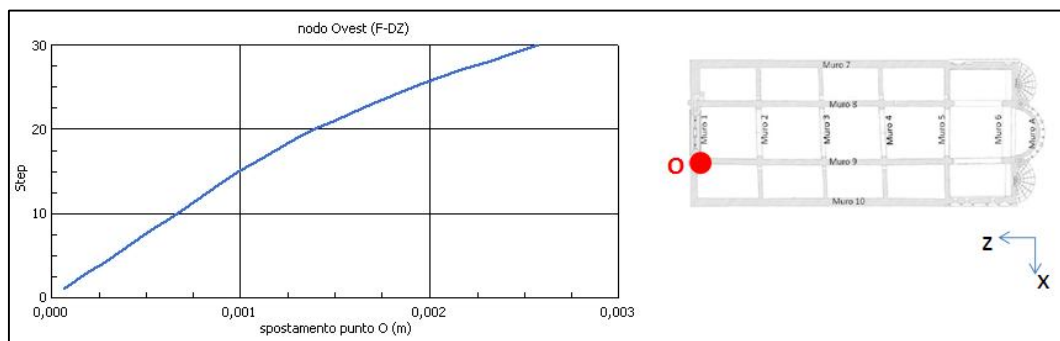


Fig. 6.5.2.2 diagramma step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Ovest.

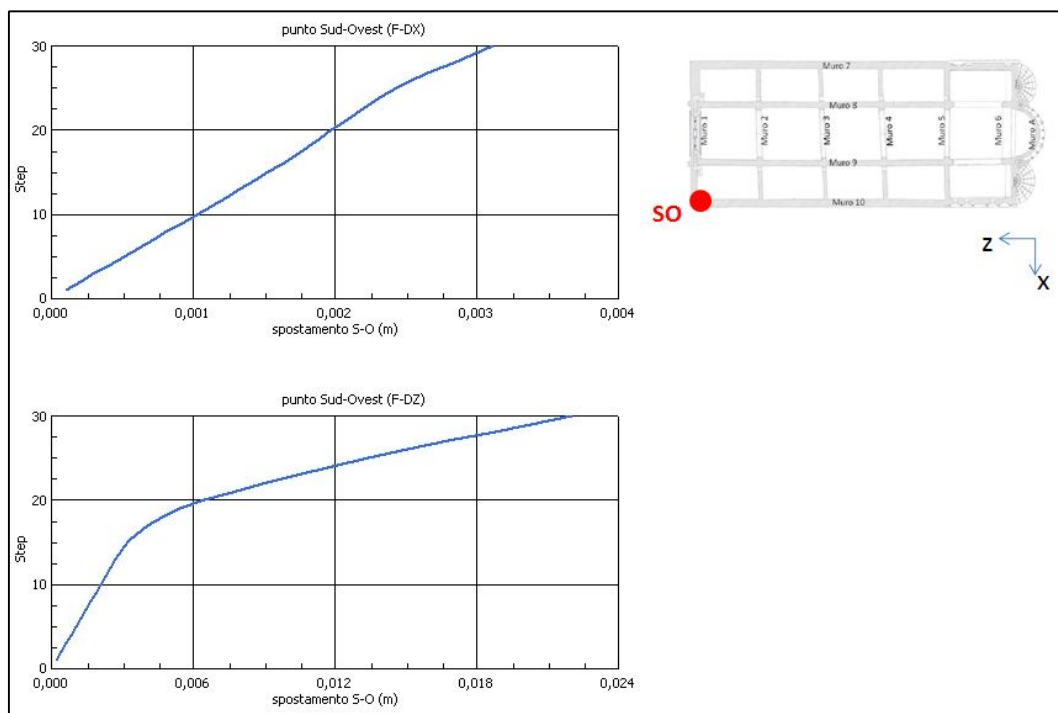


Fig. 6.5.2.3 diagrammi step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Sud-Ovest.

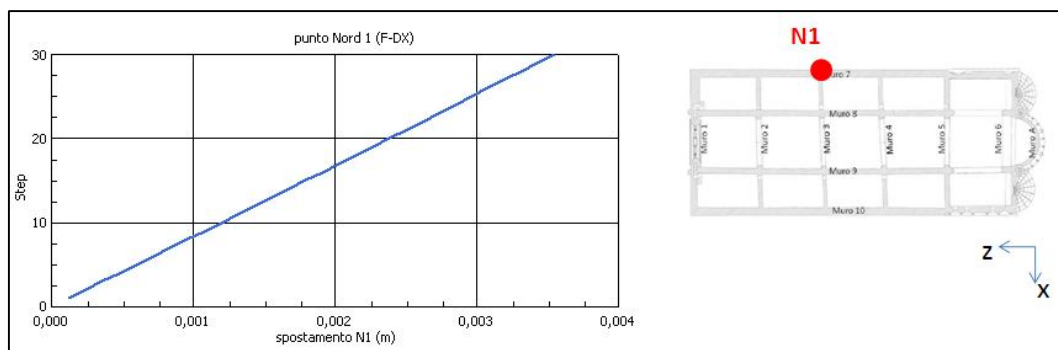


Fig. 6.5.2.4 diagramma step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Nord 1.

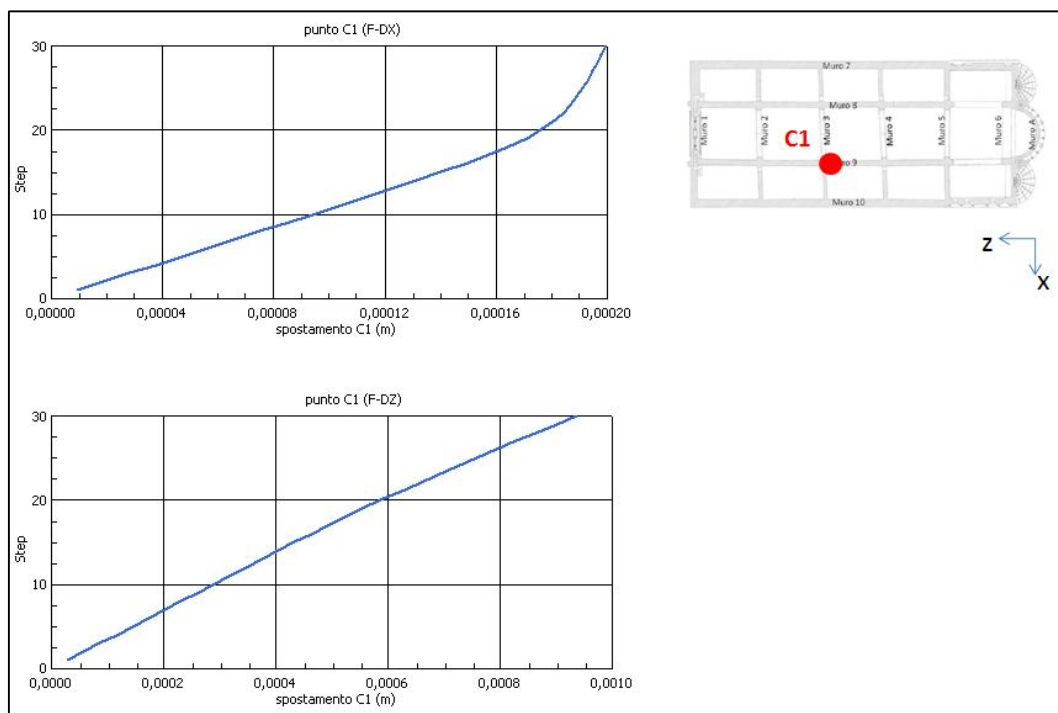


Fig. 6.5.2.5 diagrammi step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Centro 1.

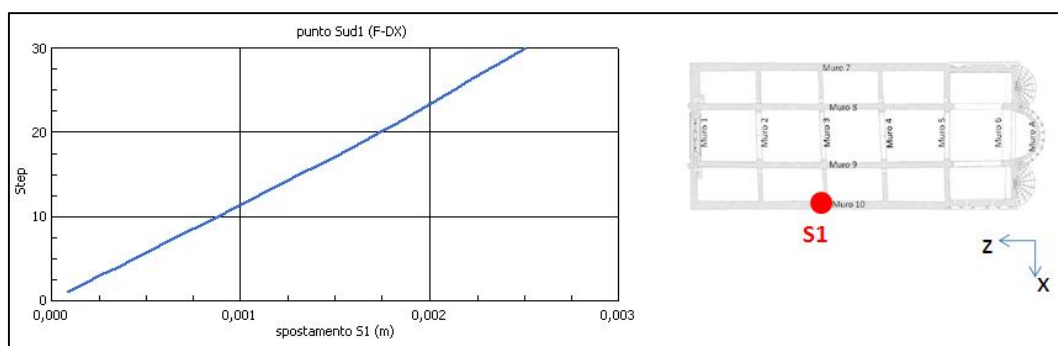


Fig. 6.5.2.6 diagramma step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Sud 1.

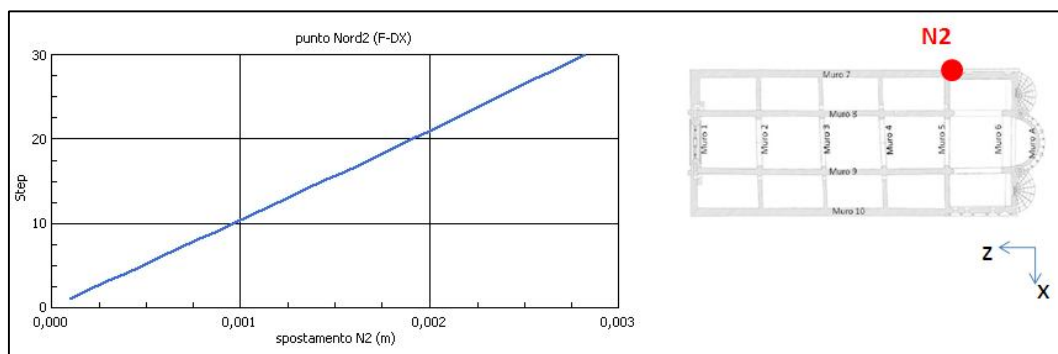


Fig. 6.5.2.7 diagramma step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Nord 2.

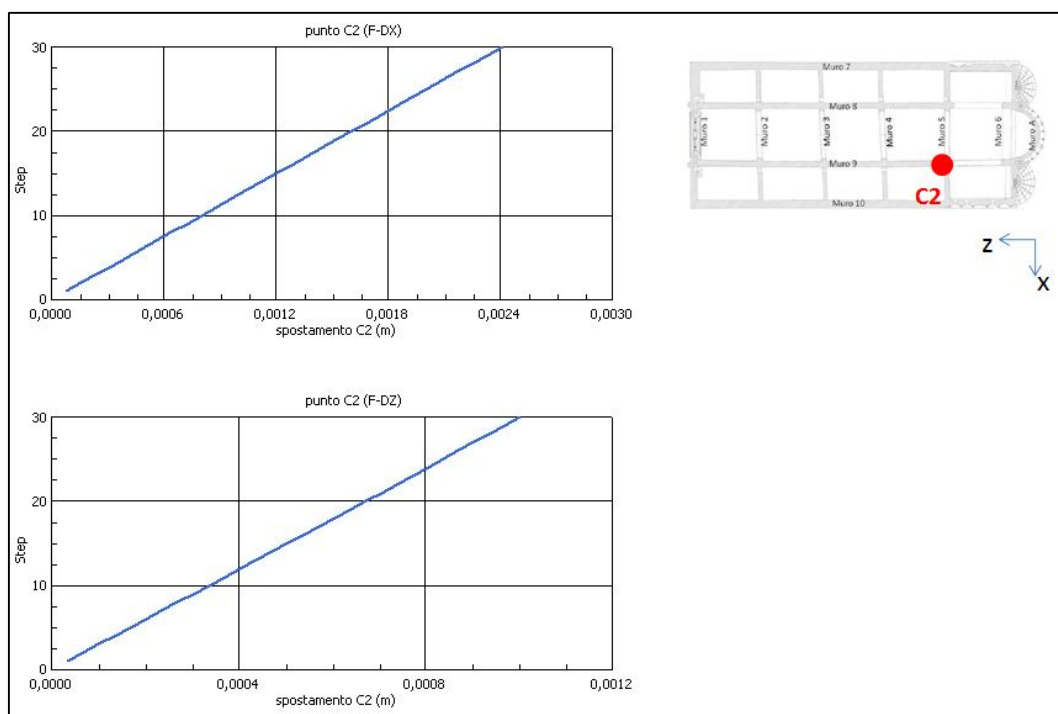


Fig. 6.5.2.8 diagrammi step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Centro 2.

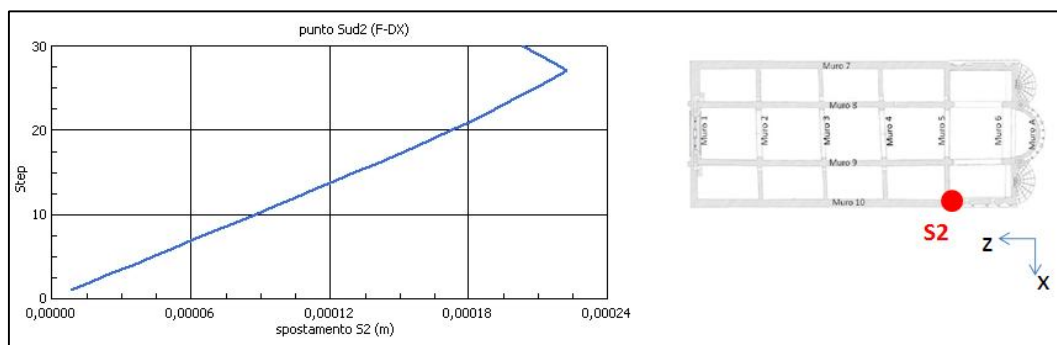


Fig. 6.5.2.9 diagramma step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Sud 2.

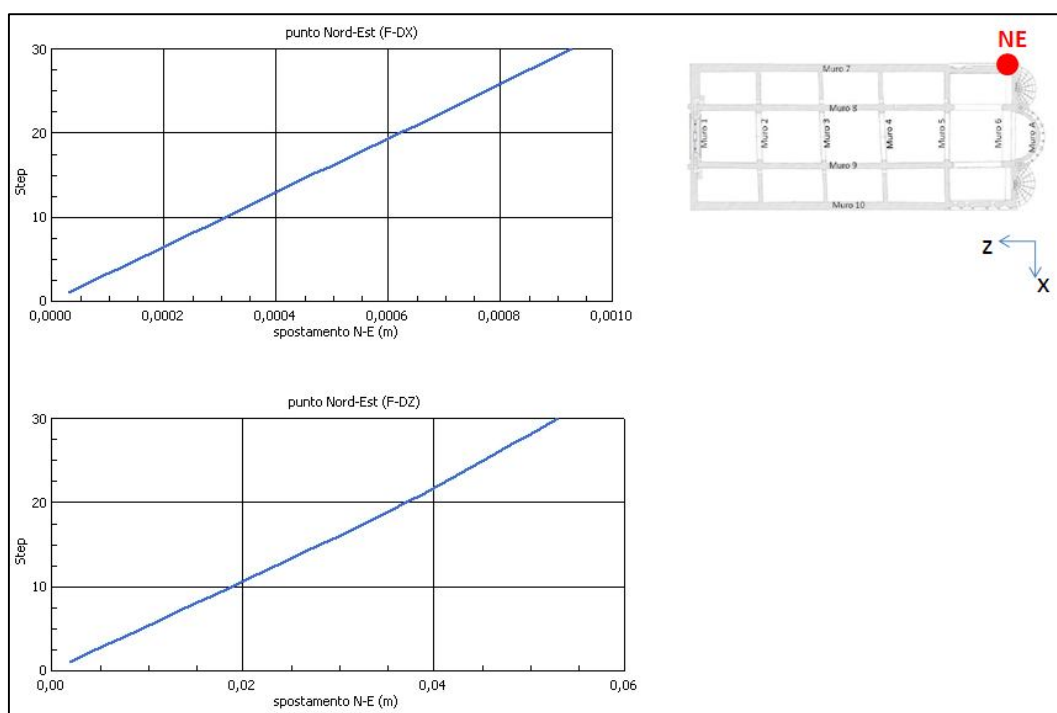


Fig. 6.5.2.10 diagrammi step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Nord-Est.

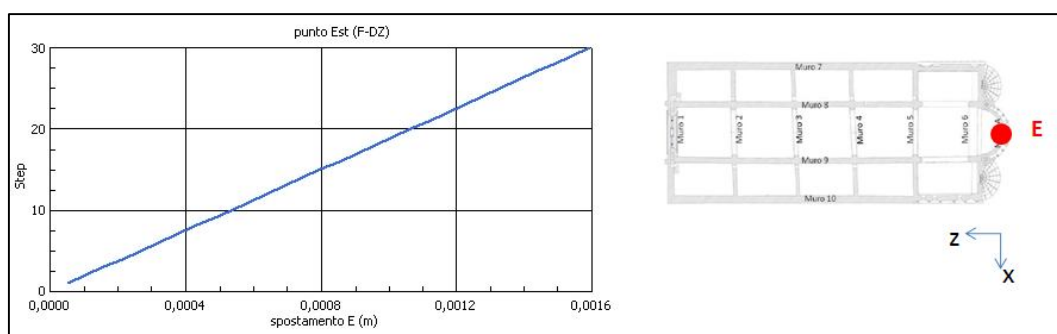


Fig. 6.5.2.11 diagramma step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Est.

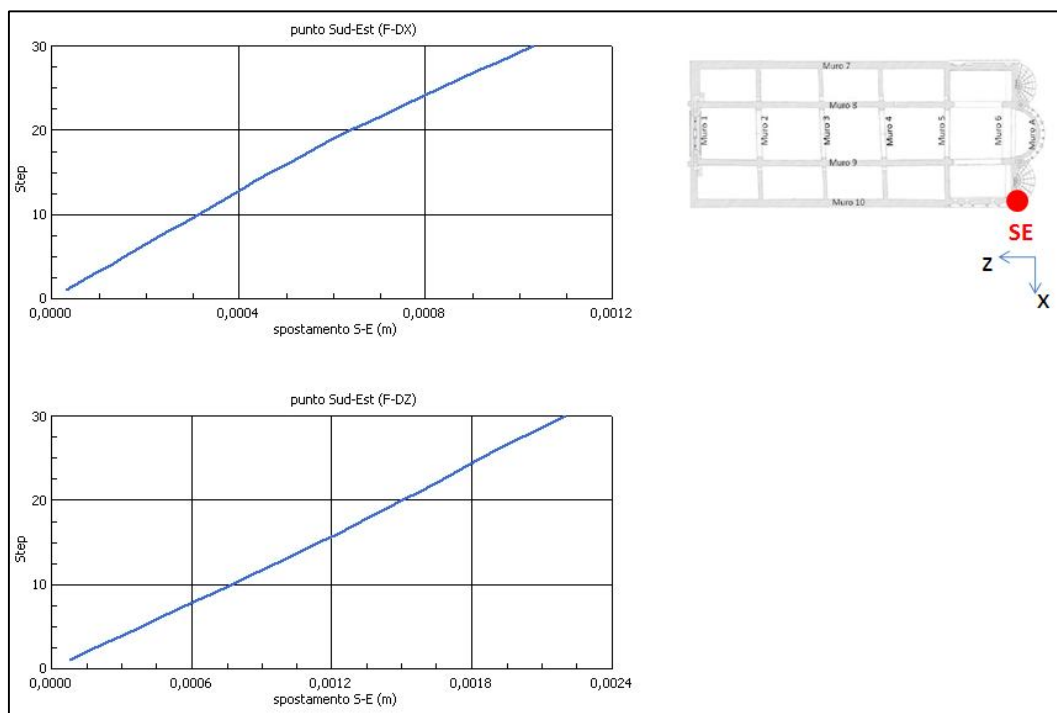


Fig. 6.5.2.12 diagrammi step di carico-spostamento alla base per il punto di controllo Sud-Est.

I punti di controllo O, N1, S1, N2, C2, E, SE presentano diagrammi con una relazione lineare tra gli spostamento orizzontale alla base e gli step di carico, non si raggiunge mai il valore limite di 4 mm oltre il quale si ha l'appiattimento del legame costitutivo delle molle, con perdita della linearità.

I punti di controllo NO e SO presentano un diagramma diverso nelle due direzioni, in direzione X il diagramma è lineare, come per i punti descritti in precedenza, i diagrammi in direzione Z invece presentano un comportamento non lineare. Si distinguono due tratti con andamento lineare il primo con rigidezza, ovvero pendenza della retta, maggiore del secondo. Il punto in cui è localizzato il cambio di pendenza con riduzione della rigidezza della molle si verifica per valori di spostamento orizzontale di circa 4 mm, ovvero il valore limite atteso in cui si ha l'appiattimento del legame costitutivo delle molle non lineari, il corrispondente step di carico vale rispettivamente 15 e 20 per i due punti. La perdita della linearità si verifica per valori incrementi di carico molto elevati rispetto ai carichi

statici dovuti a peso proprio e ai carichi permanenti utilizzati per l'analisi statica lineare.

I punti C1 e S2 presentano invece diagrammi con andamento anomalo in direzione X, il comportamento risulta lineare per bassi step di carico, ma raggiunti elevati valori di incremento di carico, la curva aumenta la sua pendenza, come se ci fosse un irrigidimento inatteso della molla. Questo fenomeno avviene per valori di spostamento orizzontale tra i più bassi tra quelli plottati. Il punto di controllo C1 presenta invece in direzione Z un comportamento lineare.

Infine il punto NE presenta un comportamento lineare in entrambe le direzioni ma i valori di spostamento alla base in direzione Z risultano elevati in modo anomalo, raggiungendo l'ordine di grandezza del centimetro.

In conclusione, dallo studio dei diagrammi spostamento-incremento di carico ottenuti per i punti di controllo, si nota che il comportamento delle molle orizzontali alla base del modello semplificato, per valori di carico agente pari a quelle statici, è lineare. Infatti anche nei casi con comportamento anomalo o in cui si ha una riduzione della rigidezza delle molle, ciò avviene sempre per step di carico notevolmente più elevati dei carichi agenti utilizzati per l'analisi statica, si desume dunque che i vincoli orizzontali possono essere modellati come molle orizzontali lineari con rigidezza corrispondente a quella del tratto lineare del legame costitutivo assegnato alle molle non lineari.

Capitolo 7

Analisi su struttura con vincoli orizzontali lineari

7.1 Introduzione

Dall'analisi non lineare sul modello semplificato si è appurato che le molle alla base della struttura possono essere assunte lineari con valore di rigidezza pari a quello del tratto lineare del legame tra spostamento e forza orizzontale.

Si effettua ora un'analisi lineare sul modello dettagliato, descritto nei capitoli precedenti, applicando questa volta come unico vincolo orizzontale delle molle con comportamento lineare e mantenendo i tre diversi vincolamenti verticali.


Si completa in questo modo il quadro delle ipotesi sull'interazione tra terreno e struttura in elevazione, dal confronto dei risultati ottenuti sui modelli con quelli attesi dal quadro fessurativo e dagli altri rilievi effettuati in sito, si potrà stabilire quale modello agli elementi finiti risulta più corretto per interpretare il comportamento reale del Duomo.

7.2 Modello e vincolamento

Il modello agli elementi finiti utilizzato come già spiegato è il modello dettagliato utilizzato per l'analisi statica, anche i carichi agenti considerati sono gli stessi, ovvero peso proprio delle murature e carichi permanenti dovuti alla copertura e alle volte. I dettagli sulle ipotesi, sulla geometria e sui carichi del modello sono riportati dettagliatamente nei capitoli 2 e 3.

La differenza sostanziale consiste nel vincolamento alla base, i vincoli verticali sono sempre tre, ovvero incastri, molle uniformi e molle non uniformi che simulano le preesistenze della vecchia chiesa; orizzontalmente il modello è vincolato con molle lineari, esso si aggiunge ai due casi limite già studiati nel capitolo 3, incastri e carrelli.

Nella seguente figura è riportato un riepilogo di tutte le ipotesi di vincolamento utilizzate, in rosso sono evidenziati i casi che si svilupperanno in questo capitolo.



<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Vincoli in direzione orizzontale</div> <div style="border-bottom: 1px solid black; width: 10px; height: 10px; margin: 0 5px;"></div> <div style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Vincoli in direzione verticale</div> </div>	INCASTRIO	MOLLE ORIZZONTALI	CARRELLI
	INCASTRIO	✓	✓
MOLLE VERT. UNIFORMI (distribuzione uniforme del modulo di reazione)	✓	✓	✓
MOLLE VERT. DIFFERENZIALI (distribuzione non uniforme del modulo di reazione per simulare la storia pregressa)	✓	✓	✓




Fig. 7.2.1 Ipotesi sui vincoli.

La rigidezza delle molle lineari, come precedentemente spiegato, è la pendenza del tratto lineare del legame costitutivo delle molle non lineari studiate nel capitolo 6. Poiché nell'analisi non lineare si erano considerati sei diversi legami costitutivi non lineari, funzione di diverse forze normali alla base, si utilizzeranno di conseguenza sei diverse rigidzze ottenute dal rapporto tra il carico massimo raggiungibile, pari a 0,65 lo sforzo normale, e il valore di spostamento orizzontale di 4 mm che rappresentano i due limiti del tratto lineare del legame.

Nella tabella seguente sono riportati i valori di rigidezza delle molle lineari, i primi quattro intervalli sono relativi alle murature, gli ultimi due sono relativi ai pilastri in marmo.

Intervallo considerato (KN)	Rigidezza (KN/m)
0-300	67500
300-400	87500
400-500	112500
500-700	150000
1000-1500	325000
1500-2100	462500

Fig. 7.2.2 Valori di rigidezza considerati per ogni intervallo.

Geometricamente le molle sono state posizionate nelle stesse aree alla base precedentemente considerate per il modello semplificato con analisi statica non lineare. Ogni nodo alla base della struttura è vincolato con molle lineari nelle due direzioni del piano DX e DZ.

7.3 Tensioni verticali di compressione

In questo paragrafo vengono analizzati i risultati dell'analisi statica in termini di tensioni verticali di compressione. I risultati esposti in seguito sono confrontati con quelli ottenuti sui modelli descritti nel capitolo 3 vincolati orizzontalmente secondo i due casi limite, incastri e carrelli orizzontali.

I risultati presentati nelle tavole seguenti sono tutti espressi in Kg/cm², la scala utilizzata riporta per ogni parete il valore massimo di compressione verticale ottenuta tra tutti i modelli con diverso vincolamento, relativamente ai tre modelli utilizzati, le zone dove non è presente la mappa di colore che risultano grigie sono zone in cui non è presente compressione, ovvero zone in cui sono presenti tensioni di trazione verticale.

Per chiarire il confronto con i prospetti e le sezioni del quadro fessurativo, in cui sono riportate le indicazioni nord, centro e sud, si deve specificare che il lato nord dei modelli agli elementi finiti dei muri trasversali è posta sempre sulla sinistra, mentre per i muri longitudinali sulla sinistra c'è sempre il lato ovest.

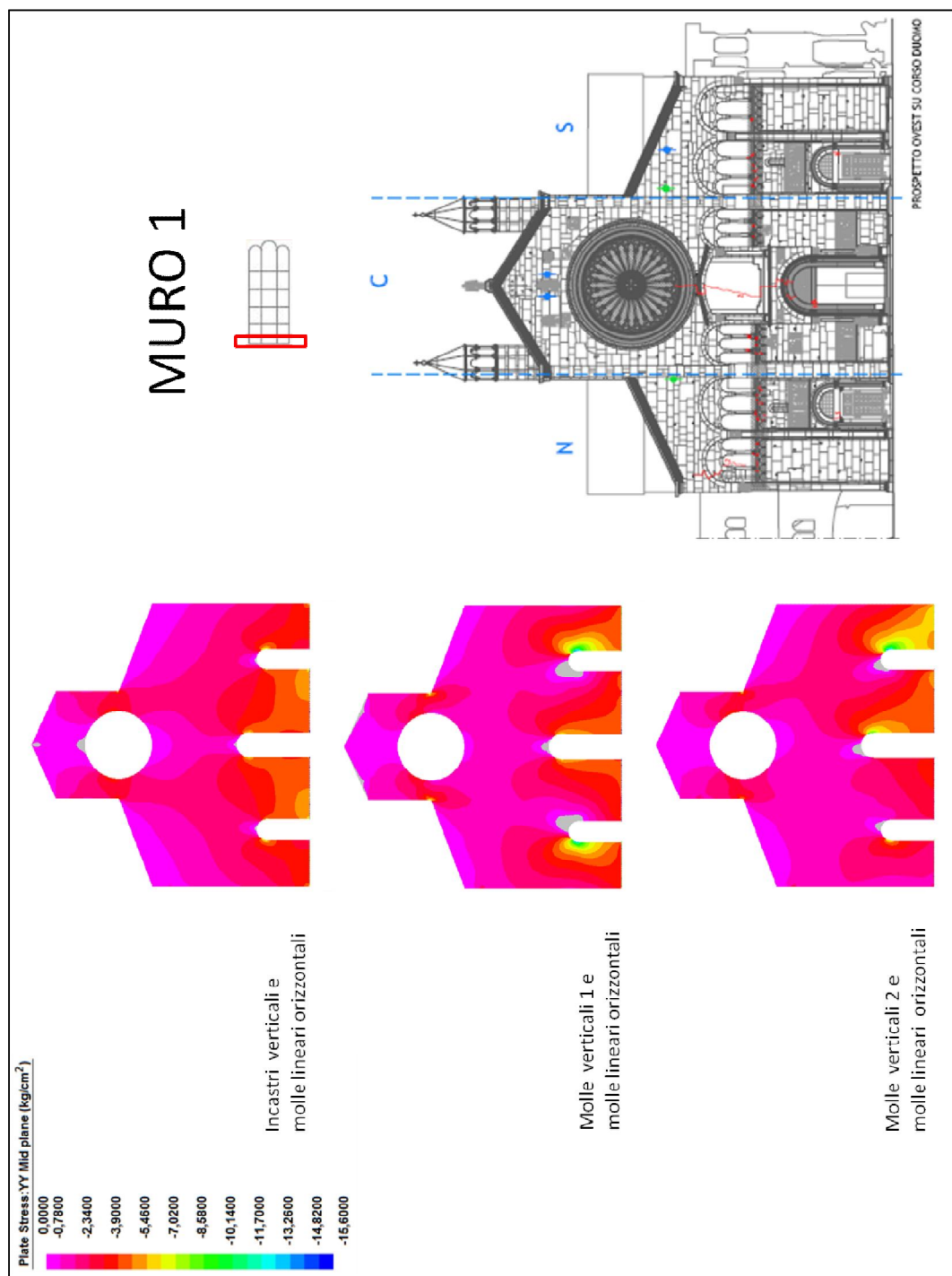


Fig. 7.3.1 Tensioni verticali di compressione per il muro 1.

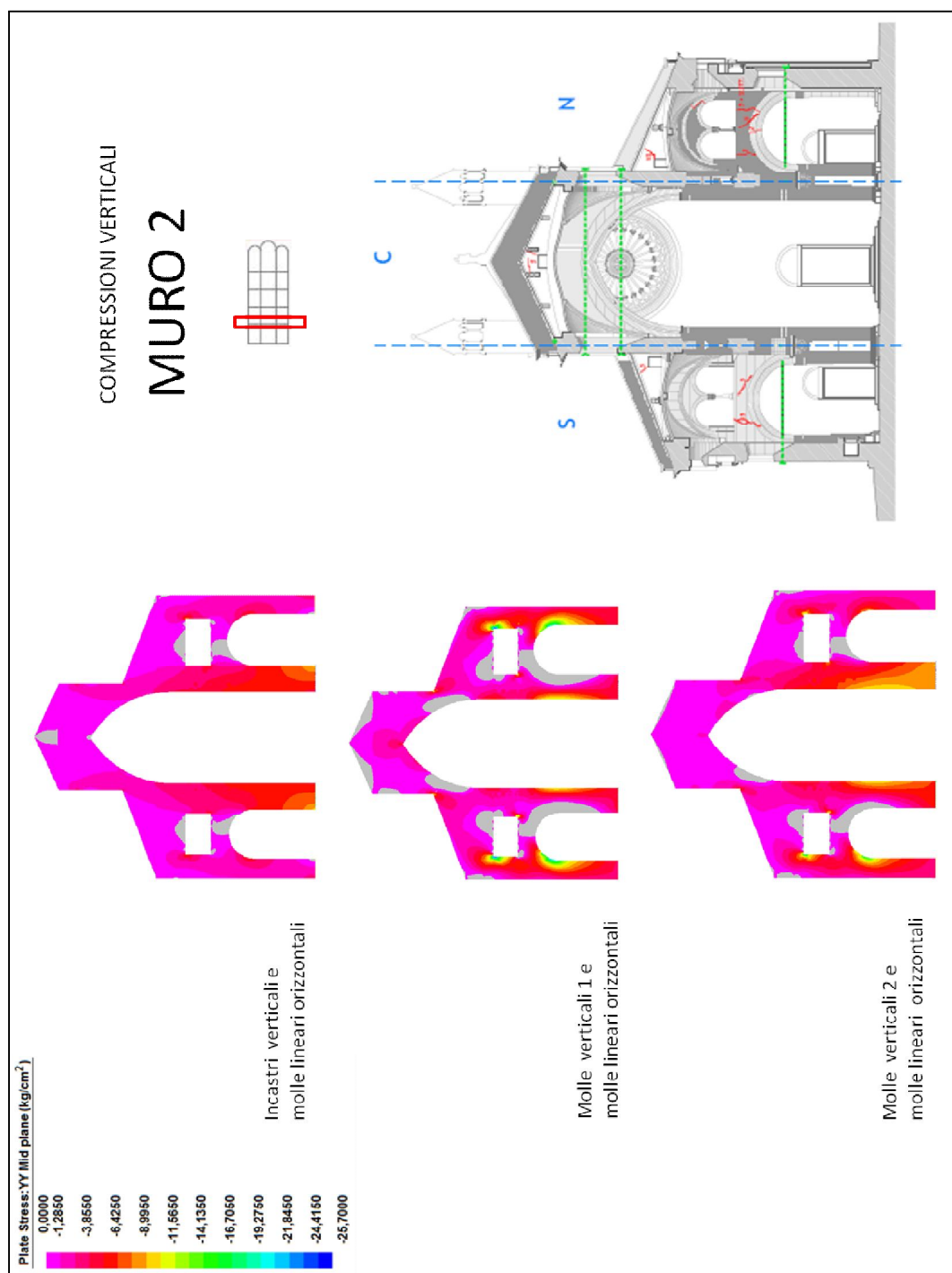


Fig. 7.3.2 Tensioni verticali di compressione per il muro 2.

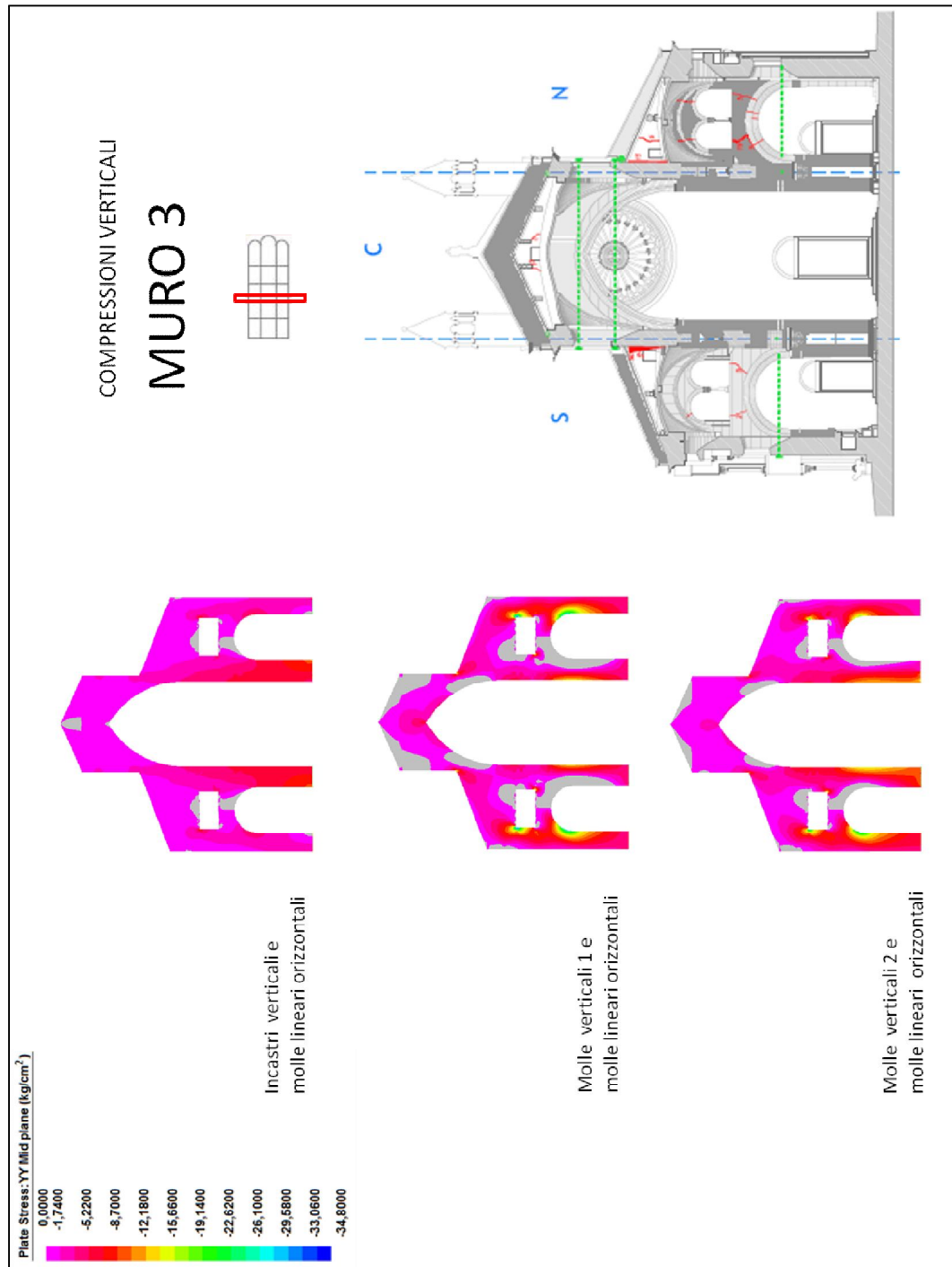


Fig. 7.3.3 Tensioni verticali di compressione per il muro 3.

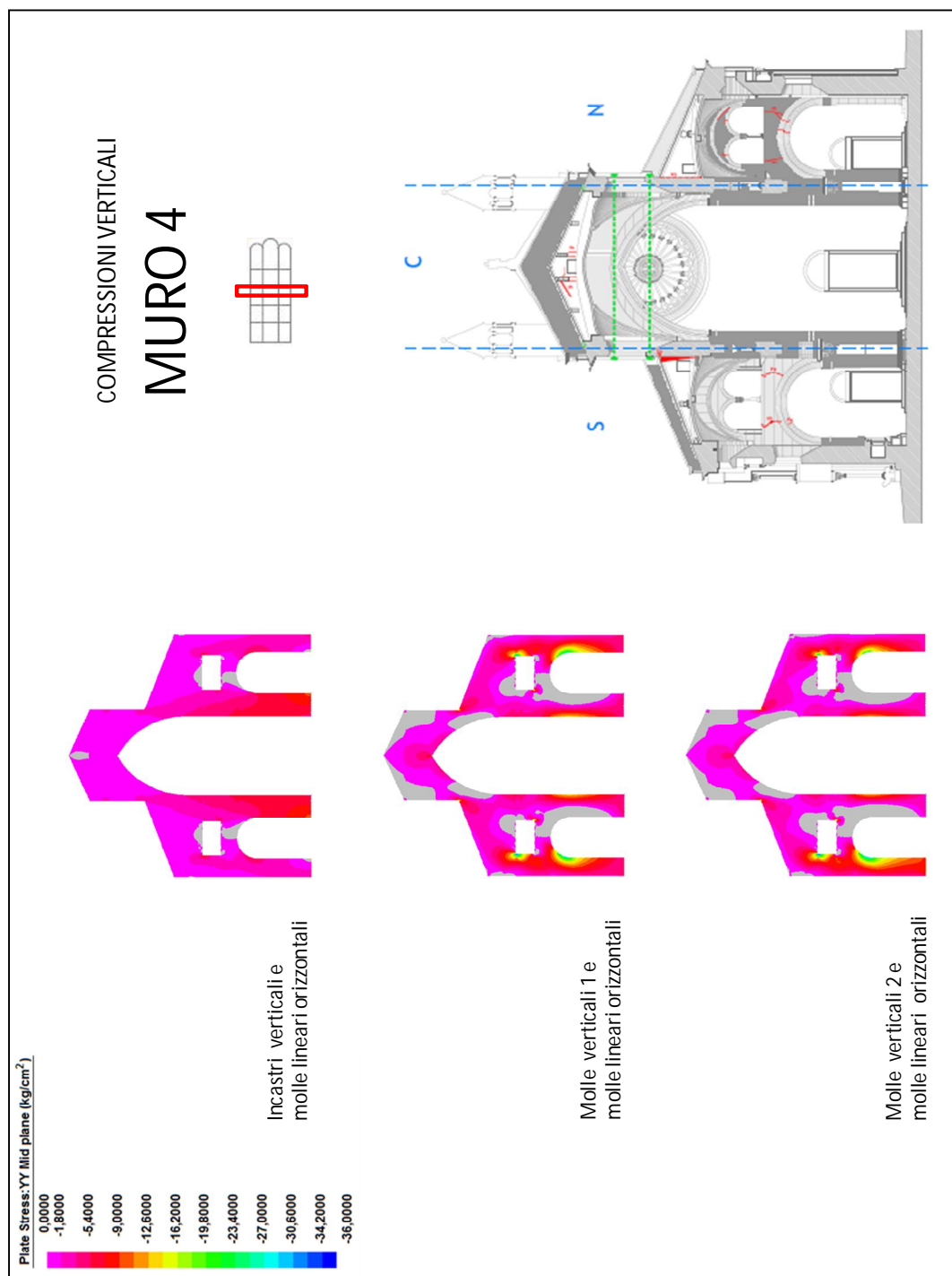


Fig. 7.3.4 Tensioni verticali di compressione per il muro 4.

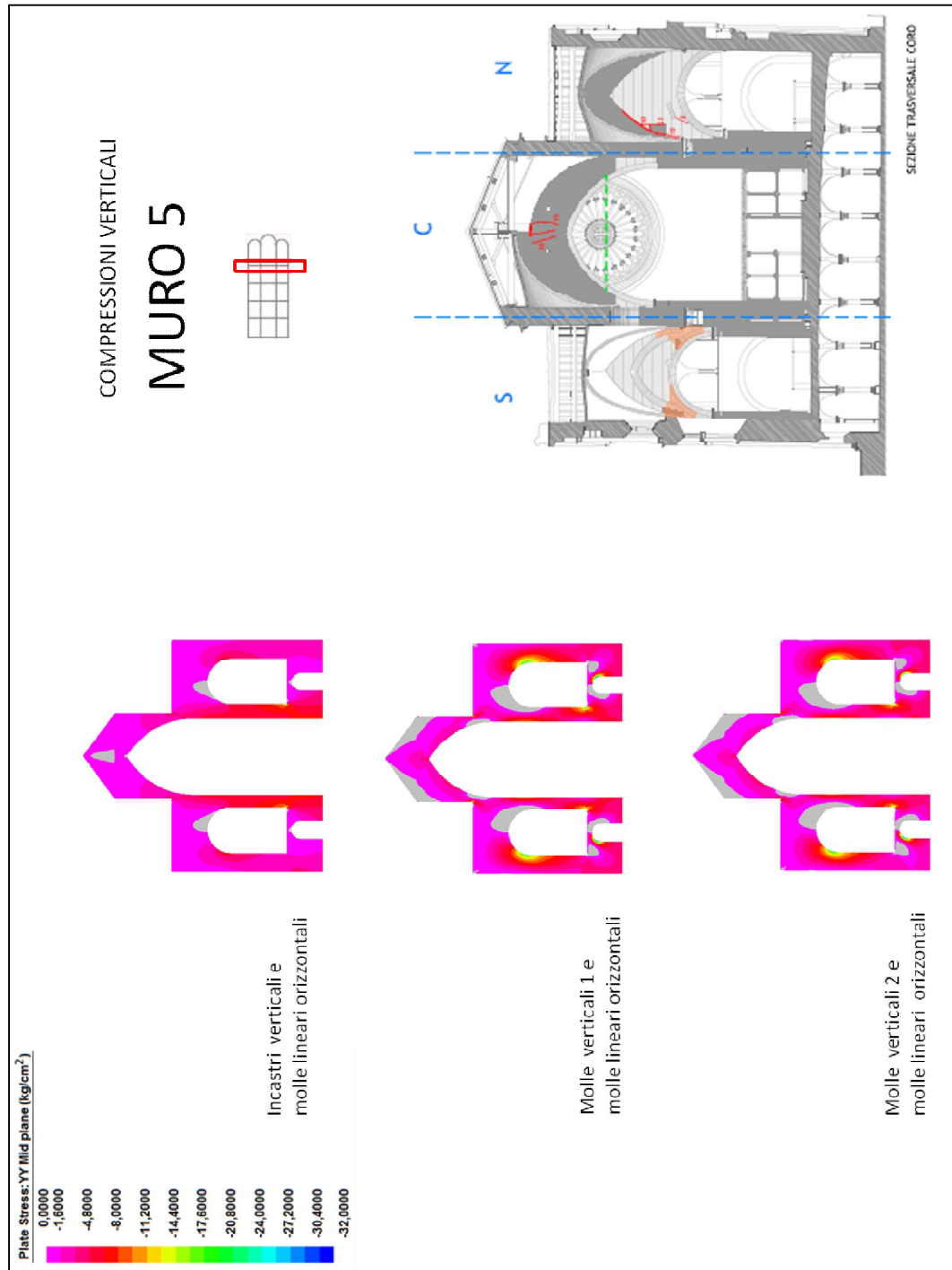


Fig. 7.3.5 Tensioni verticali di compressione per il muro 5.

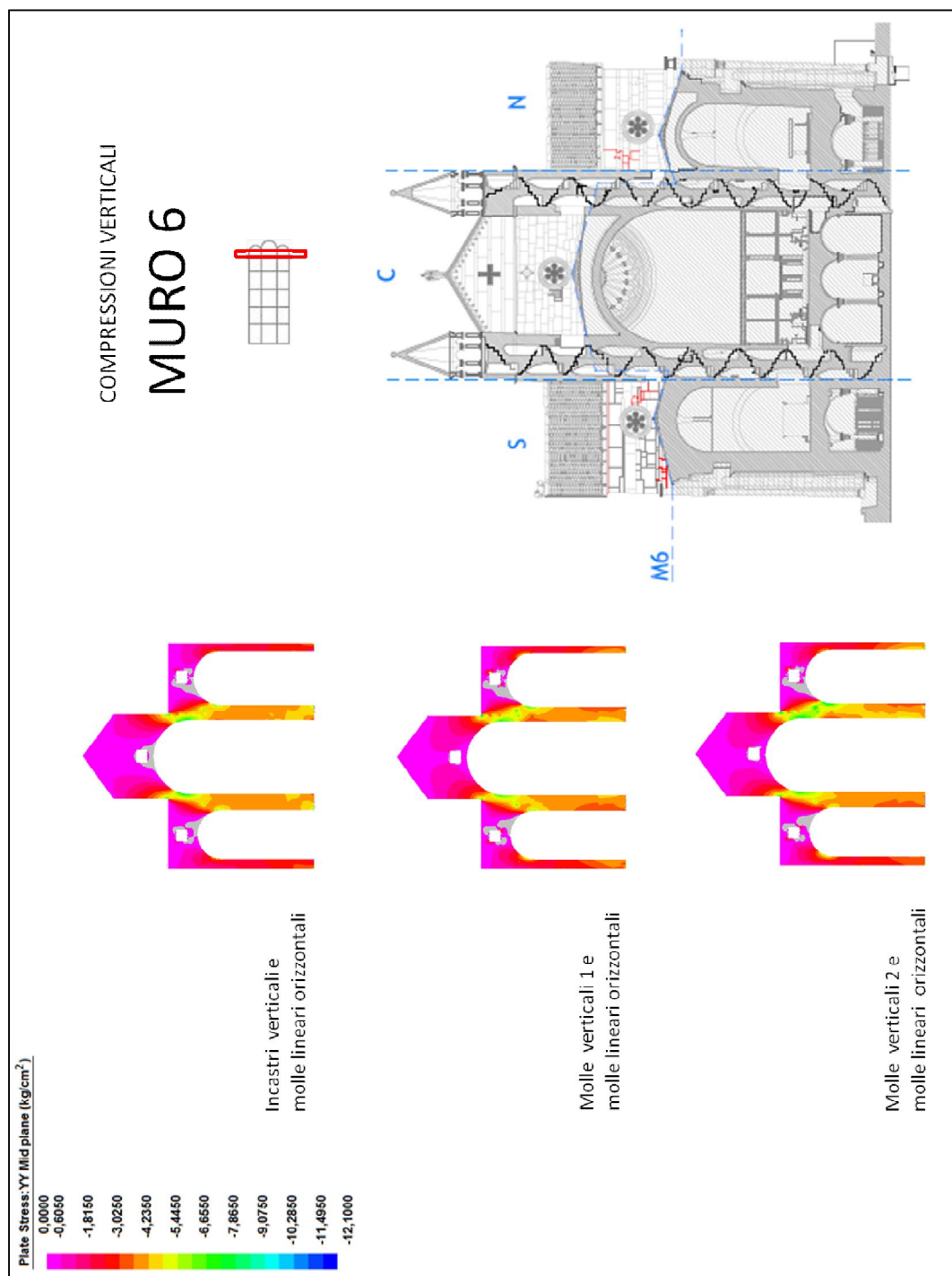


Fig. 7.3.6 Tensioni verticali di compressione per il muro 6.

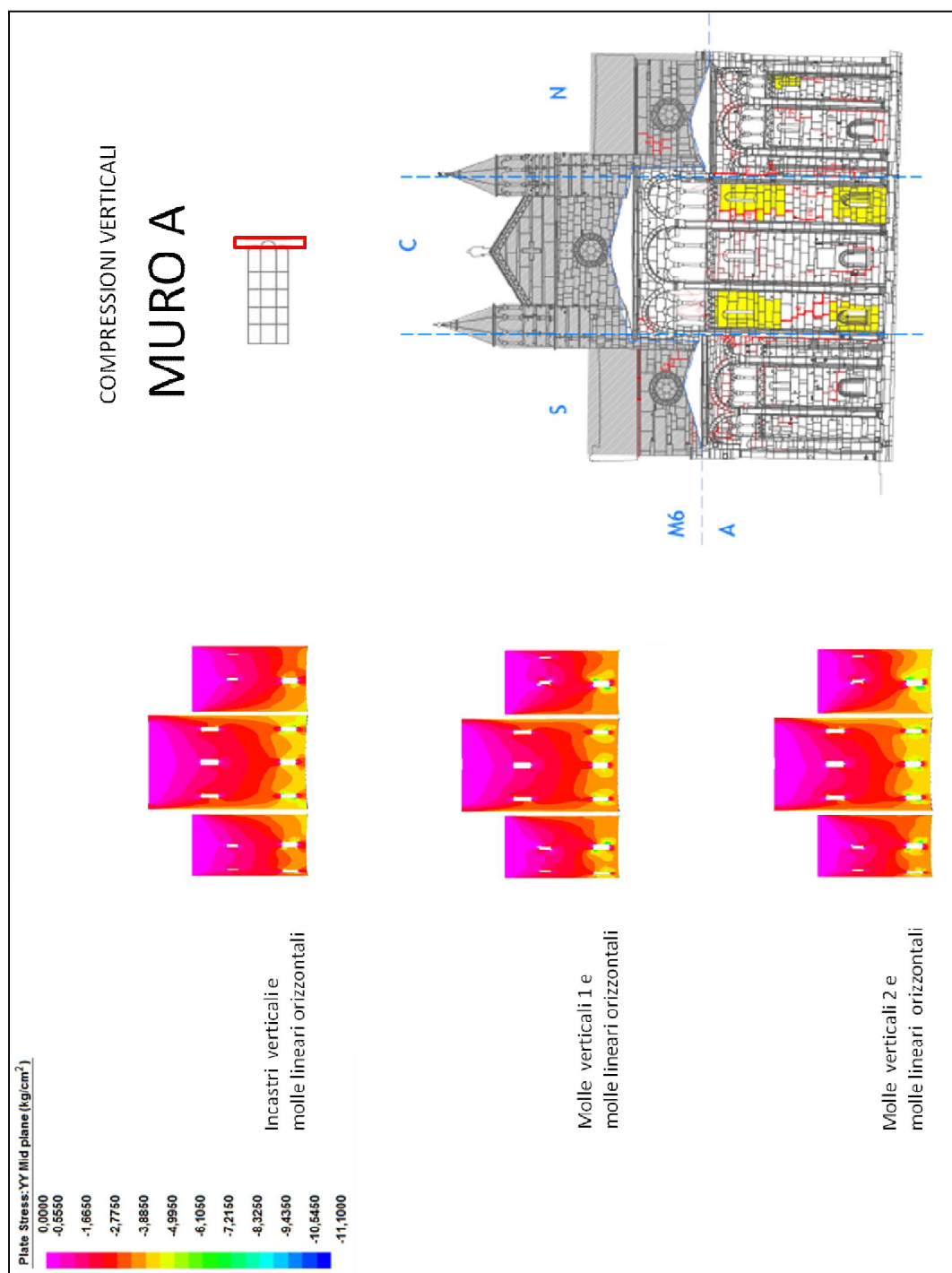


Fig. 7.3.7 Tensioni verticali di compressione per il muro A.

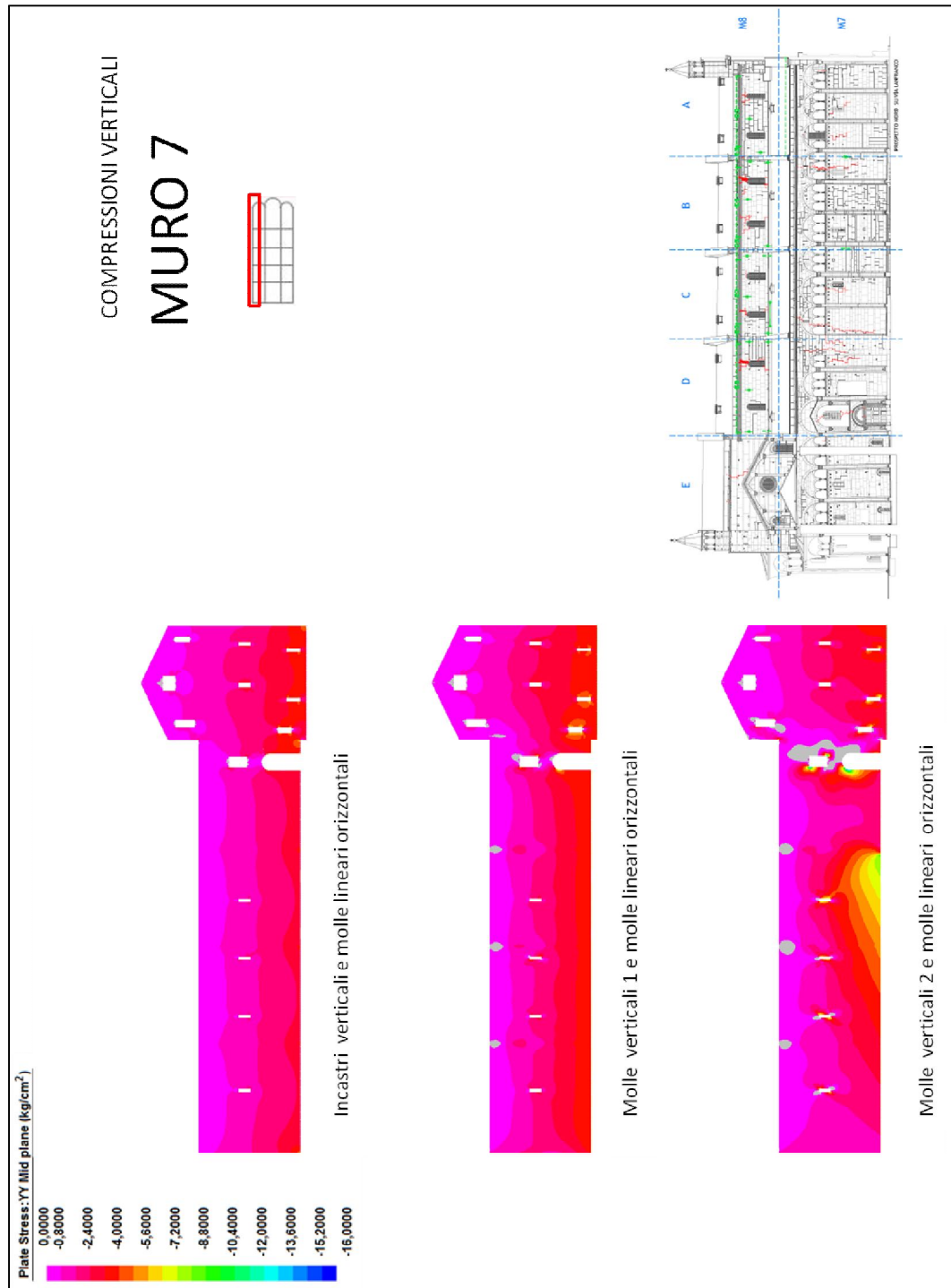


Fig. 7.3.8 Tensioni verticali di compressione per il muro 7.

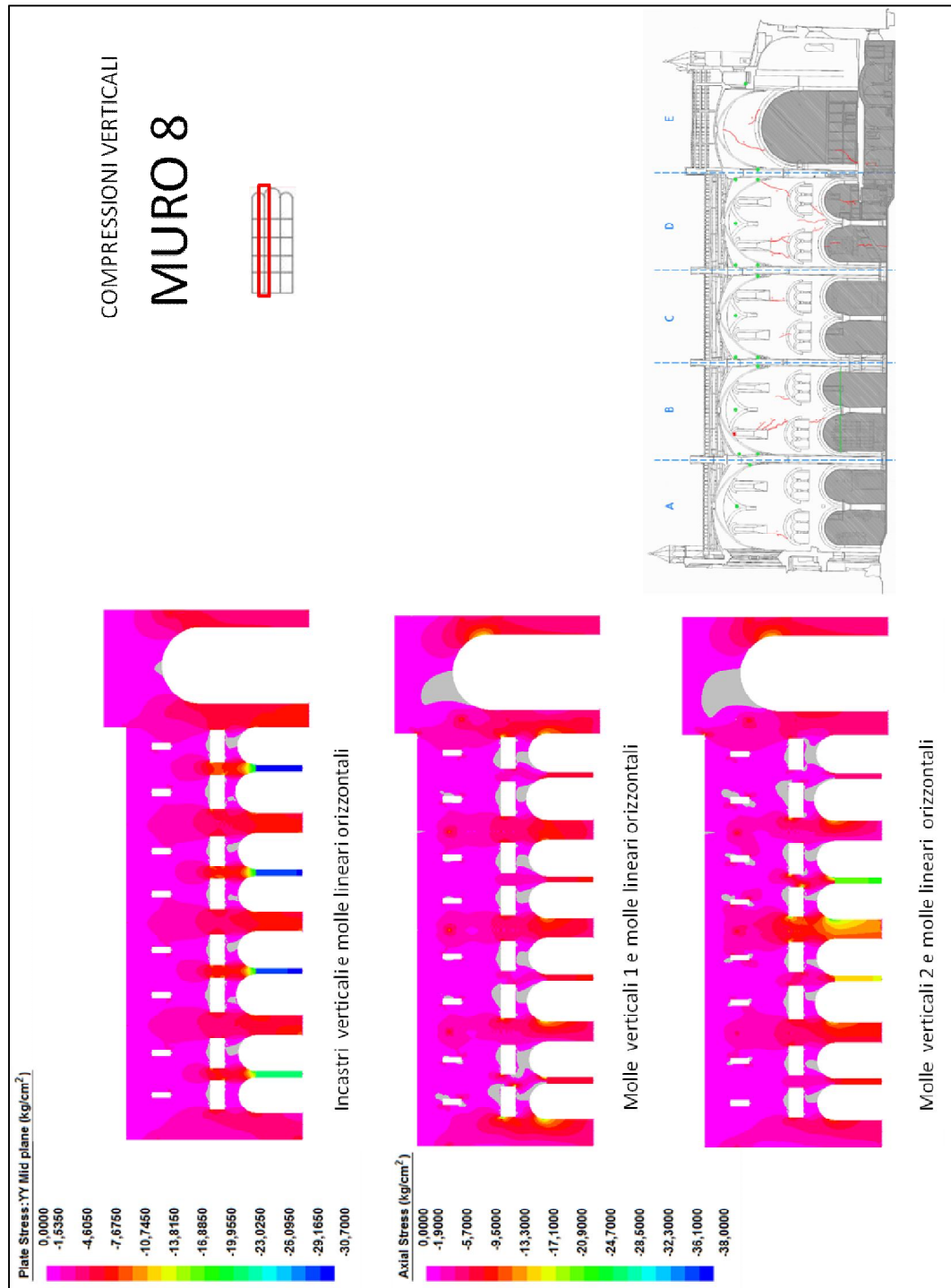


Fig. 7.3.9 Tensioni verticali di compressione per il muro 8.

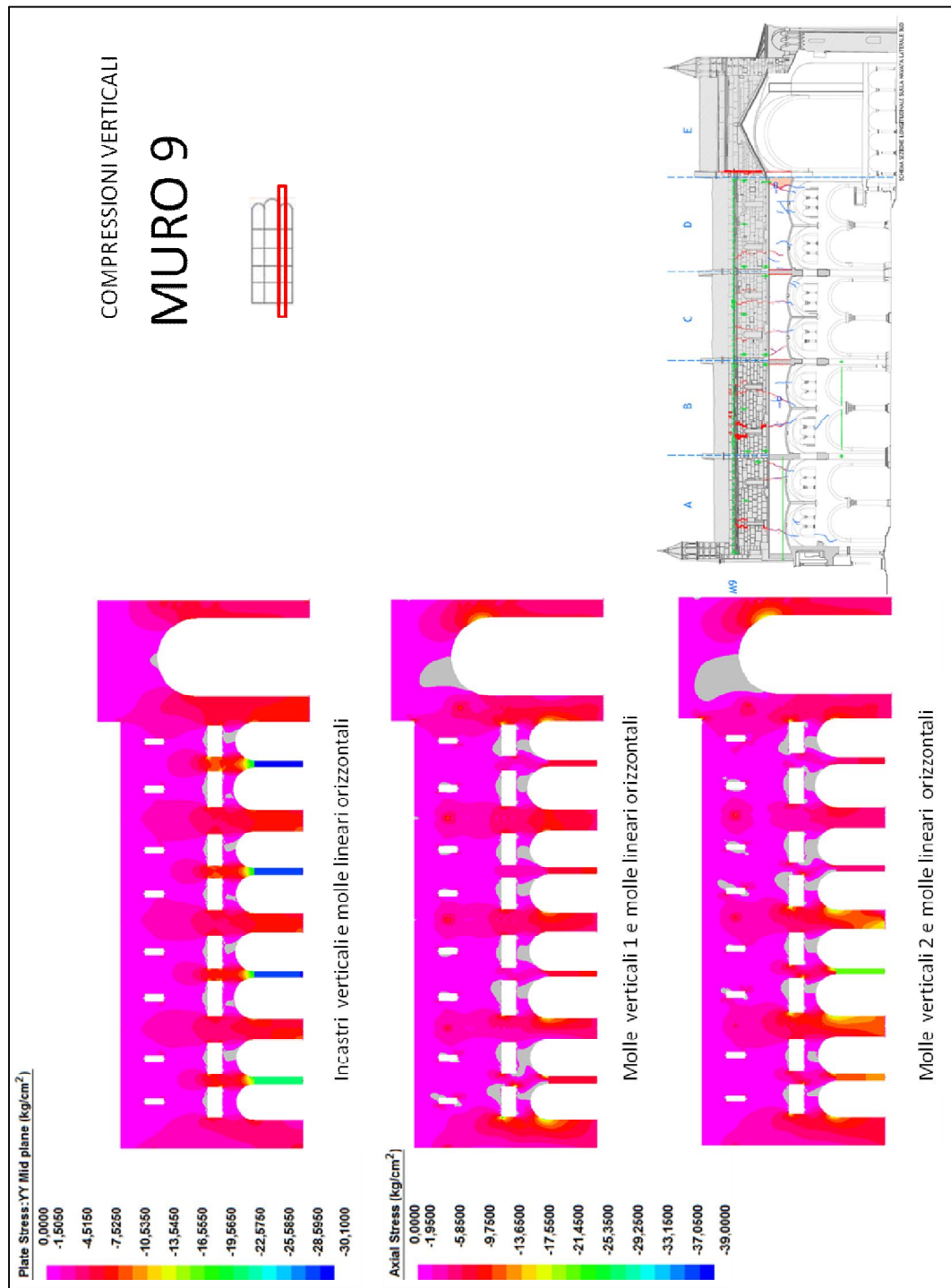


Fig. 7.3.10 Tensioni verticali di compressione per il muro 9.



Fig. 7.3.11 Tensioni verticali di compressione per il muro 10.

7.3.1 Sintesi dei risultati

I muri trasversali presentano una concentrazione di tensioni di compressione in prossimità della base delle pareti stesse ed in corrispondenza delle imposte dove gli archi scaricano il peso proveniente dalla parte superiore del paramento murario. Le porzioni superiori delle pareti risultano scarsamente compresse in prossimità della copertura.

L'effetto delle preesistenze è ben visibile per i muri 2,3,4 lungo le quali sono presenti i due differenti moduli di reazione; per il muro di facciata(muro1) l'effetto è meno accentuato poiché l'intera muratura presenta lo stesso modulo di reazione. I muri 5,6,A essendo più lontani dalla zona della vecchia basilica risentono meno degli effetti delle preesistenze.

I muri longitudinali presentano i massimi valori di compressione alla base del transetto ed all'imposta degli archi del coro, in questa zona infatti, ai carichi derivanti dalle volte ed alla copertura si aggiungono i carichi del solaio del coro e delle torrette absidali. Le porzioni superiori dei paramenti murari risultano scarsamente caricate.

La presenza delle molle con diversi moduli di reazione genera in prossimità delle sezioni di variazione del modulo una concentrazione di tensioni. Questo avviene in corrispondenza dell'intersezione tra la terza e la quarta navata per il muro 7, nella terza navata per il muro 8, in corrispondenza dell'intersezione tra la seconda e la terza navata per il muro 9 e lungo la parete in corrispondenza della prima navata per il muro 10.

La concentrazione di tensione sui pilastrini in muratura è evidente nei modelli incastrati alla base, dove si raggiungono i massimi valori di compressione per i muri longitudinali interni, proprio a causa delle infinita rigidità del vincolo. Nei modelli con molle differenziate i picchi di tensione così come per le pareti murarie si registrano nella zona più rigida, con modulo di reazione più elevato, in prossimità delle sezioni di variazione del modulo. I valori di compressione dei

pilastrini sono invece equiparabili a quelli delle pareti nel caso molle 1, con minor rigidità.

Effettuando un confronto tra i risultati ottenuti dall'analisi su modelli con molle orizzontali lineari e quelli con incastri o carrelli orizzontali è facile notare come il comportamento in termini di tensioni di compressione verticale presenti evidenti somiglianze con il modello incastrato orizzontalmente. L'analogia è sia in termini qualitativi di distribuzione grafica delle tensioni sia in termini quantitativi di massimi valori di compressione raggiunti. Come si poteva ipotizzare già prima dell'analisi risulta più realistico il caso limite con incastri rispetto a quello con carrelli orizzontali.

7.4 Isostatiche di trazione

I grafici ottenuti per i tre modelli considerati nell'analisi vengono posti a confronto come già fatto per le compressioni verticali con i risultati ottenuti sui sei modelli studiati nel capitolo 3. In questo modo si completa il quadro delle ipotesi di interazione tra terreno e struttura e si confrontano i risultati ottenuti con i rilievi effettuati in sito di stabilire quale modello presenta maggiori analogie con lo stato di danno effettivo del Duomo.

Per i muri longitudinali vengono prese in considerazione le isostatiche in direzione Z, cioè quelle nel piano della parete; allo stesso modo per i muri trasversali e per l'abside si considerano le tensioni di trazione in direzione X.

I risultati presentati nelle tavole seguenti sono tutti espressi in Kg/cm², la scala utilizzata riporta per ogni parete il valore massimo di trazione orizzontale ottenuta tra i tre modelli diversamente vincolati, le zone dove non è presente la mappa di colore, che risultano grigie, sono zone in cui non è presente trazione, ovvero zone in cui sono presenti tensioni di compressione orizzontale.

Per facilitare il confronto tra le zone maggiormente sollecitate dalle trazioni e il quadro fessurativo sono riportate affianco alla mappa di colore anche le figure con le pareti in cui sono messe in evidenza le rispettive fessure.

Per chiarire il confronto con i prospetti e le sezioni del quadro fessurativo, in cui sono riportate le indicazioni nord, centro e sud, si deve specificare che il lato nord dei modelli agli elementi finiti dei muri trasversali è posta sempre sulla sinistra, mentre per i muri longitudinali sulla sinistra c'è sempre il lato ovest.

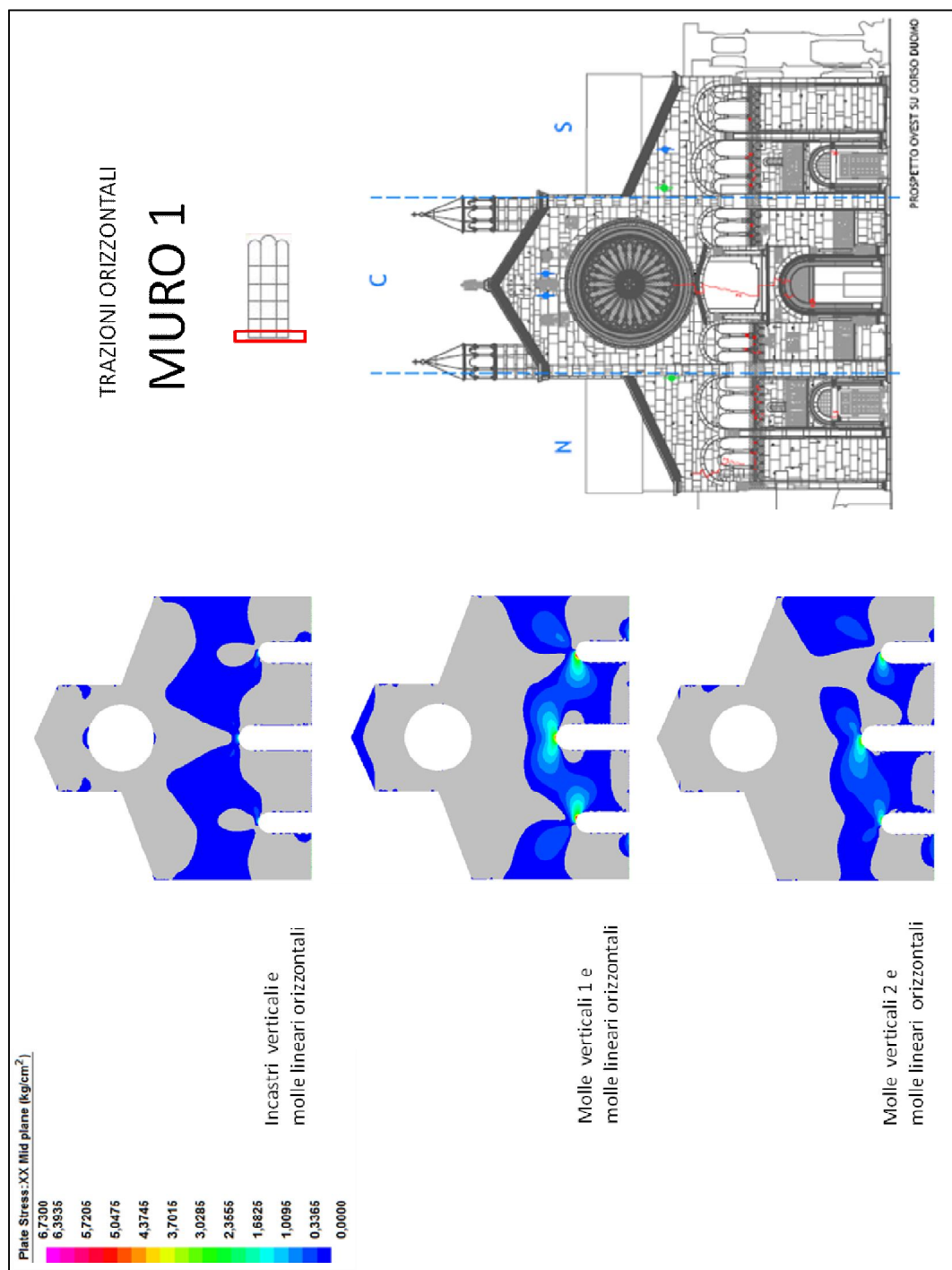


Fig. 7.4.1 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 1.

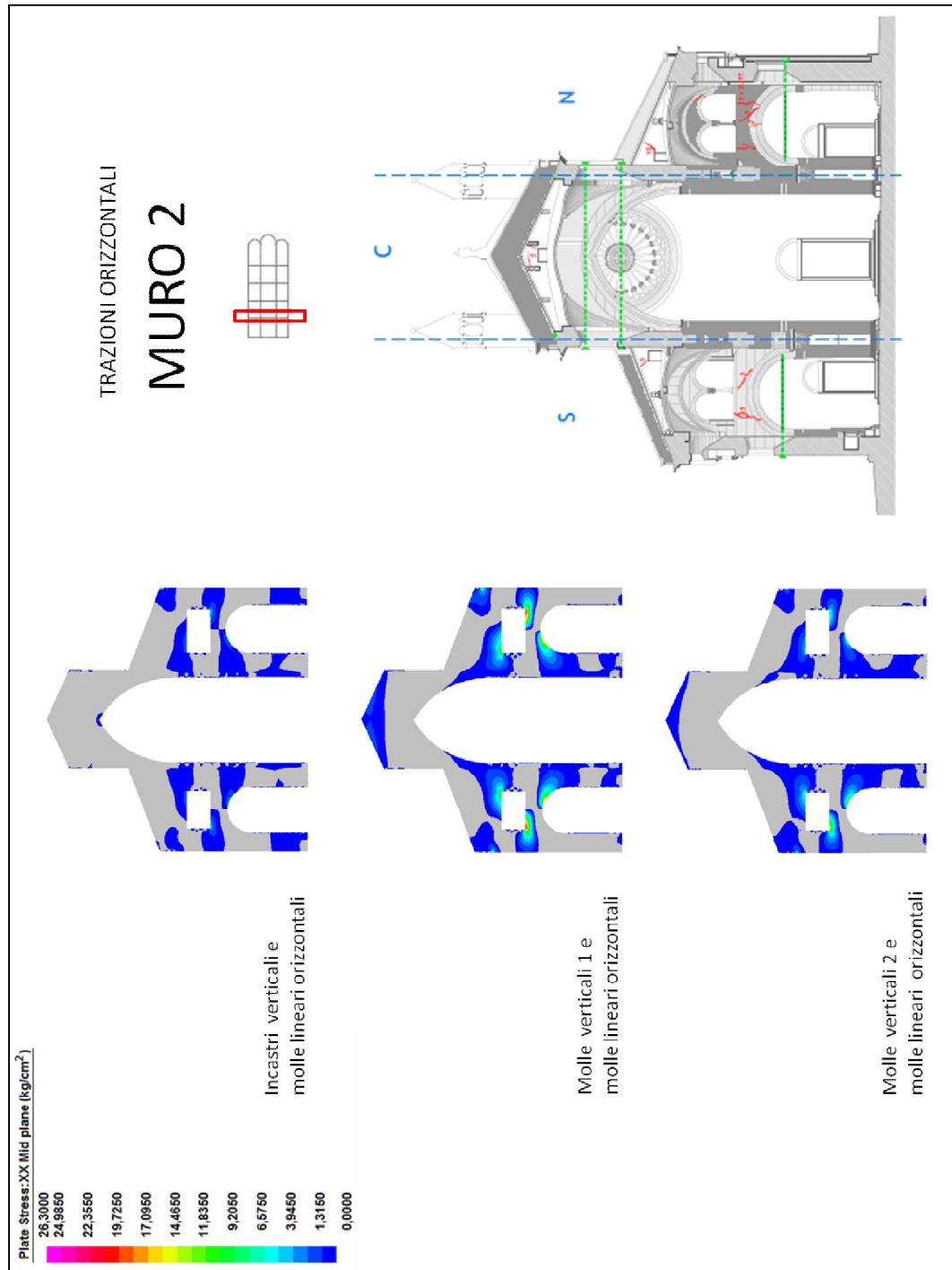


Fig. 7.4.2 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 2.

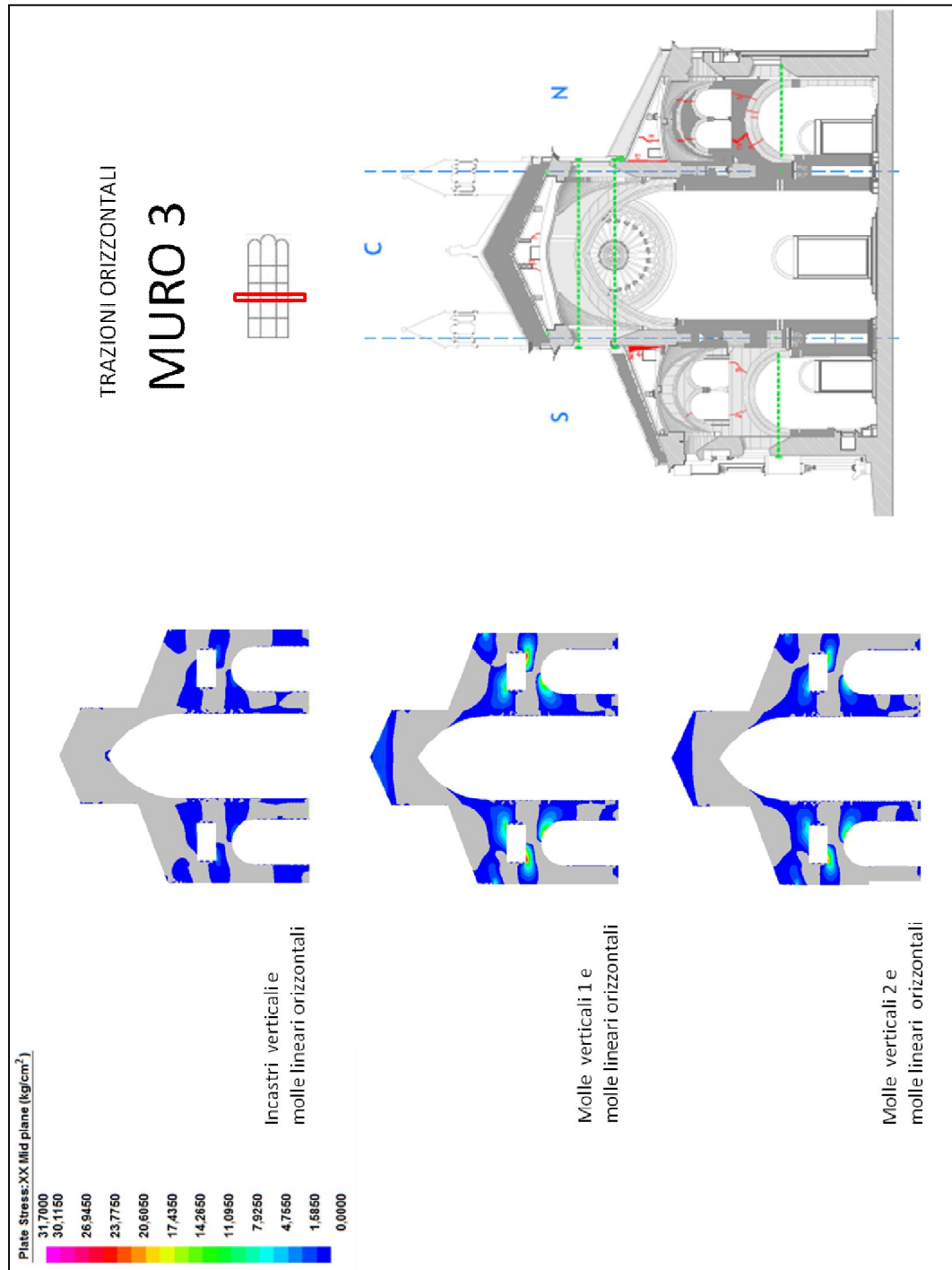


Fig. 7.4.3 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 3.

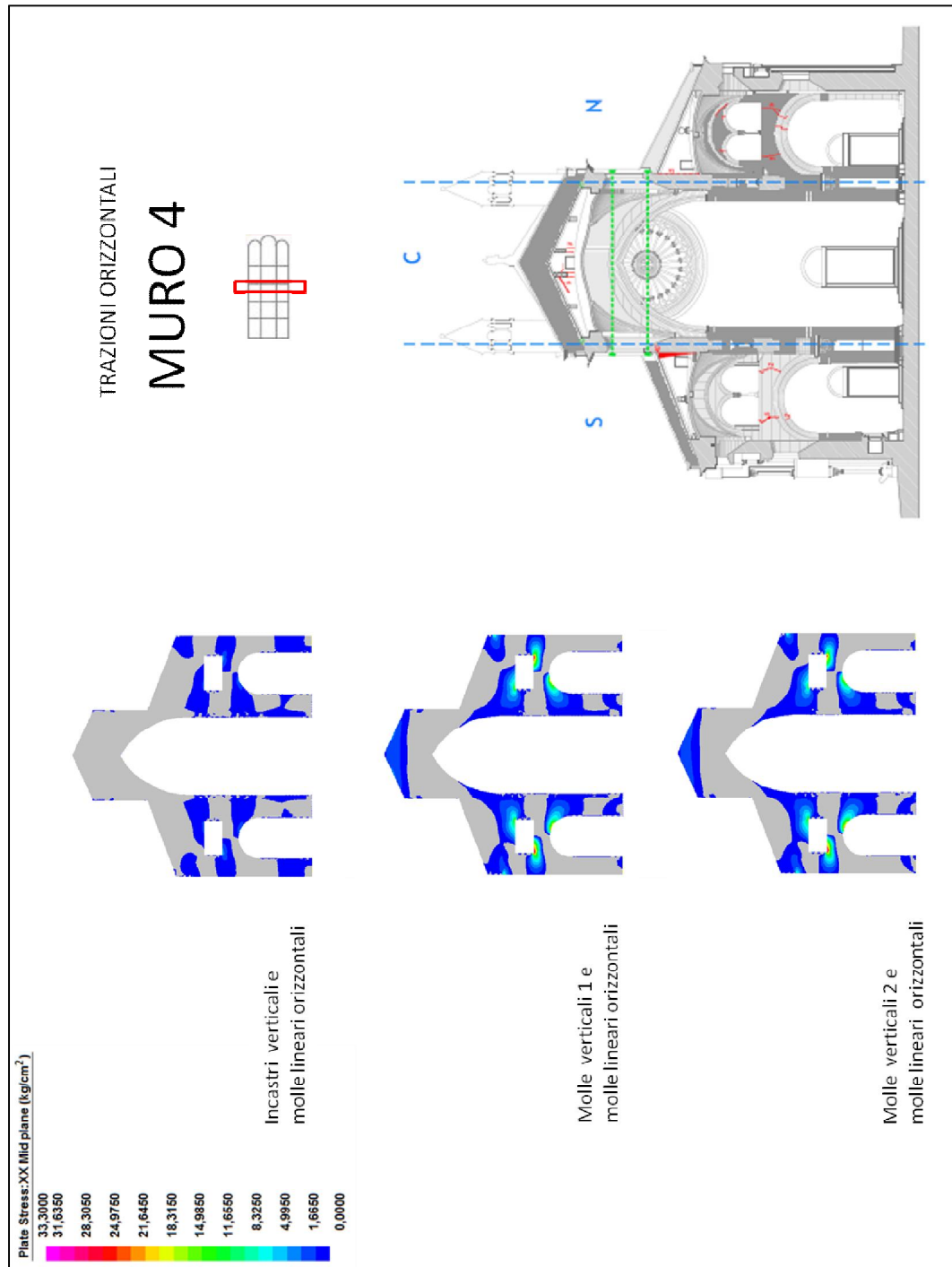


Fig. 7.4.4 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 4.

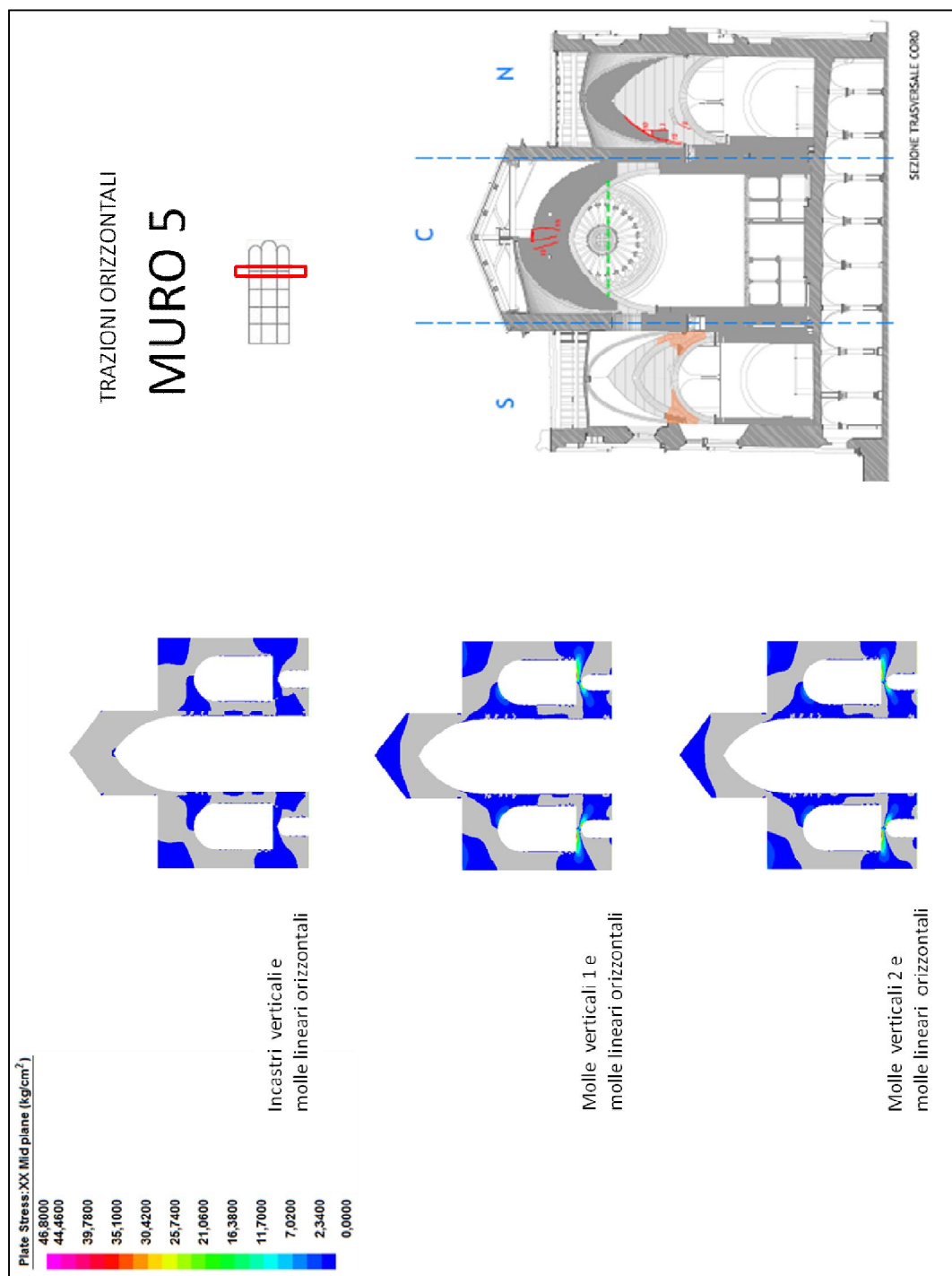


Fig. 7.4.5 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 5.

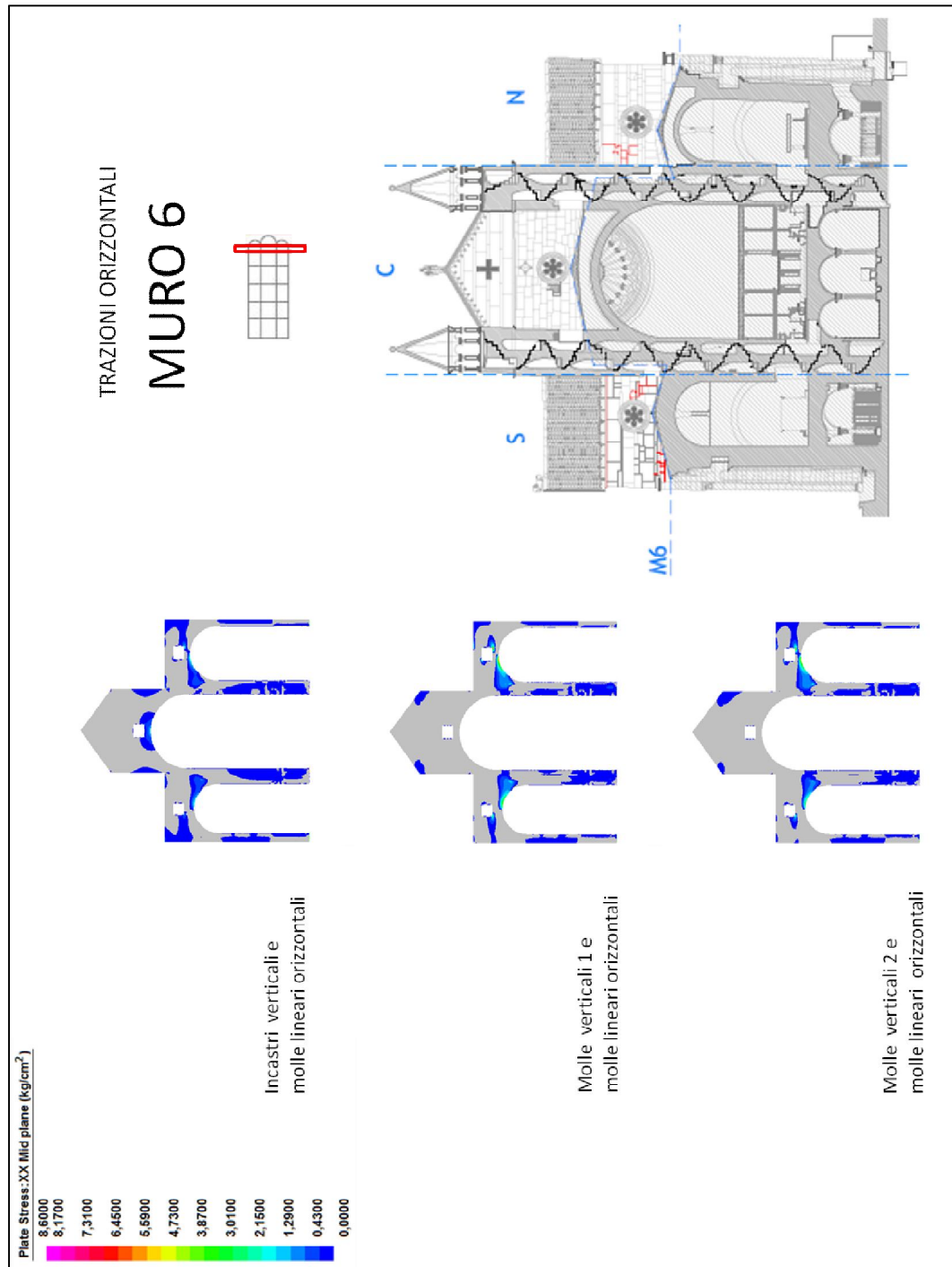


Fig. 7.4.6 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 6.

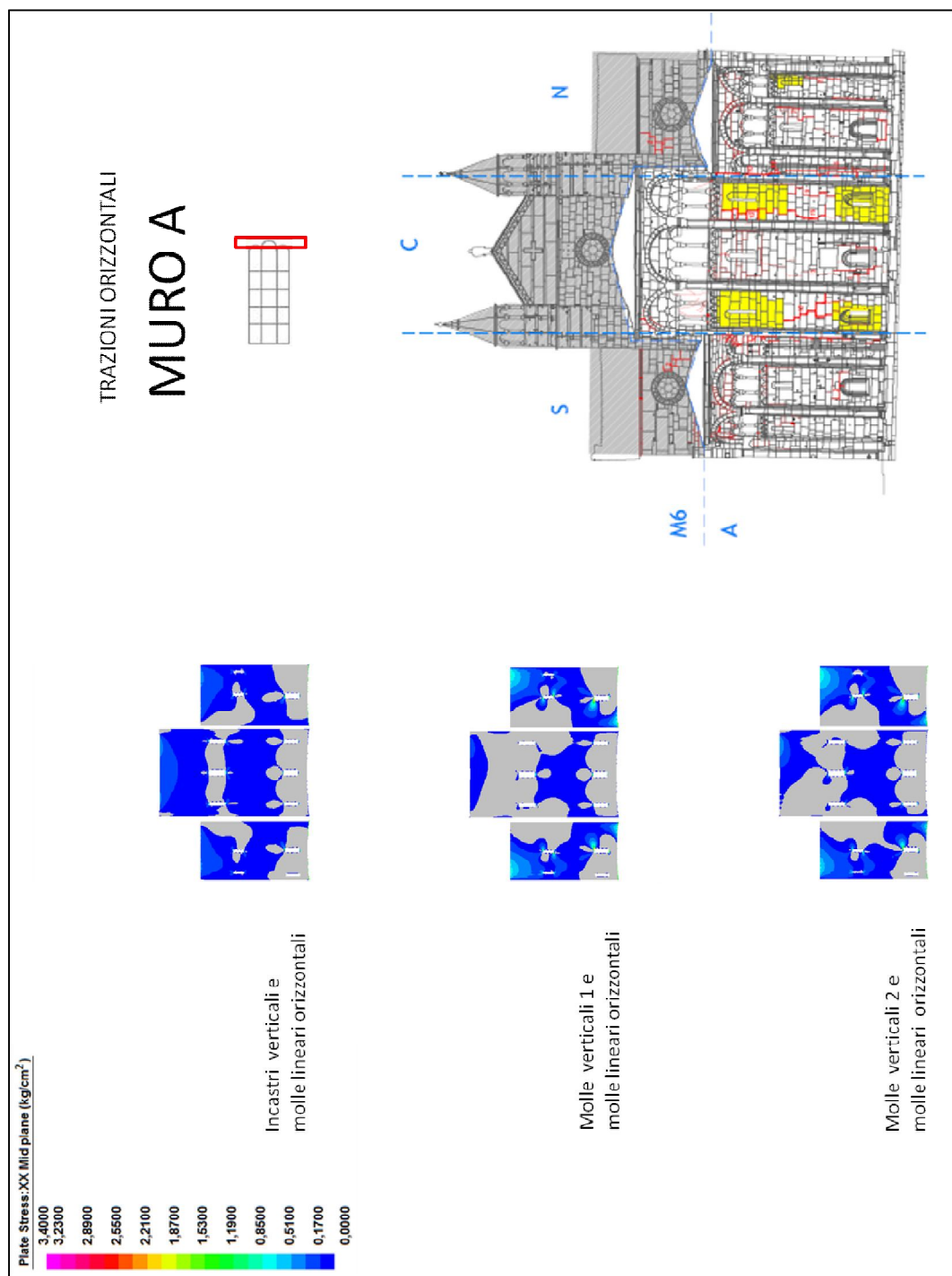


Fig. 7.4.7 Tensioni orizzontali di trazione per il muro A.

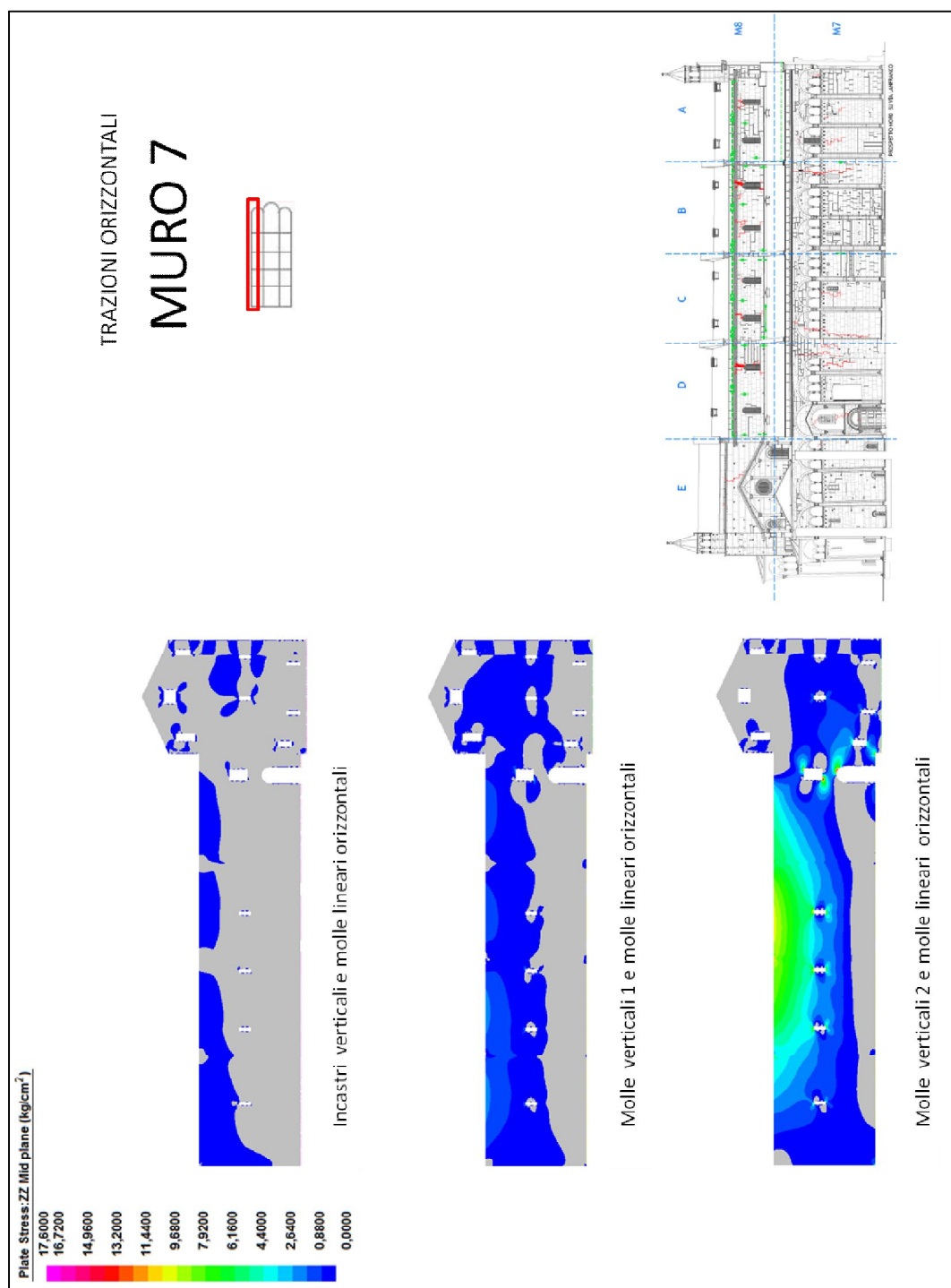


Fig. 7.4.8 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 7.

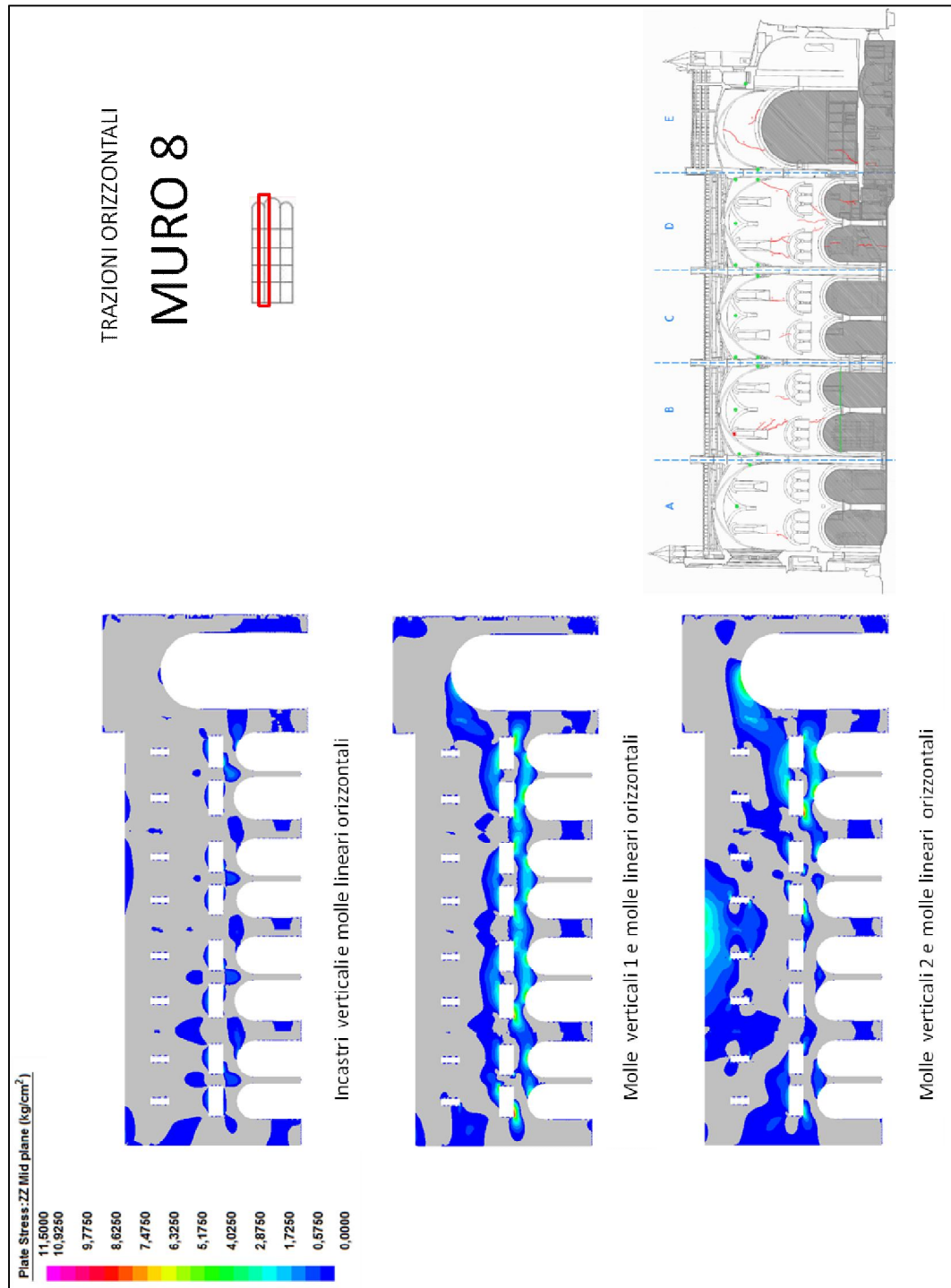


Fig. 7.4.9 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 8.

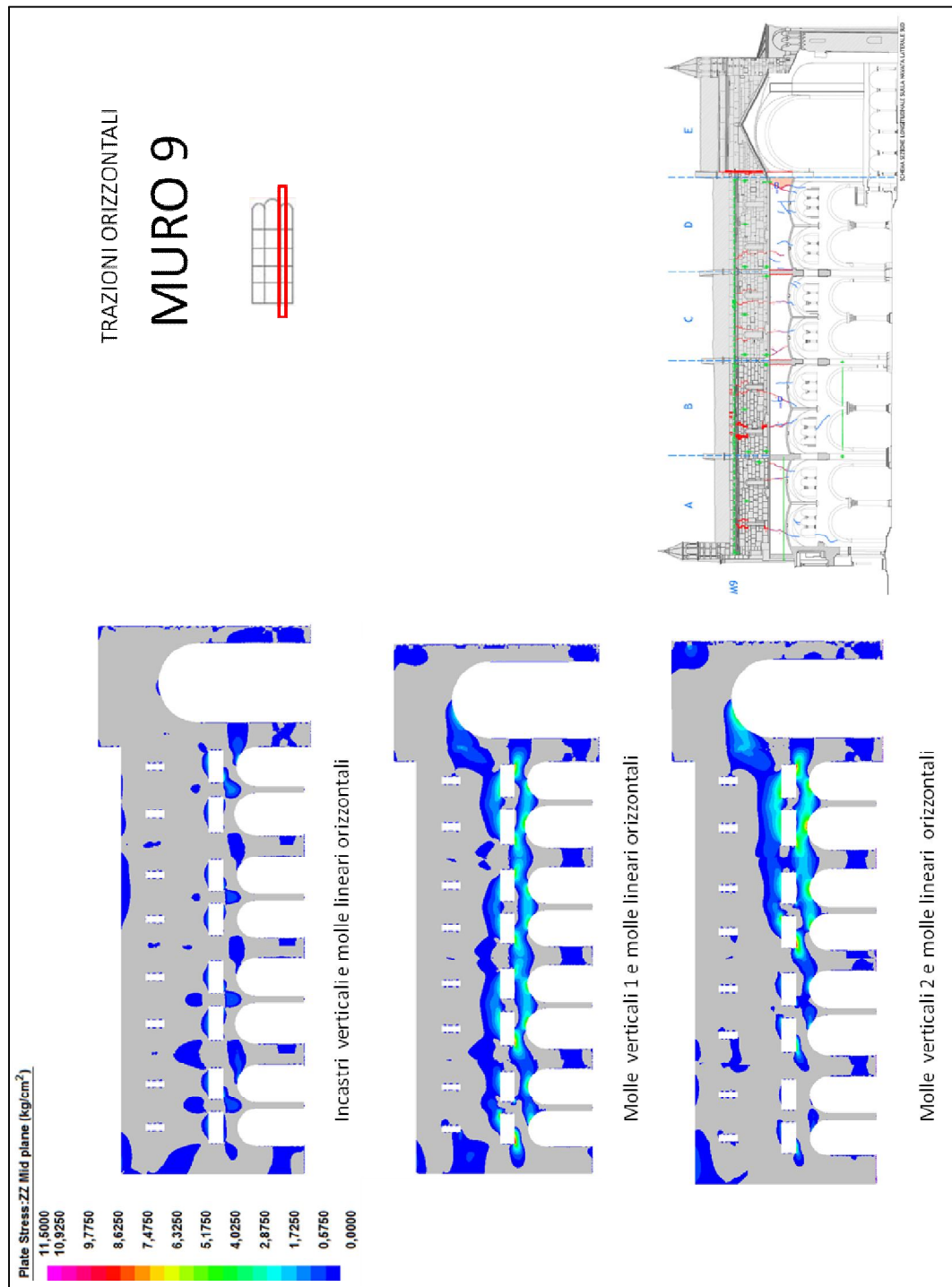


Fig. 7.4.10 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 9.

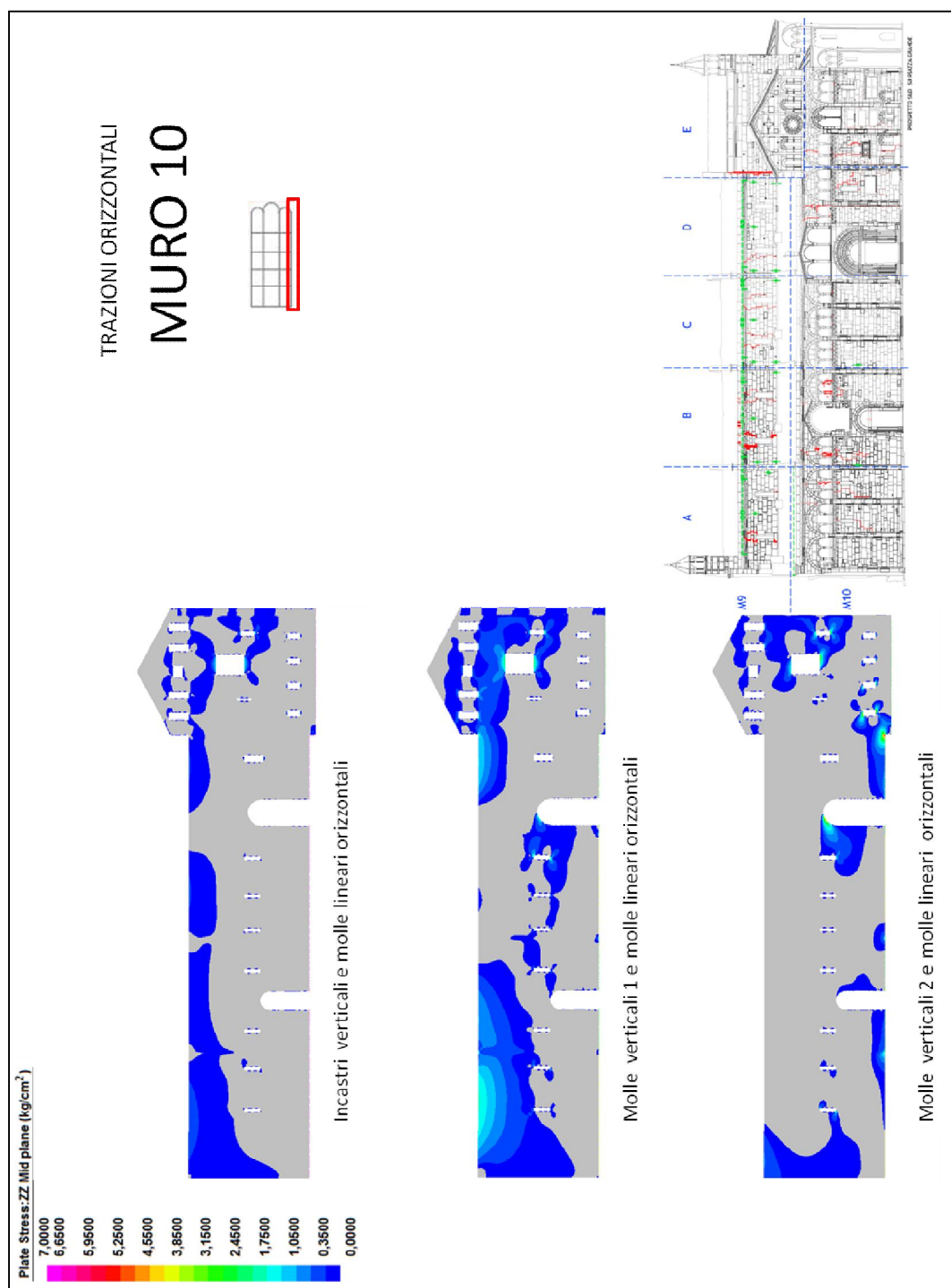


Fig. 7.4.11 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 10.

7.4.1 Sintesi dei risultati

Il comportamento dei modelli studiati in questo capitolo in termini di vincolamento verticale non si discosta da quanto verificato per i modelli del capitolo 3. Il caso con incastri verticali presenta valori di trazioni orizzontali inferiori rispetto ai casi con molle, tra questi non si distinguono elevate differenze di livelli tensionali per i muri trasversali, mentre per le pareti longitudinali nei modelli con molle non uniformi si evidenziano picchi di tensione maggiori rispetto ai modelli con molle uniformi.

Confrontando i risultati ottenuti tra i nove modelli complessivamente considerati si nota che il comportamento dei modelli con molle orizzontali lineari è somigliante, anche in termini di isostatiche di trazione, con i corrispondenti modelli con incastro orizzontale alla base, questo avviene sia qualitativamente in termini grafici di aree soggette a trazione che in termini quantitativi di massimi valori raggiunti.

Dai risultati, che saranno descritti nel dettaglio per ogni elemento murario nel paragrafo successivo, si nota che tra tutti i modelli presi in considerazione quello che meglio riesce a simulare il comportamento del Duomo risulta essere il modello vincolato con molle lineari orizzontali e molle verticali non uniformi.

7.4.2 Muri trasversali

Il muro di facciata presenta le massime tensioni di trazione in chiave agli archi delle tre porte di ingresso, due laterali e una centrale, proprio su quest'ultimo è presente una lesione sub verticale a trazione che attraversa l'intero paramento murario, dal rosone al colmo dell'arco. Tale lesione è riconducibile al peso del rosone che sollecita eccessivamente la porzione di muro considerata.

I muri trasversali 2,3,4,5 presentano un comportamento simile tra loro, i picchi di tensione sono presenti per tutti i modelli in corrispondenza del colmo e delle reni

delle navate laterali ed in corrispondenza degli spigoli delle aperture finestrate delle navate laterali. Per queste pareti, con i modelli agli elementi finiti sotto carichi statici, si riesce a cogliere complessivamente bene lo stato fessurativo presente.

Causa elevata rigidità delle molle orizzontali tuttavia non sono riscontrate tensioni di trazioni in chiave agli archi, comportamento tipico nei modelli con carrelli orizzontali dovuto all'apertura alla base della parete. In corrispondenza di tali sezioni sono state rilevate alcune lesioni come visibile dal rilievo del quadro fessurativo.

Il muro 6 presenta trazioni orizzontali elevate a livello del colmo e delle reni delle due navate laterali, le quali tendono a svilupparsi verso l'interno delle navate stesse, non sono presenti invece tensioni nell'arco della navata centrale. L'assenza di catene negli archi delle navate laterali ha provocato l'apertura di lesioni nella porzione di muro sovrastante gli archi stessi.

Anomalo è il comportamento del muro absidale che a differenza delle altre murature trasversali, somiglianti ai modelli con incastri orizzontali, presenta un comportamento intermedio tra i due casi limite di vincolamento orizzontale. Le tensioni si sviluppano nella parte alta delle pareti centrali e absidali, oltre che in una fascia centrale che comprende tutte e tre le absidi. Il confronto con il quadro fessurativo esistente non evidenzia particolari corrispondenze nella parte superiore delle pareti mentre è colta una corrispondenza tra le isostatiche di trazione e la zona di fessurazione all'intersezione tra le absidi laterali e la centrale.

7.4.3 Muri longitudinali

Il muri longitudinali esterni (muri 7 e 10) presentano valori elevati di trazione nella zona centrale superiore delle pareti, proprio in corrispondenza di questa zona partono le fessure presenti sulla muratura longitudinale che fanno parte delle due fasce di lesioni più gravi di cui si è parlato nei precedenti capitoli.

Per la parete su via Lanfranco il massimo valore di trazione si verifica per il modello con molle verticali non uniformi, poiché risulta importante l'effetto sulle murature delle preesistenze. Il comportamento riscontrato è qualitativamente identico ai modelli con incastri e carrelli.

Il muro su piazza Grande presenta una anomalia per il modello vincolato con carrelli orizzontali e molle disomogenee, peraltro già riscontrata per gli altri modelli studiati con le medesime condizioni di vincolo verticale. La parete risulta scarica nella zona superiore dove s'aspettano le tensioni di trazione che sono invece a livello della base della parete. Più coerente con le attese è invece il modello con molle uniformi con trazioni nella parte superiore in corrispondenza delle lesioni rilevate.

I muri longitudinali interni (muri 8 e 9) presentano picchi di tensione in corrispondenza della chiave ed alle reni della campata del coro oltre che delle campatelle delle navate laterali, inoltre per i modelli con molle non uniformi si notano trazioni nella parte superiore della parete a livello della seconda e terza campata.

Dal confronto con il quadro fessurativo si nota come le zone con fessure di vecchia data presenti all'intradosso dell'arco della navata del coro e le lesioni con origine nella parte superiore delle pareti longitudinali facenti parte delle fasce di lesioni che attraversano l'intero Duomo siano in corrispondenza delle zone maggiormente sollecitate a trazione sul modello.

7.5 Deformata

L'ultima analisi effettuata sui paramenti murari riguarda la deformata della struttura, ovvero come i singoli paramenti murari contigui tra loro, si deformino sotto l'effetto dei pesi propri e permanenti.

In questo modo si può capire quale siano i movimenti a cui è soggetto il singolo muro e globalmente l'intera struttura dovuta appunto ai soli carichi agenti sulla struttura e quali invece abbiano origine di altra natura. Capire come si deforma la struttura è utile anche per interpretare i risultati in termini di tensioni di trazione esposti nei paragrafi precedenti.

Le deformate dei tre modelli sono poste a confronto con quelle dei sei modelli studiati nel capitolo 3, consentendo di capire le eventuali difformità o le analogie tra le strutture variamente vincolate.

Importante verifica da effettuare è lo spostamento orizzontale alla base che non deve oltrepassare il valore di 4 mm, questo valore rappresenta il limite del comportamento lineare del legame costitutivo ed un suo superamento lederebbe l'ipotesi di linearità delle molle orizzontali alla base dell'analisi effettuata.

I risultati sono graficati con la deformata assoluta al 10, ovvero amplificata di 10 volte rispetto al caso reale di 1 a 1, in questo modo si può effettuare un confronto visivo non solo con i modelli presenti nella stessa scheda, ma pure con gli altri paramenti murari nelle altre schede.

La scala dei grafici riporta i valori dei cedimenti, in metri, in direzione Y, che rappresentano gli abbassamenti verticali, il valore massimo considerato per ogni muratura è il valore più alto presente tra tutti i modelli.

Per chiarire il confronto con i prospetti e le sezioni del quadro fessurativo, in cui sono riportate le indicazioni nord, centro e sud, si deve specificare che il lato nord dei modelli agli elementi finiti dei muri trasversali è posta sempre sulla sinistra, mentre per i muri longitudinali sulla sinistra c'è sempre il lato ovest.

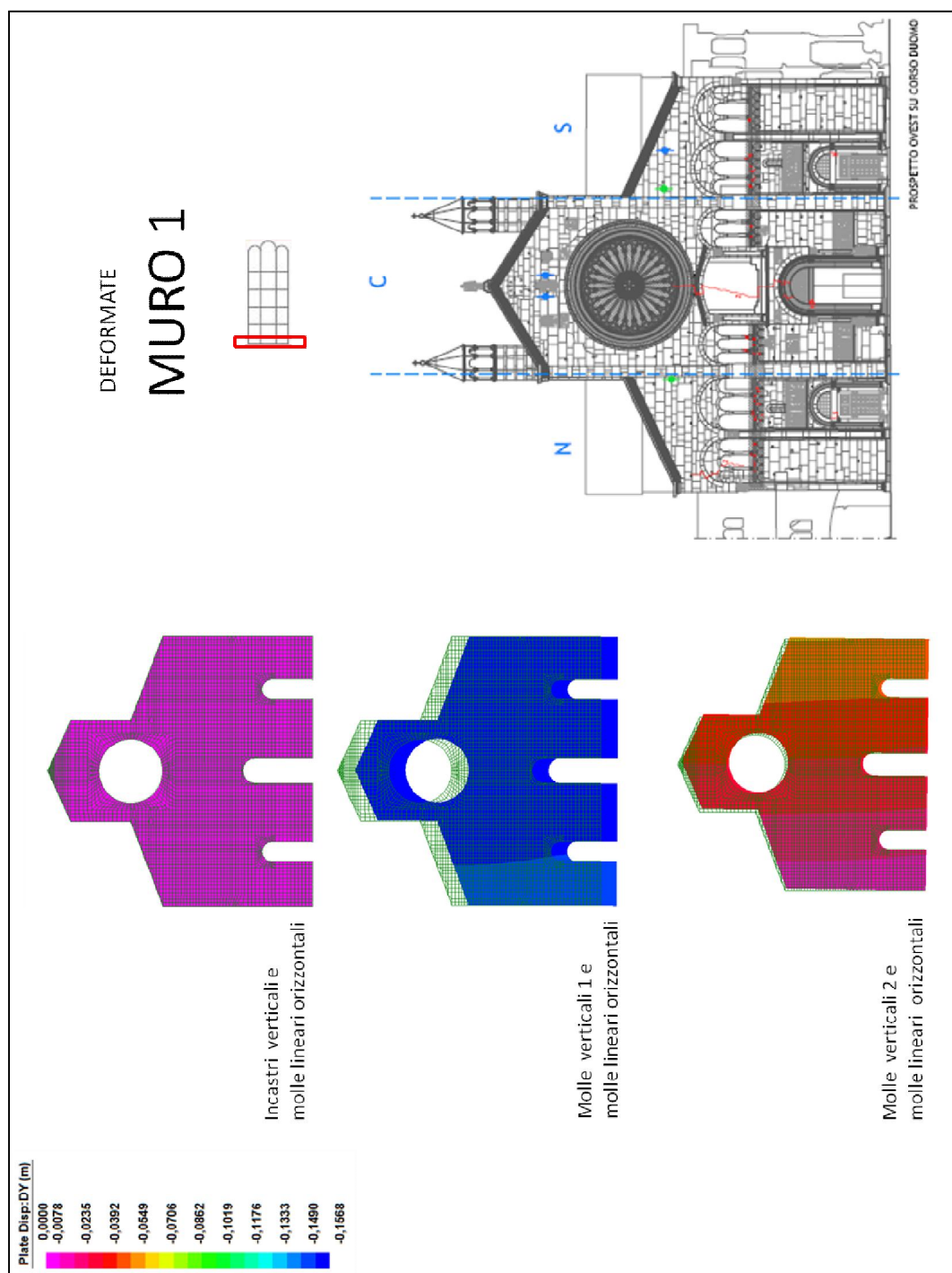


Fig. 7.5.1 Deformata per il muro 1.

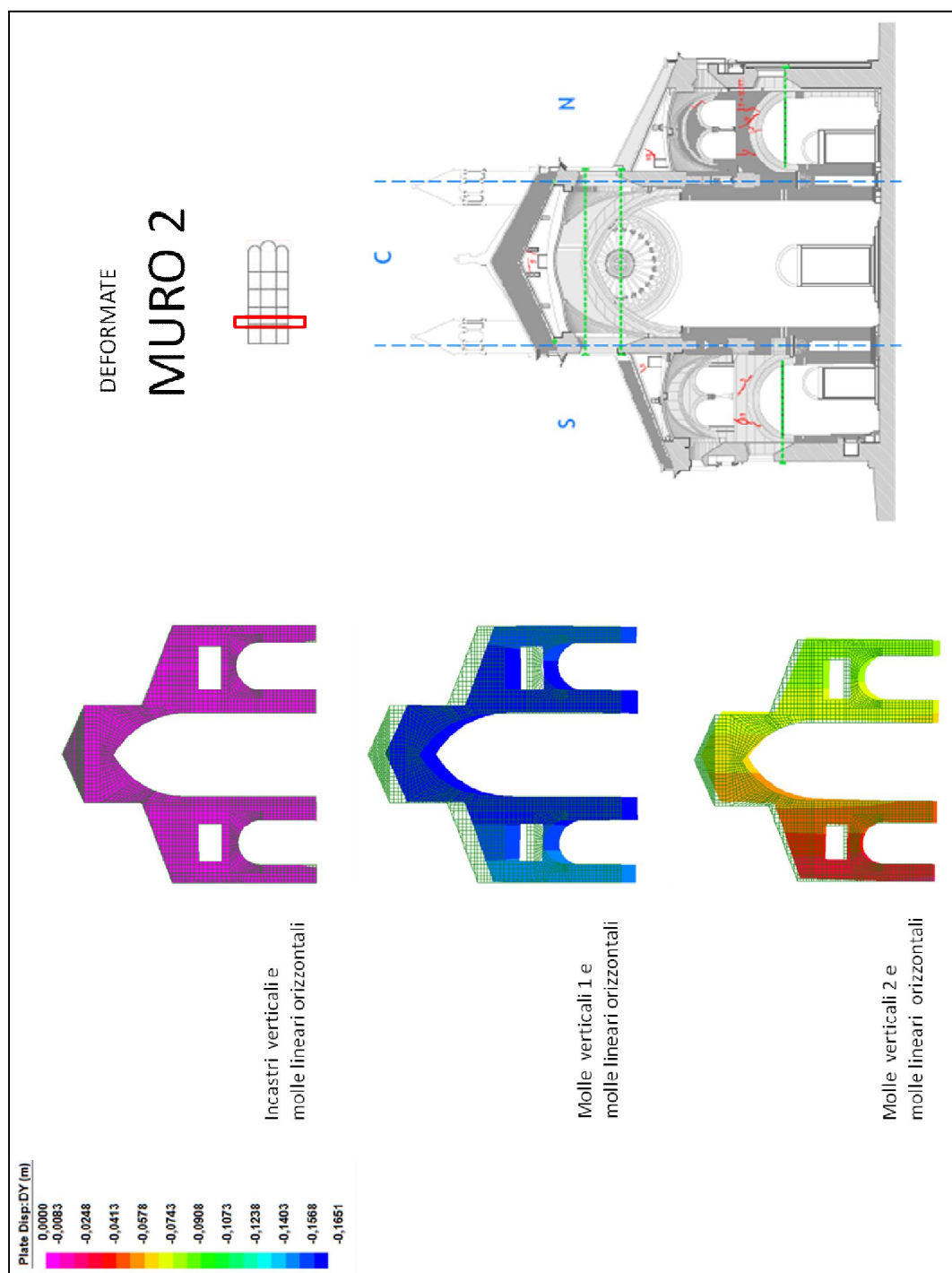


Fig. 7.5.2 Deformata per il muro 2

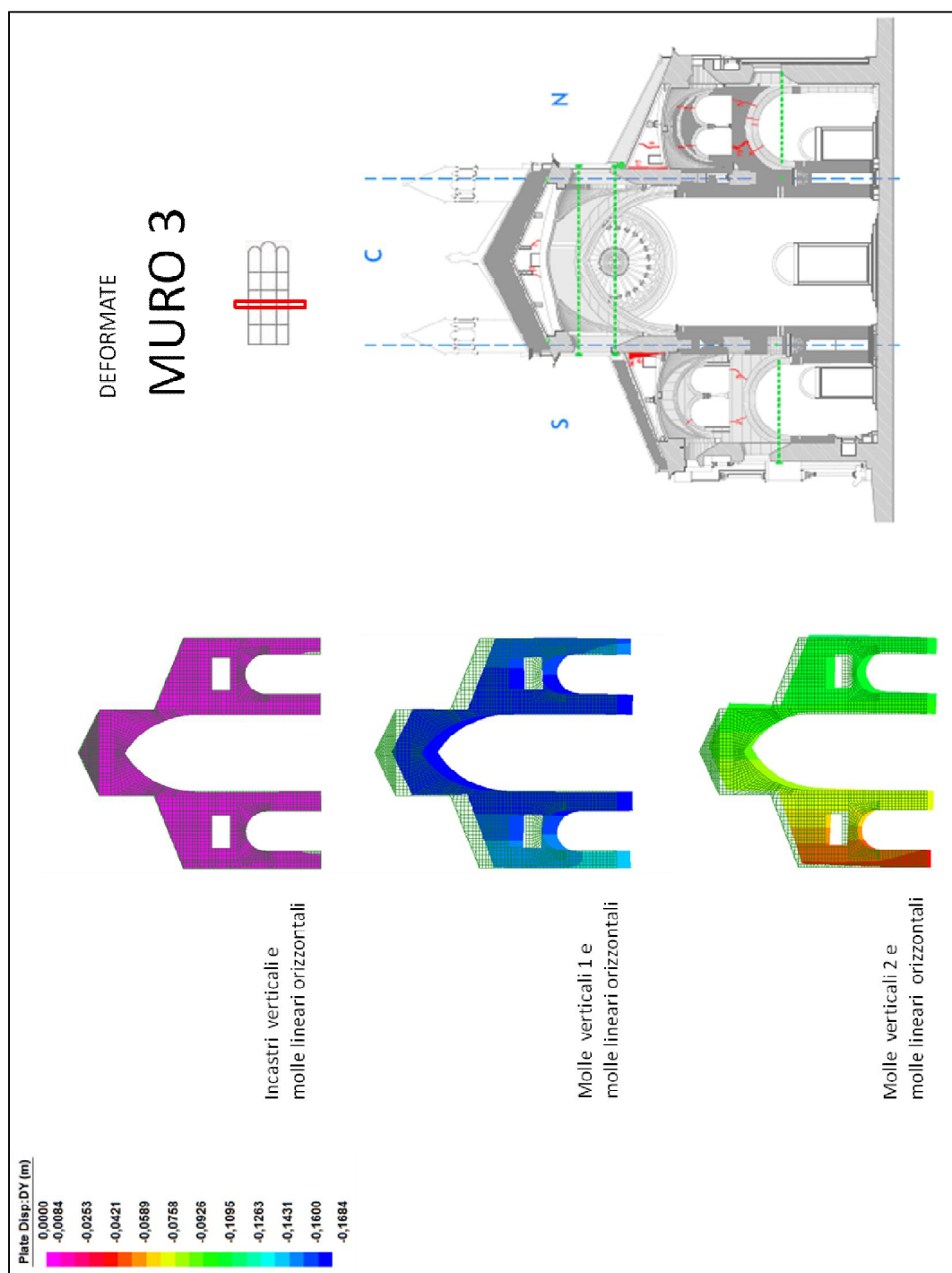


Fig. 7.5.3 Deformata per il muro 3.

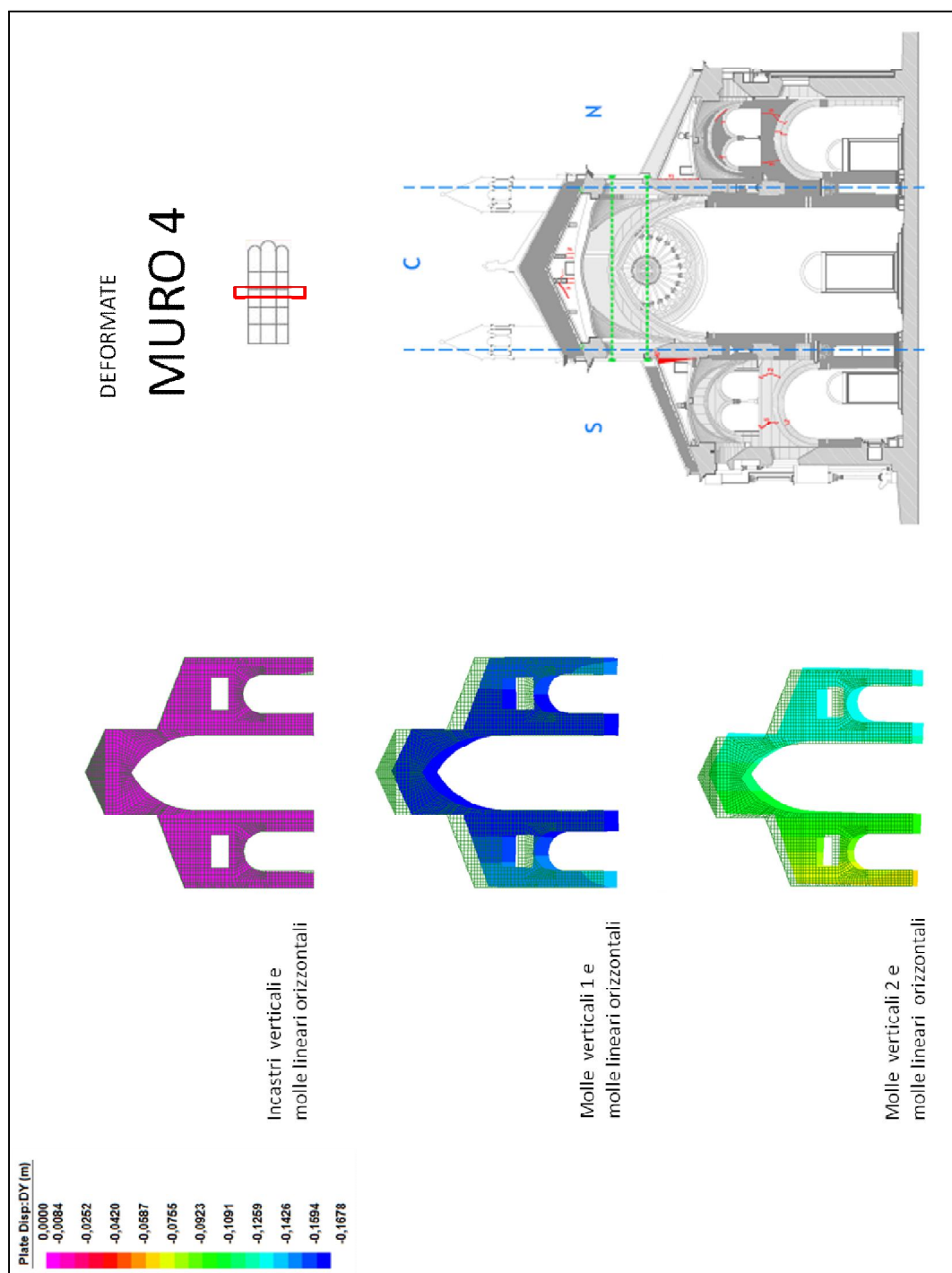


Fig. 7.5.4 Deformata per il muro 4.

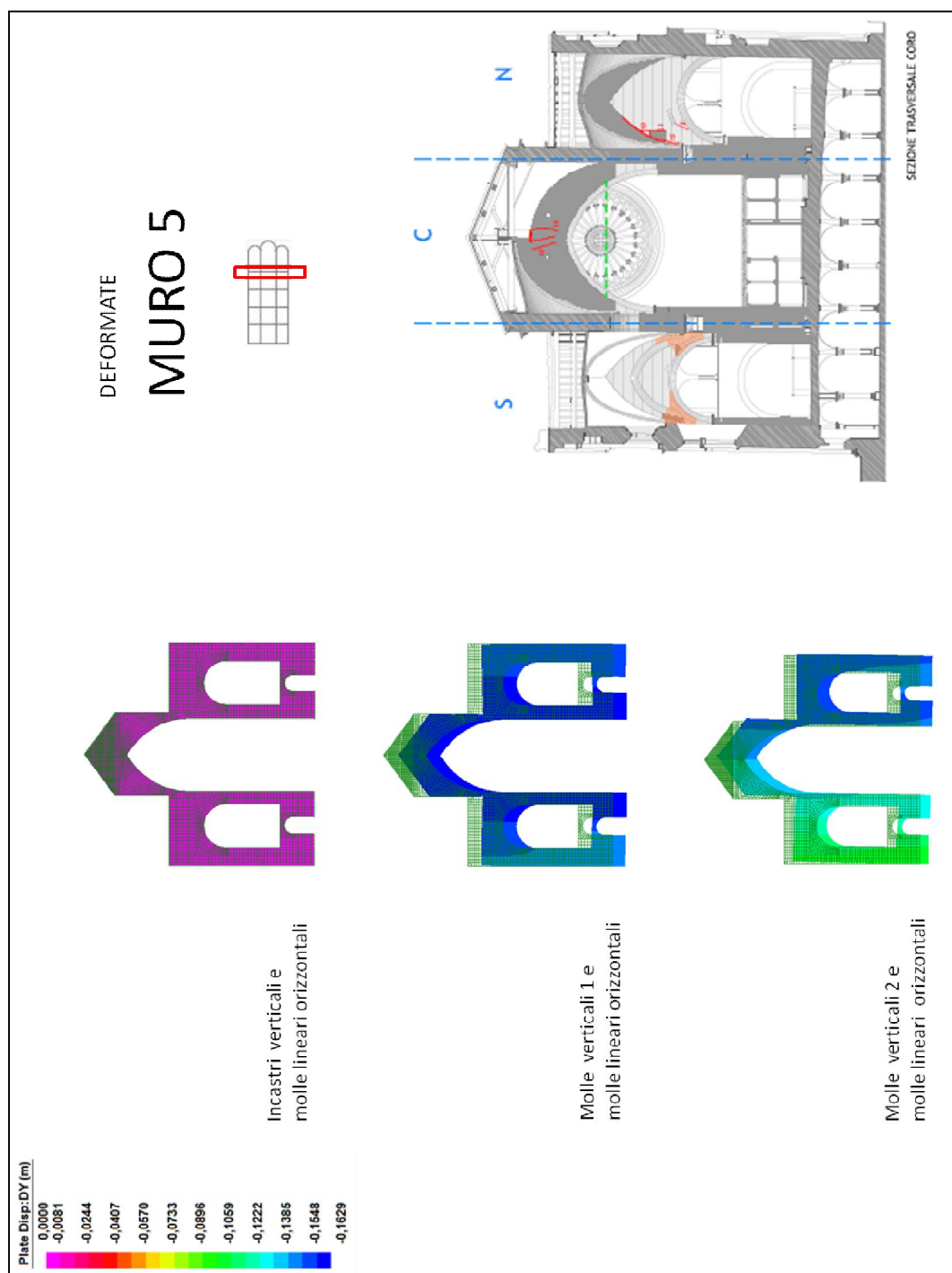


Fig. 7.5.5 Deformata per il muro 5.

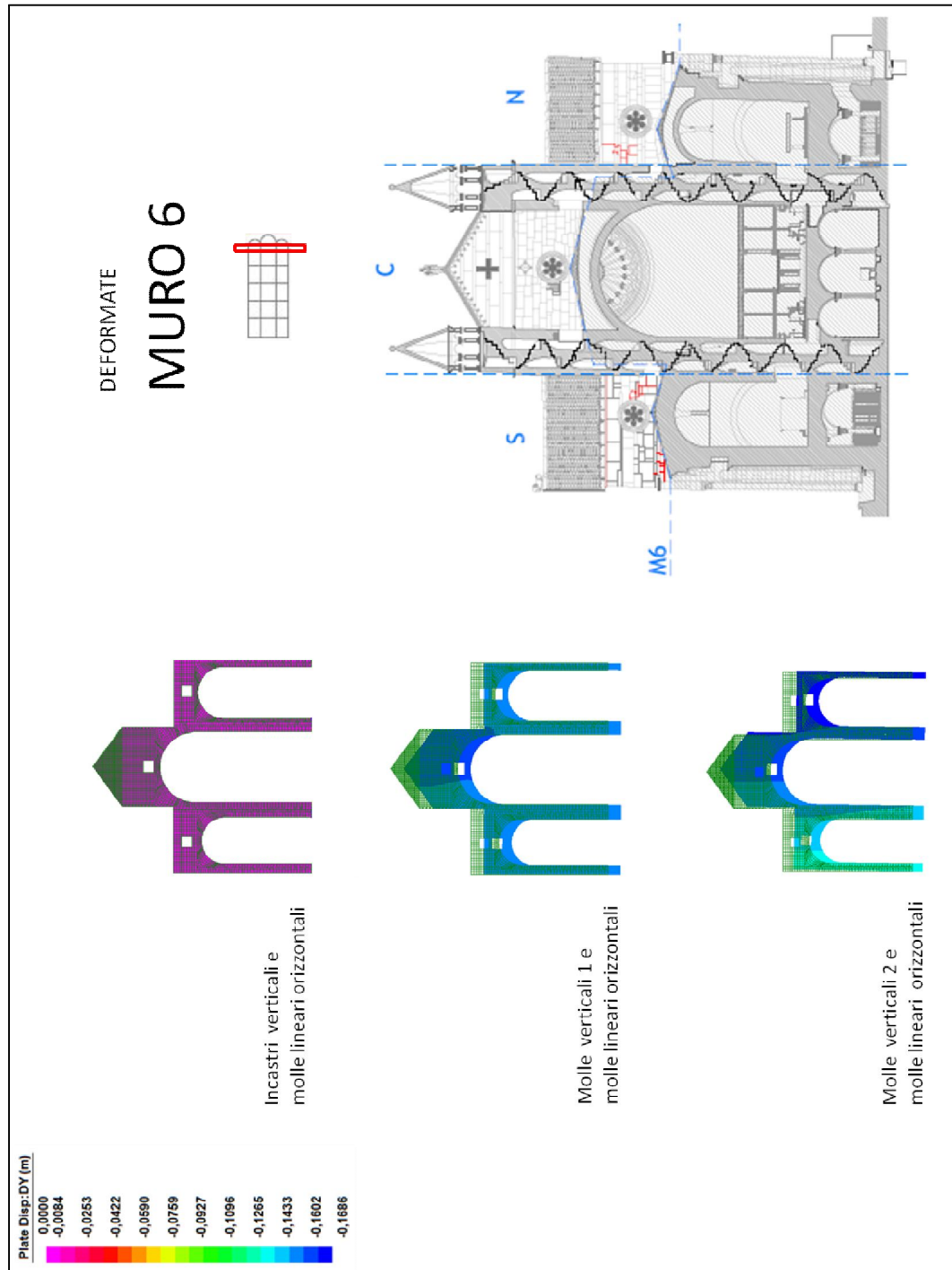


Fig. 7.5.6 Deformata per il muro 6.

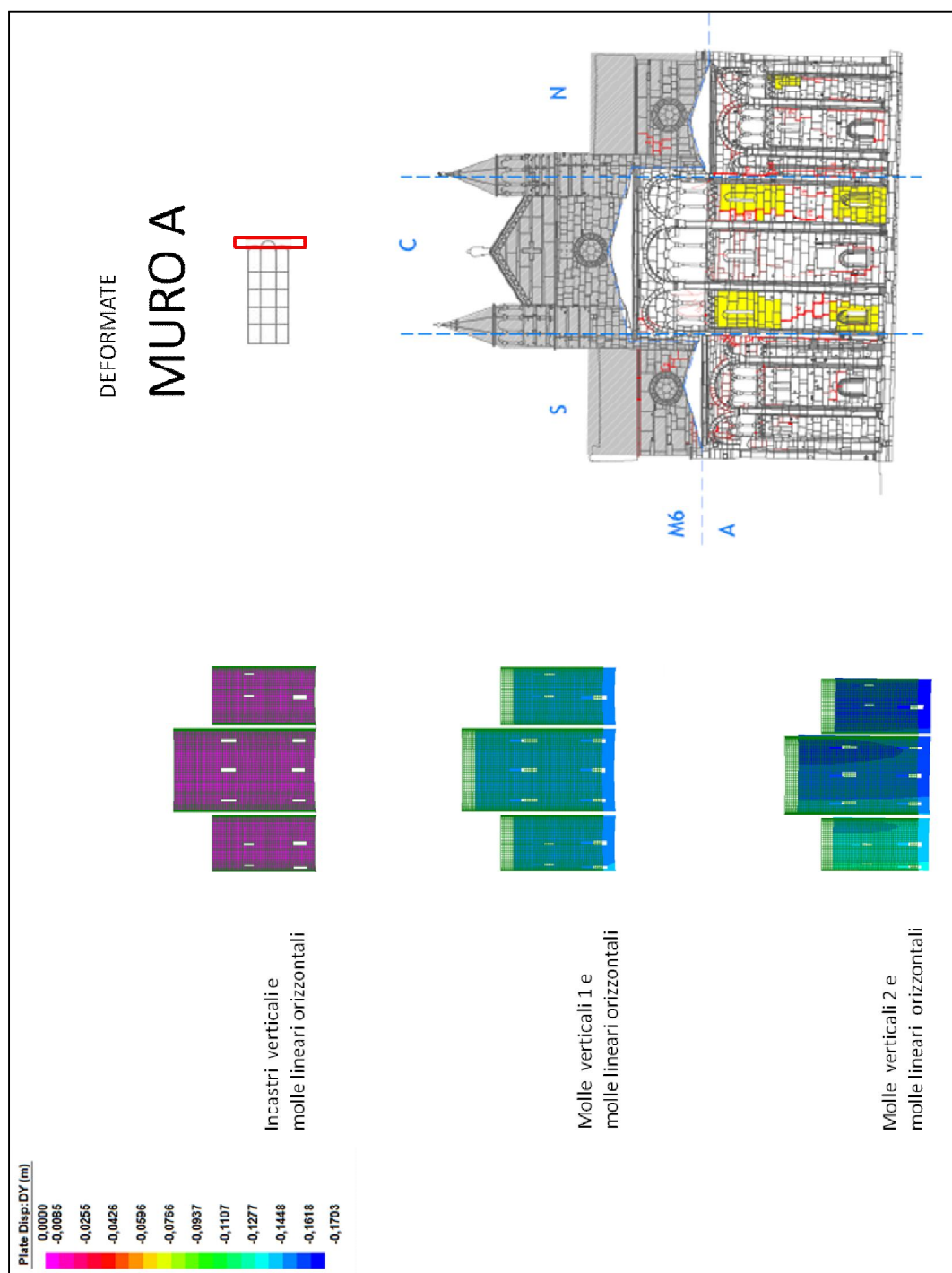


Fig. 7.5.7 Deformata per il muro A.

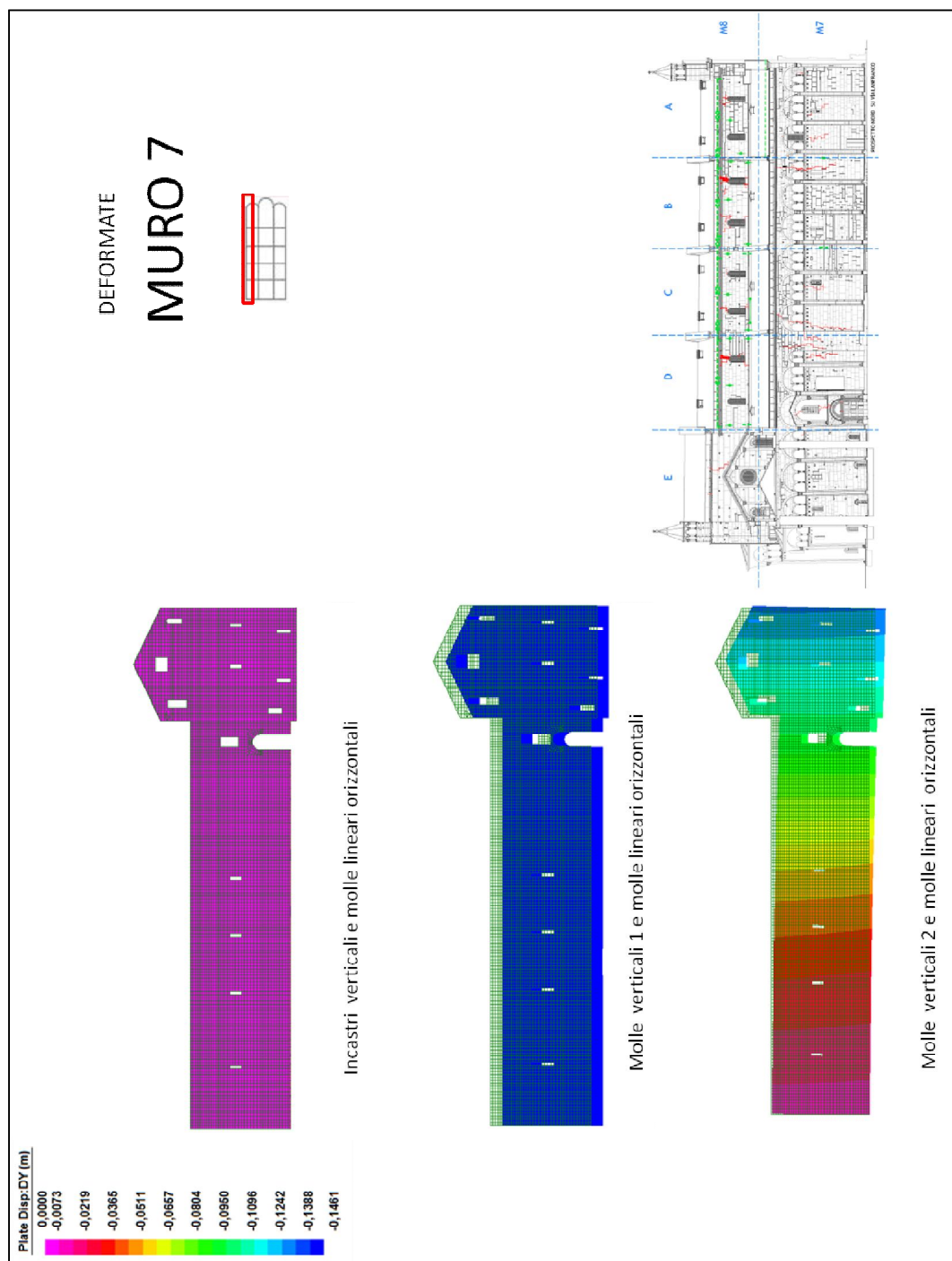


Fig. 7.5.8 Deformata per il muro 7.

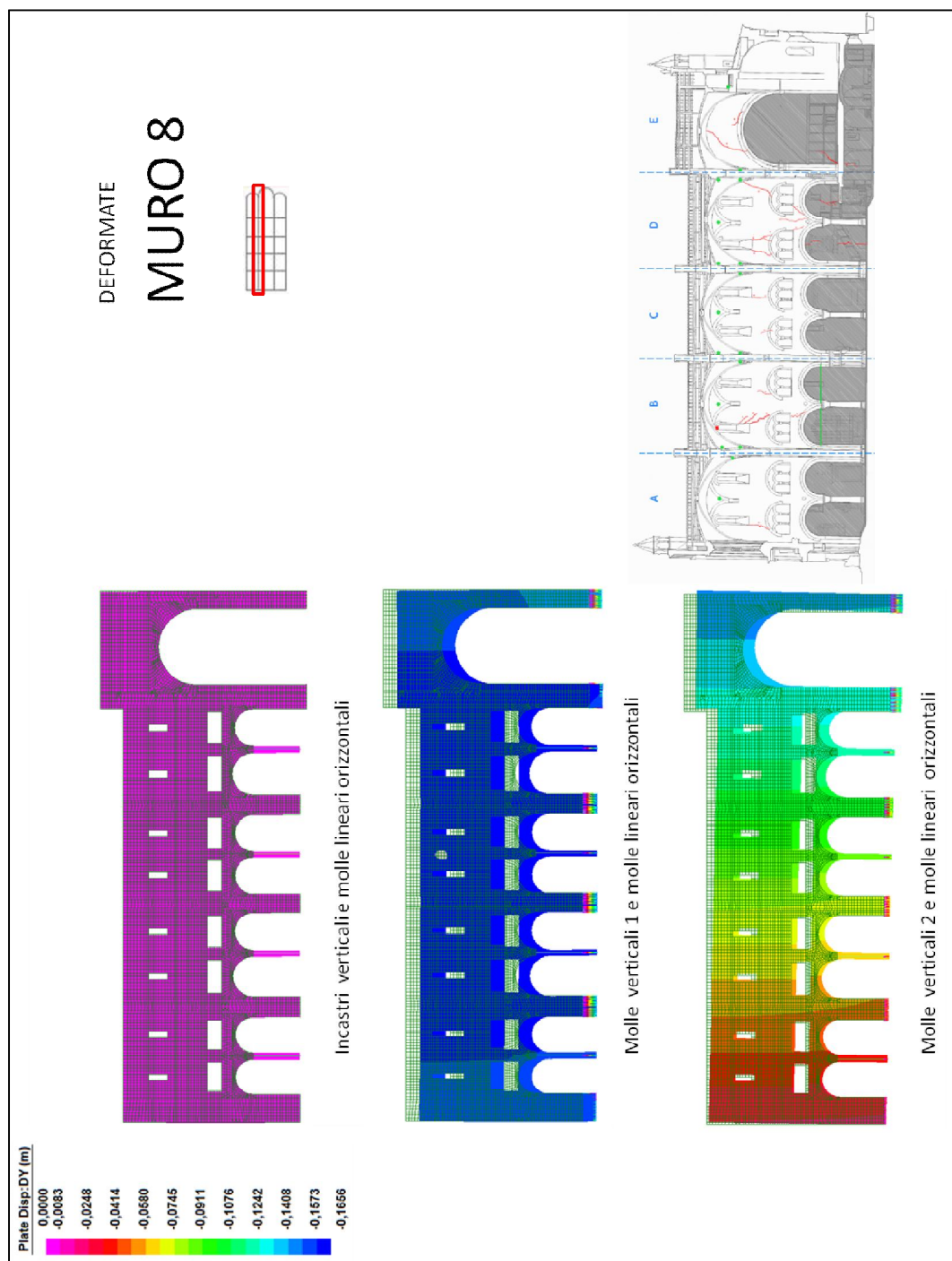
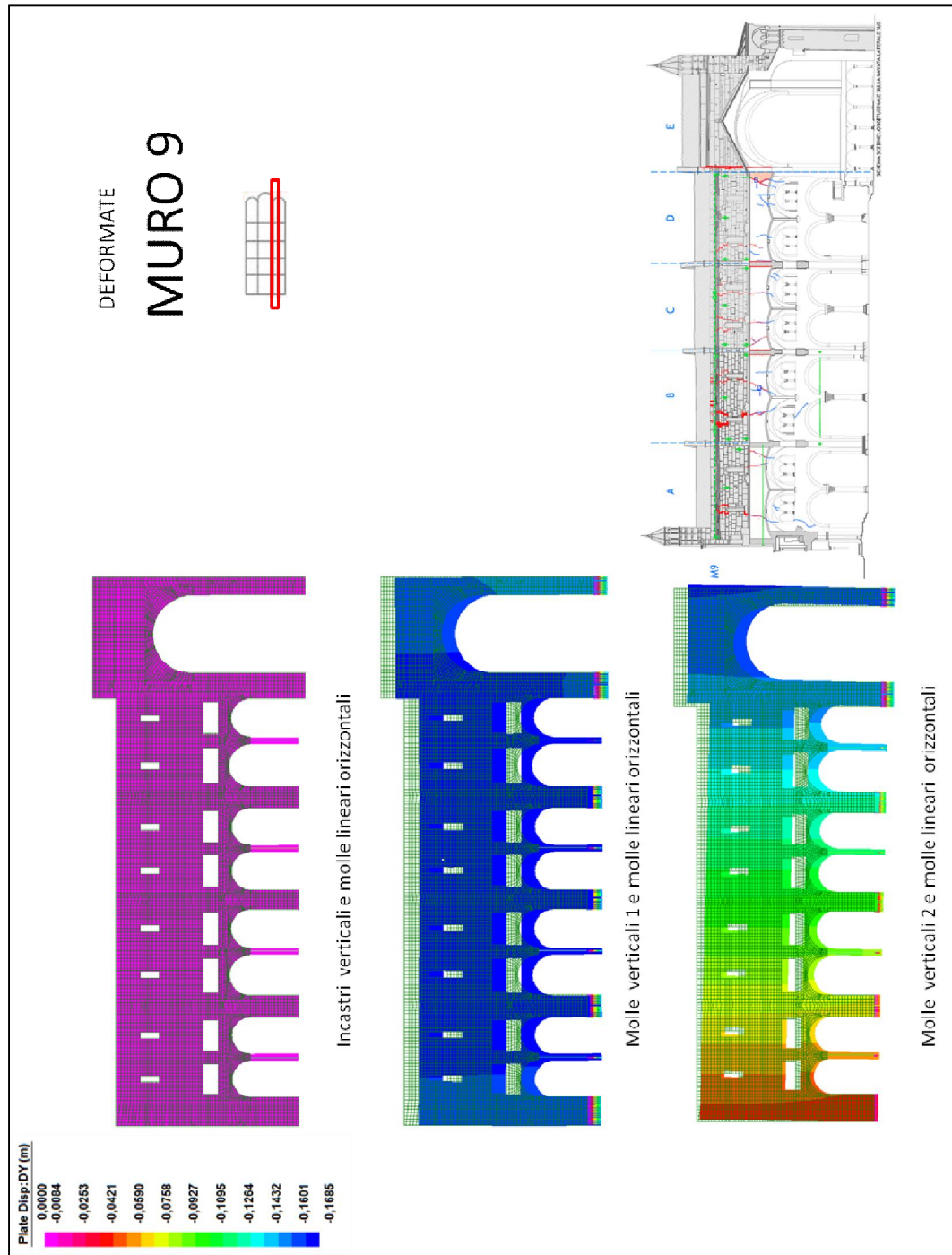


Fig. 7.5.9 Deformata per il muro 8.



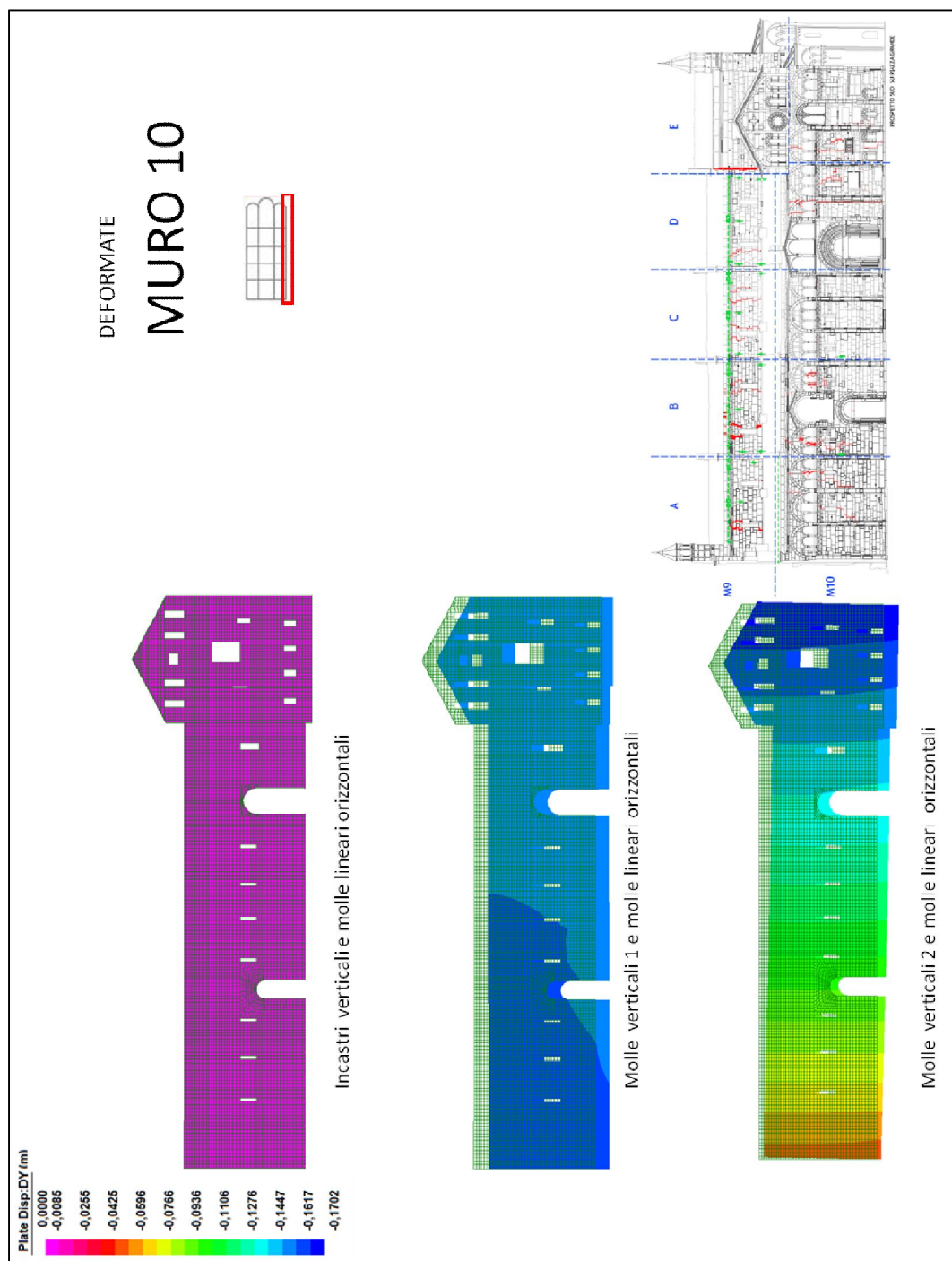


Fig. 7.5.11 Deformata per il muro 10.

7.5.1 Sintesi dei risultati

Il confronto tra le deformate ottenute per i modelli con vincoli orizzontali lineari e le deformate mostrate nel capitolo 3 chiarisce l'effettivo comportamento attuato dalla struttura. La rigidità delle molle è tale da non permettere l'apertura dei paramenti alla base della struttura, gli spostamenti orizzontali non sono percepibili, da ciò si spiega l'analogia registrata tra i risultati con i modelli con incastri orizzontali nei precedenti paragrafi.

Il comportamento globale delle strutture è riassumibile in funzione dei tre diversi tipi di vincolo verticale come già visto nel capitolo 3. Nel caso di incastri verticali la struttura non subisce deformazioni significative, tant'è che i cedimenti massimi verticali, al colmo della struttura, sono dell'ordine del millimetro. Risulta quindi poco significativo lo studio l'analisi in termini di deformazioni su questi due modelli.

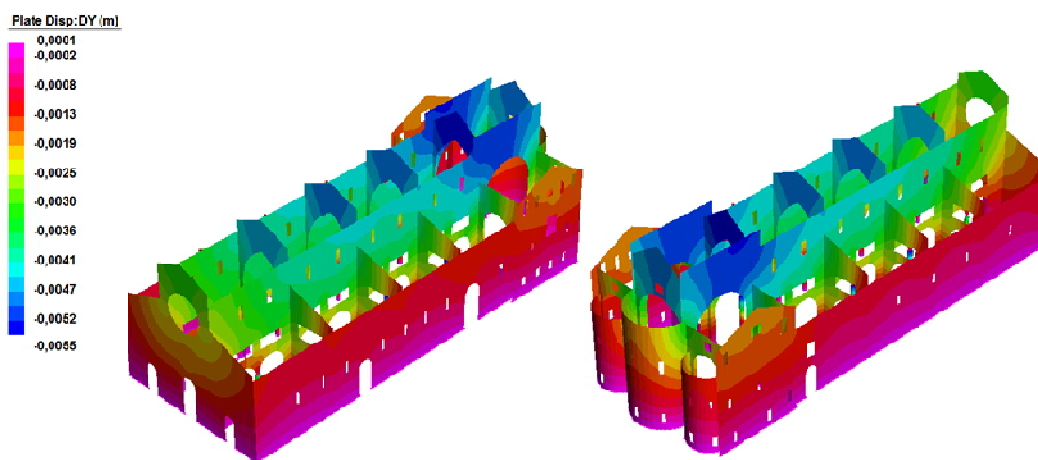


Fig. 7.5.1.1 deformata complessiva della struttura con incastri verticali

I modelli con una distribuzione di molle uniformi alla base, presentano cedimenti piuttosto omogenei lungo tutte le pareti con valori più elevati in corrispondenza della navata centrale e dello spigolo a sud ovest del Duomo. Si nota inoltre la non simmetria dei cedimenti verticali, influenzata dalla distribuzione non uniformi delle molle orizzontali.

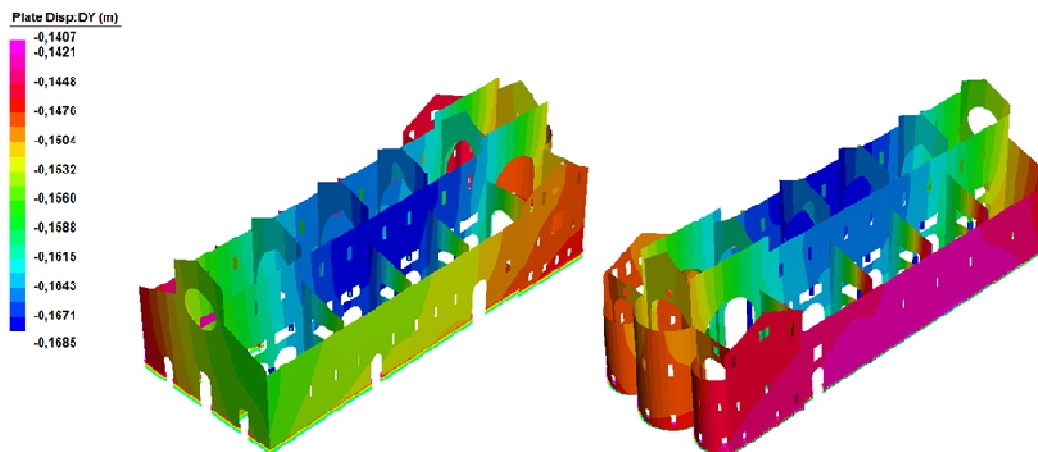


Fig. 7.5.1.2 deformata complessiva della struttura con molle uniformi.

I modelli vincolati con molle verticali disomogenee presentano un comportamento che coglie in parte quello ipotizzato, c'è infatti una rotazione complessiva lungo l'asse longitudinale (est-ovest) causato dalla presenza delle preesistenze ed i valori più elevati di cedimento sono concentrati come ci si aspetterebbe nella zona absidale. Combinando questo effetto a quello dovuto ai cedimenti in prossimità della Ghirlandina come si studierà in seguito ci si aspetta di ritrovare il comportamento ipotizzato nel capitolo 1 a partire dai rilievi effettuati con laser scanner.

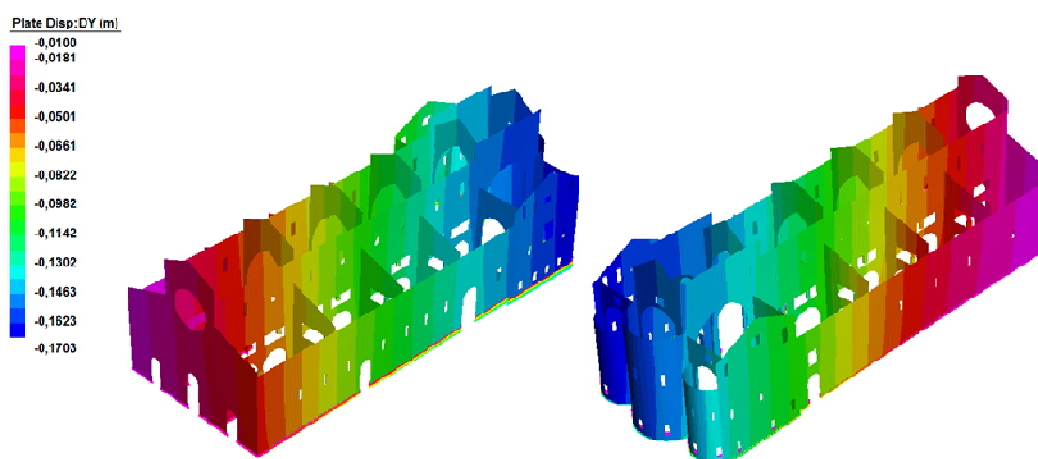


Fig. 7.5.1.3 deformata complessiva della struttura con molle non omogenee

Per i tre modelli analizzati viene infine svolta la verifica dell'effettivo comportamento lineare delle molle orizzontali. Nello specifico si controlla che gli

spostamenti orizzontali nel piano alla base del Duomo non superino il valore di 4 mm oltre il quale si ha la perdita della linearità del legame costitutivo descritto nel capitolo precedente.

Il modello con incastri verticali e molle orizzontali presenta spostamenti nelle due direzioni orizzontali del piano molto bassi per tutta l'altezza della struttura, la linearità è abbondantemente verificata come visibile dalla figura seguente.

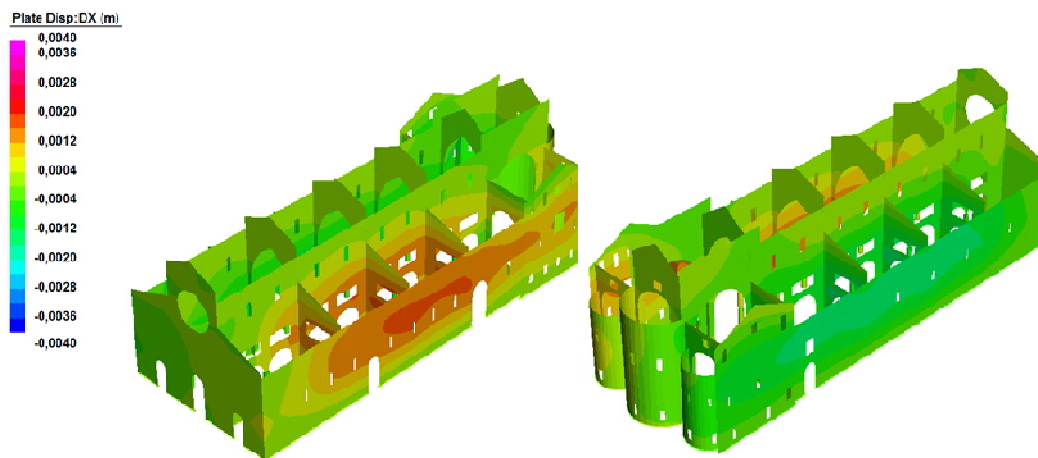


Fig. 7.5.1.4 Spostamenti orizzontali del modello con molle orizzontali e incastri verticali.

I modelli con molle verticali uniformi e differenziate presentano spostamenti superiori ai 4 mm nella parte superiore delle pareti graficate in grigio, tuttavia risulta verificato alla base il non superamento del limite di spostamento orizzontale e quindi l'effettiva linearità ipotizzata per le molle orizzontali.

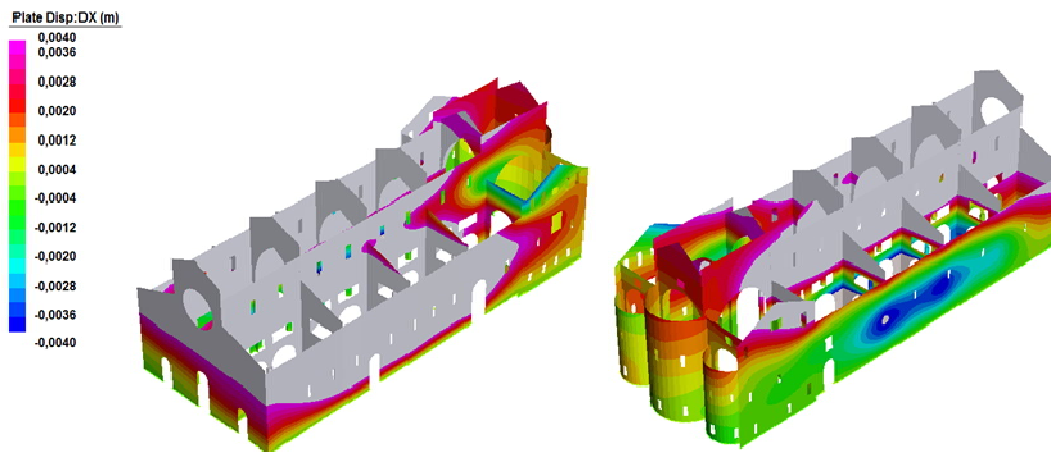


Fig. 7.5.1.5 Spostamenti orizzontali del modello con molle orizzontali e molle uniformi verticali.

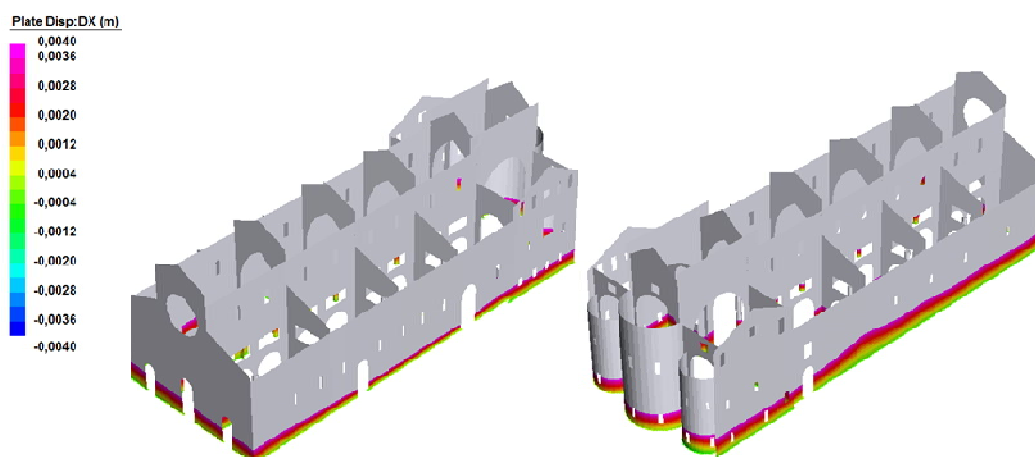


Fig. 7.5.1.6 Spostamenti orizzontali del modello con molle orizzontali e molle non uniformi verticali.

Si analizzano infine le deformate dei singoli paramenti murari.

7.5.2 Muri trasversali

Il muro di facciata presenta per tutti i modelli vincolati con molle verticali un cedimento quasi costante lungo tutta la base del muro, esso infatti risente poco, da questo punto di vista, della presenza delle preesistenze poiché tutto il muro di facciata presenta lo stesso modulo di reazione anche nel caso di molle differenziate. La differenza è notevole invece dal punto di vista numerico, infatti i cedimenti con molle uniformi raggiungono i 15-16 cm, mentre nei modelli con molle più rigide i valori di abbassamento non superano i 4-5 cm.

I muri 2,3,4 e 5 hanno comportamenti piuttosto simili, nei casi con molle uniformi si nota un cedimento quasi uniforme del paramento. Per il modello con molle differenziate si nota come la presenza dei diversi moduli di reazione del terreno porti a cedimenti differenziali in cui le zone a nord su terreno più rigido non superano valori di massimo 4-6 cm mentre le zone più a sud su terreno meno rigido hanno cedimenti che superano anche il doppio della zona a nord. Questo comportamento è molto evidente per i muri 2,3 mentre tende ad affievolirsi per i muri 4 e 5.

Il muro 6 e quello absidale essendo i più lontani dalle vecchie fondazioni non risentono della zona con modulo di reazione più elevato e i modelli con molle omogenee e disomogenee riportano i medesimi risultati anche in termini numerici sui cedimenti.

7.5.3 Muri longitudinali

Tutti i quattro muri longitudinali(muri 7,8,9,10) presentano un comportamento analogo.

I modelli con molle uniformi mostrano valori di cedimento verticale alla base omogeneo lungo l'asse longitudinale del Duomo, il valori di abbassamento verticali sono elevati, tra i 14-17 cm, lungo tutte le pareti.

I modelli con molle differenziate consentono bene di vedere quelli che sono gli effetti delle preesistenze sul comportamento della struttura, spostandosi da ovest verso est si passa da cedimenti molto bassi in corrispondenza del muro di facciata, dove si hanno valori di pochi centimetri, sino a cedimenti in corrispondenza del transetto e del muro absidale che raggiungono i 15-16 cm, un ordine di grandezza superiore rispetto al cedimento del paramento di facciata. La differenza tra i valori tende a calare muovendosi dalle murature longitudinali a nord verso sud, poiché le molle con maggior rigidezza interessano porzioni gradualmente inferiori di muratura.

Capitolo 8

Combinazione lineare degli effetti

8.1 Introduzione

Dallo studio dei modelli agli elementi finiti del Duomo di Modena, vincolati orizzontalmente e verticalmente come descritto nei capitoli 3 e 7, si nota che confrontando i risultati ottenuti con i rilievi del quadro fessurativo e con le ipotesi sul movimento globale della struttura, il modello che meglio simula il comportamento reale del Duomo risulta essere quello con molle orizzontali lineari e molle verticali non uniformi che tengono conto delle preesistenze.

Sul modello individuato si effettua in questo capitolo un'analisi statica lineare unendo agli effetti dei carichi statici agenti sulla struttura gli effetti dovuti alla variazione termica e gli effetti causati dai cedimenti della torre Ghirlandina. Le azioni considerate singolarmente vengono combinate infine in modo lineare e messe a confronto con i rilievi effettuati in sito.

8.2 Combinazione delle azioni

Le azioni considerate agenti sulla struttura sono tre:

- carichi statici;
- variazione termica;
- cedimenti Ghirlandina.

I carichi statici e la variazione termica sono già stati descritti per le analisi effettuate nei precedenti capitoli, i carichi statici considerati sono i carichi di peso proprio e dei pesi permanenti relativi alla copertura, alle volte e alle torrette absidali, la variazione termica considerata è una variazione di temperatura costante su tutti i paramenti murari pari a 10°C .

L'azione dovuta ai cedimenti della Ghirlandina è un abbassamento del terreno concentrato attorno alla torre campanaria che interessa solo alcuni paramenti

murari del Duomo, quelli vicini alla zona absidale. Nella seguente figura è riportata una schematizzazione in pianta dei cedimenti considerati, i dati sui cedimenti sono ipotesi realistiche ricavate dai rilievi in sito, in attesa di dati più precisi forniti da studi geotecnici. Gli abbassamenti sono assegnati come cedimenti vincolari.

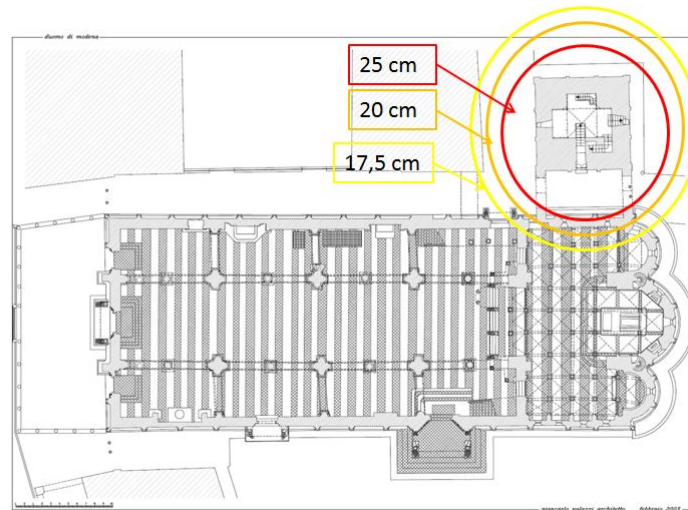


Fig. 8.2.1 Aree interessate dai cedimenti della Ghirlandina.

Le tre azioni sopra descritte vengono combinate linearmente in modo da vedere quali siano gli effetti complessivi generati da esse sulle singole pareti. I risultati analizzati in seguito riguardano le trazioni orizzontali, le deformate e il confronto con i rilievi dei laser scanner.

8.3 Isostatiche di trazione

Si riportano in questo paragrafo i risultati in termini di isostatiche di trazione, ottenuti dalla combinazione delle azioni dei carichi statici, delle variazioni termiche e dei cedimenti della Ghirlandina.

L'andamento delle isostatiche di trazione ci consente di capire quale delle tre azioni considerate possa essere all'origine della formazione delle lesioni stesse, risulta dunque importante individuare le zone in cui sono presenti i massimi valori di tensione in modo da interpretare quali fessure possano essersi sviluppate a partire da una delle condizioni di carico in esame.

Per i muri longitudinali vengono prese in considerazione le isostatiche in direzione Z, cioè quelle nel piano della parete; allo stesso modo per i muri trasversali e per l'abside si considerano le tensioni di trazione in direzione X.

A differenza delle analisi dei capitoli precedenti non sono più messi a confronto i modelli con diversi vincolamenti alla base ma è riportato per il medesimo modello il confronto tra i risultati generati dalle diverse azioni agenti, oltre che la combinazione delle stesse che è inserito nel riquadro finale in basso a destra.

Nelle pareti interessate maggiormente dai cedimenti della torre i valori raggiunti sono molto elevati in corrispondenza della base della muratura, per rendere più efficace il confronto tra le mappe di colore derivanti dalle diverse azioni è stato ridotto il valore massimo di trazione ottenuto, poiché non risultava significativo ai fini dell'analisi. I risultati presentati nelle tavole seguenti sono tutti espressi in Kg/cm².

Per chiarire il confronto con i prospetti e le sezioni del quadro fessurativo, in cui sono riportate le indicazioni nord, centro e sud, si deve specificare che il lato nord dei modelli agli elementi finiti dei muri trasversali è posta sempre sulla sinistra, mentre per i muri longitudinali sulla sinistra c'è sempre il lato ovest.

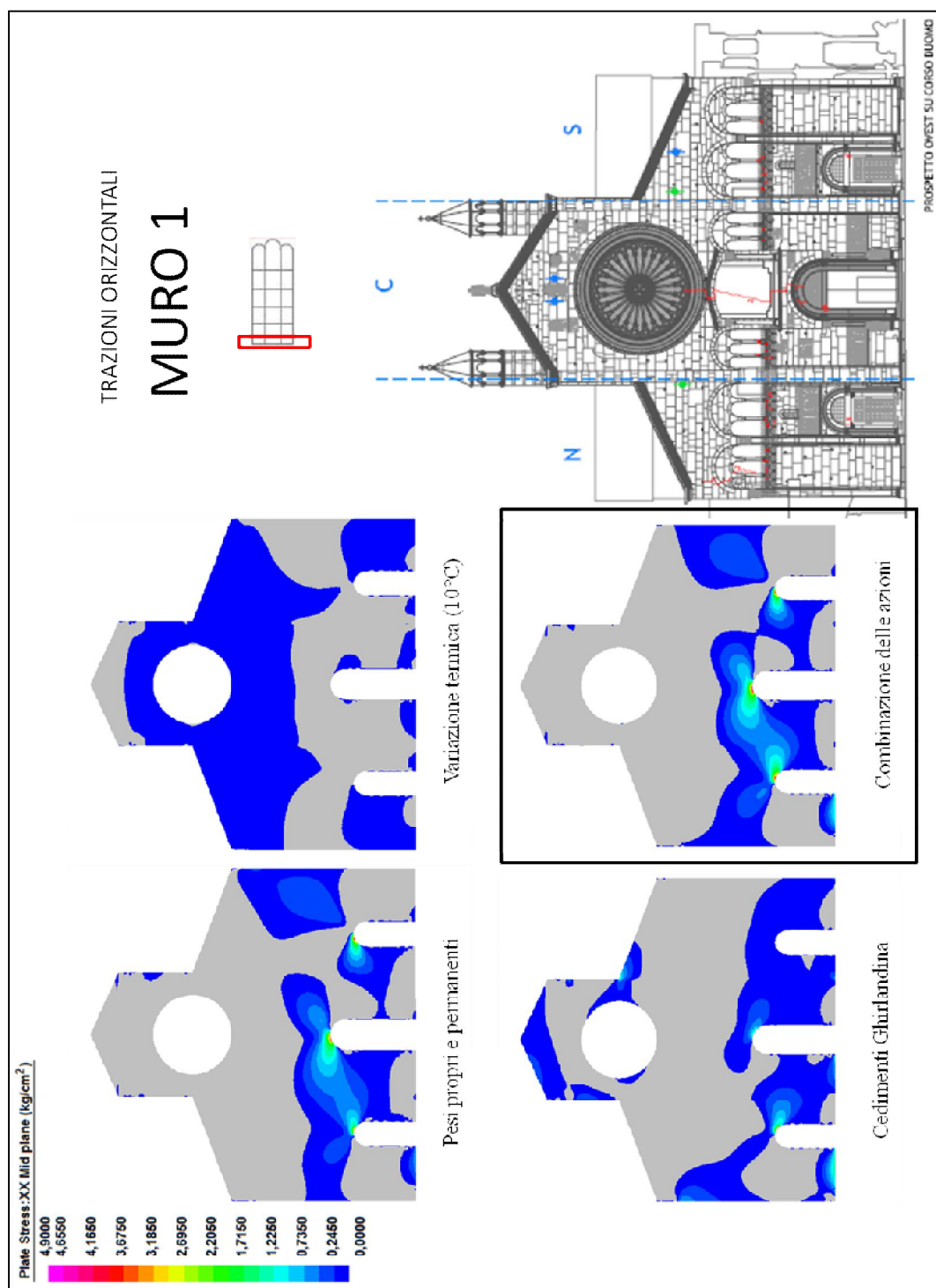


Fig. 8.3.1 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 1.

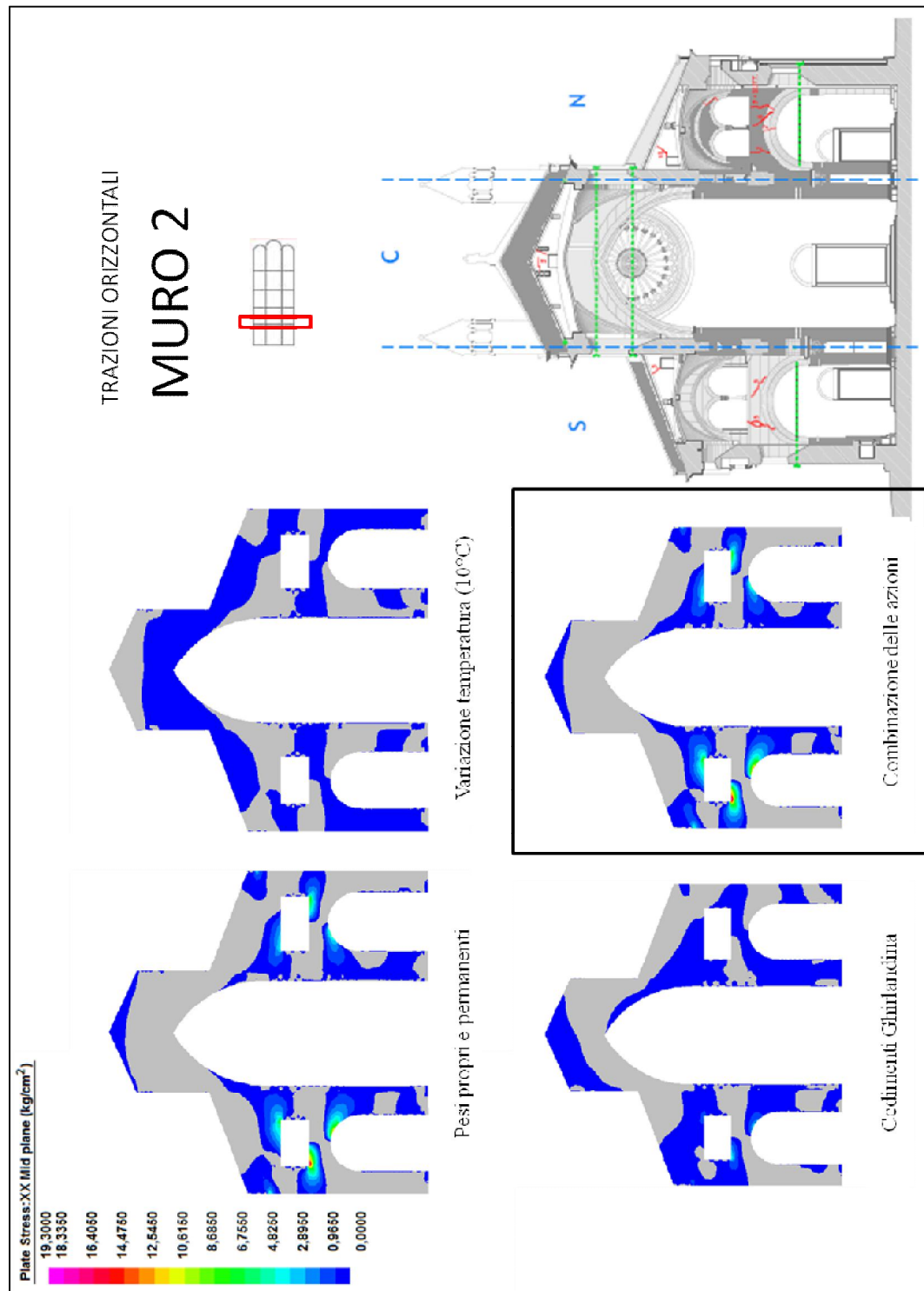


Fig. 8.3.2 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 2.

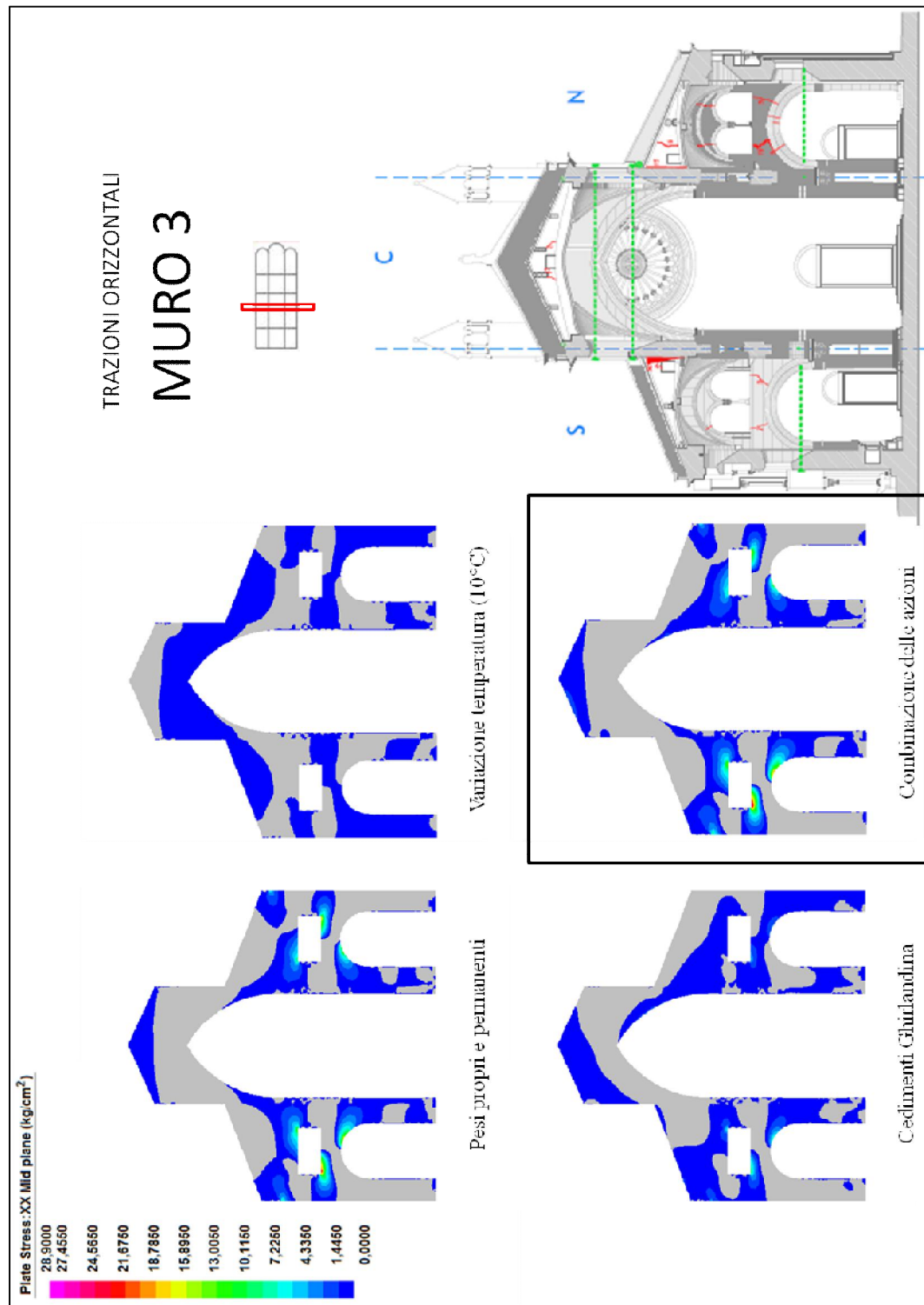


Fig. 8.3.3 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 3.

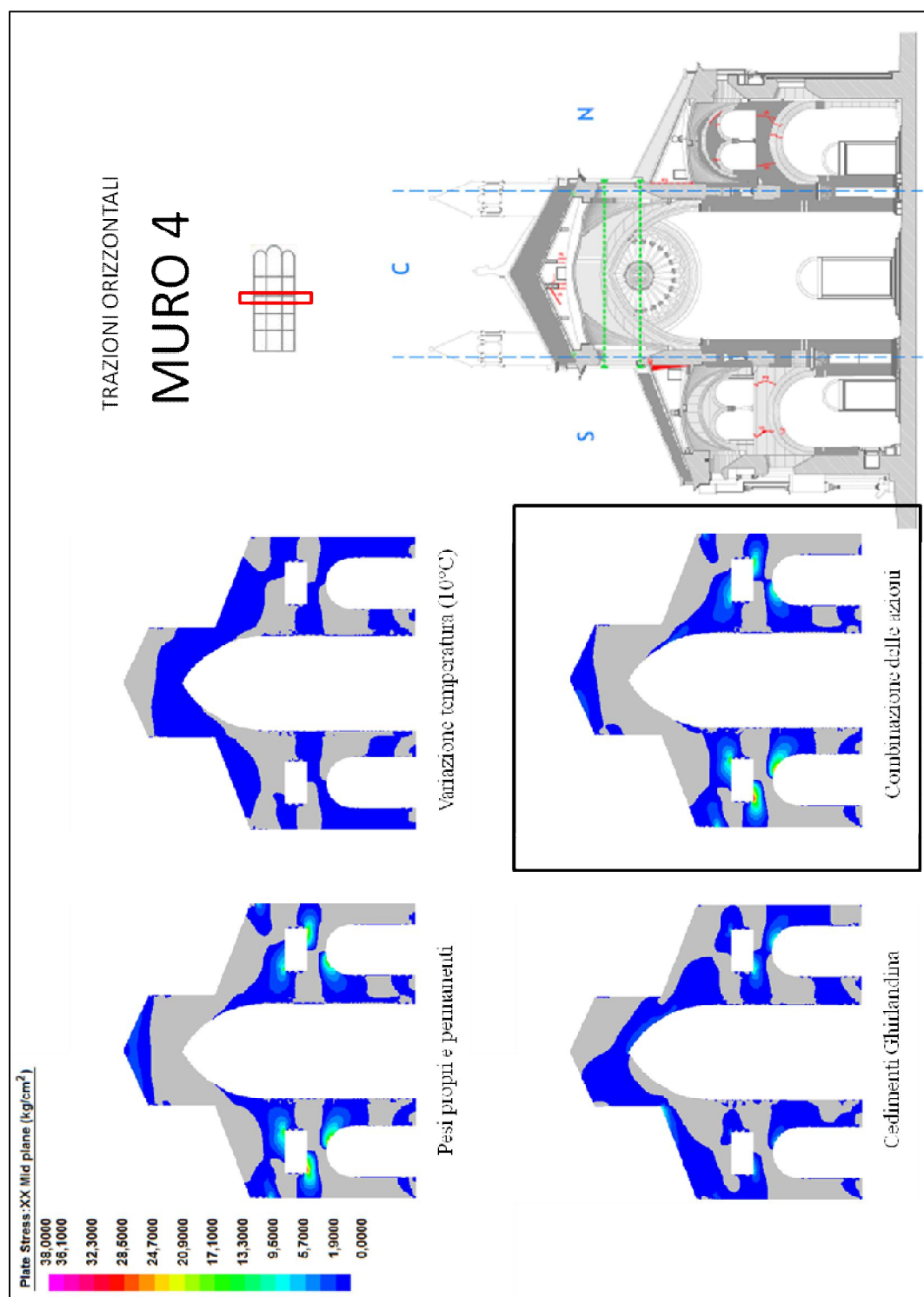


Fig. 8.3.4 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 4.

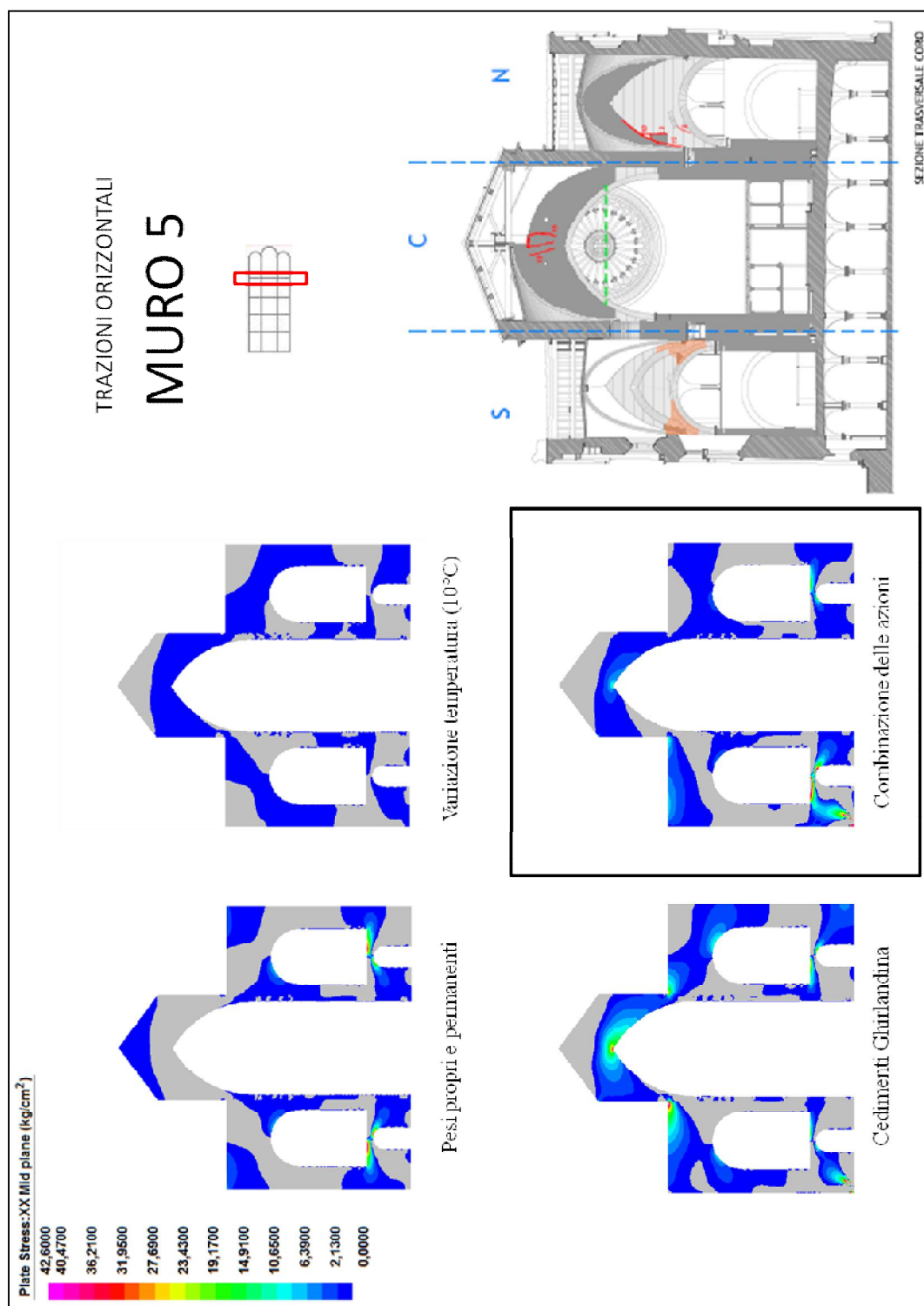


Fig. 8.3.5 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 5.

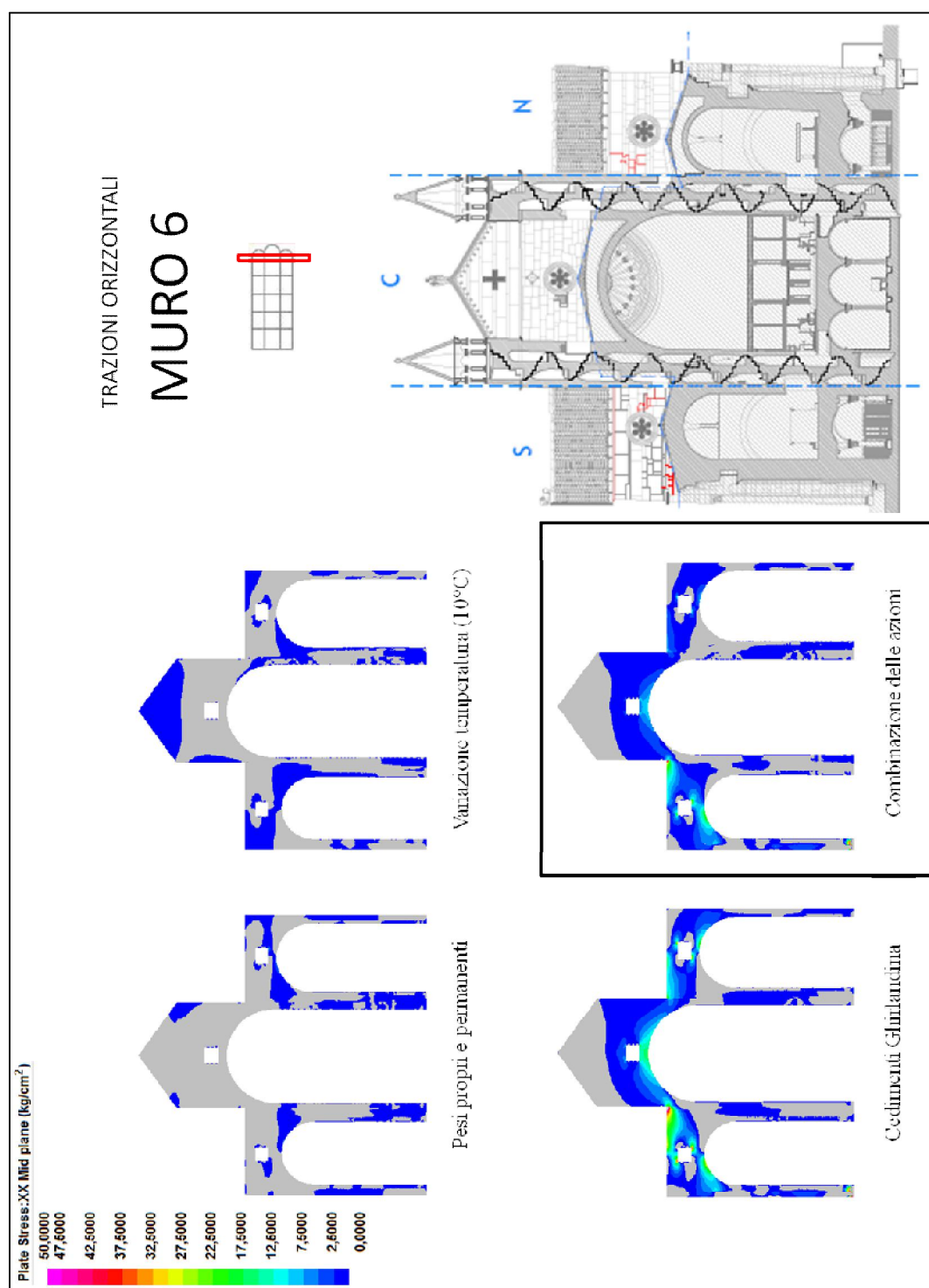


Fig. 8.3.6 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 6.

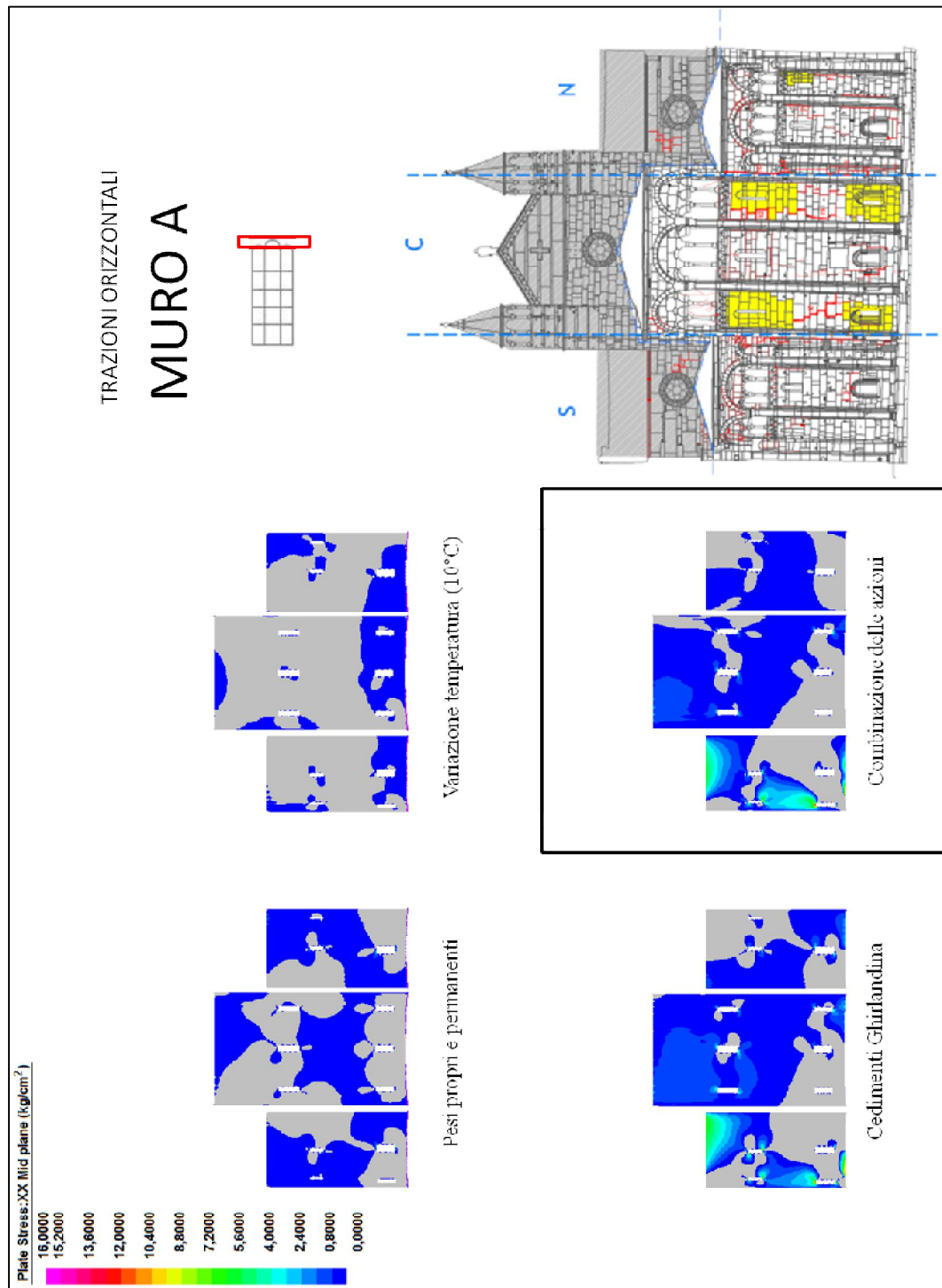


Fig. 8.3.7 Tensioni orizzontali di trazione per il muro A.

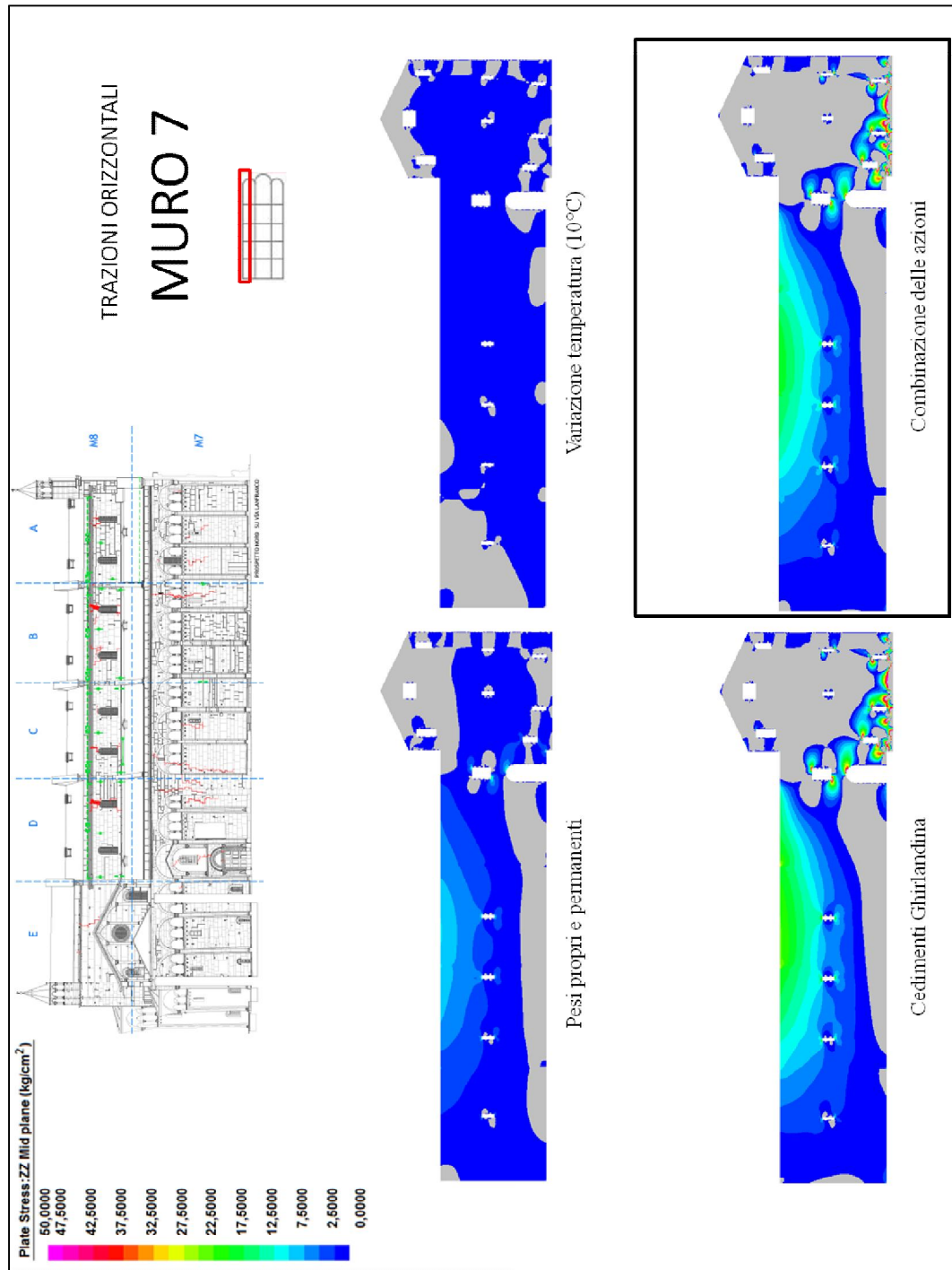


Fig. 8.3.8 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 7.

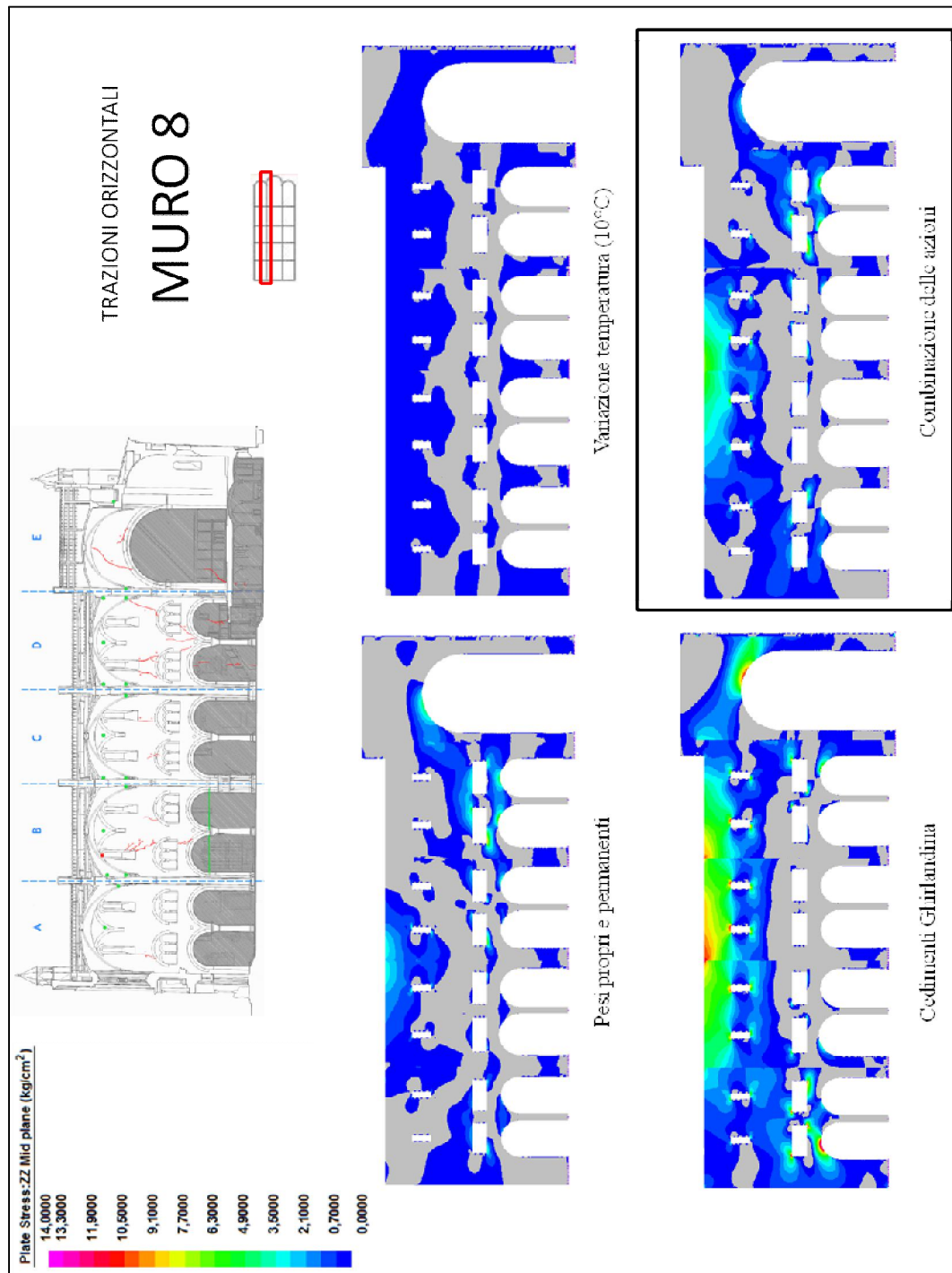


Fig. 8.3.9 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 8.

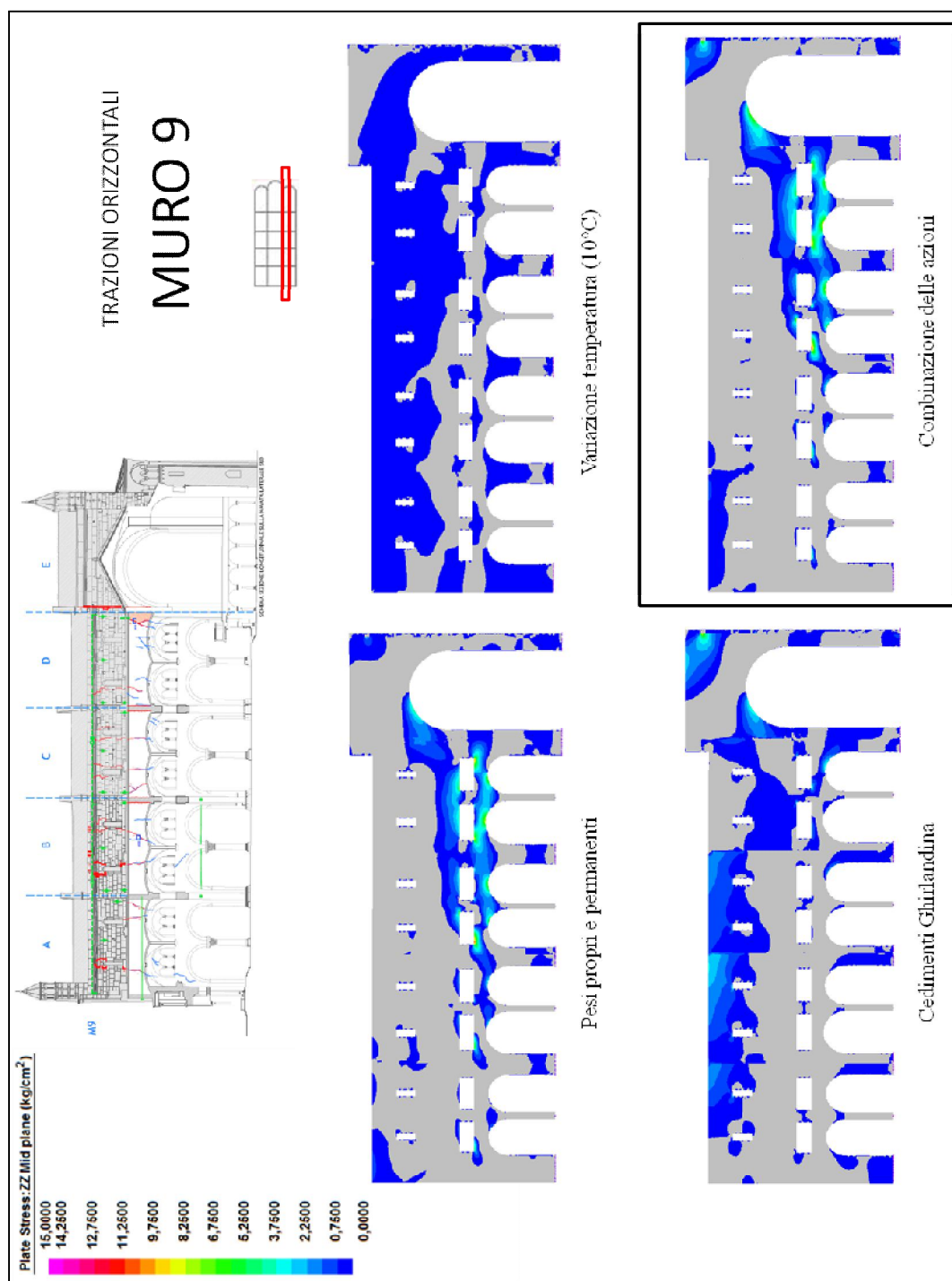


Fig. 8.3.10 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 9.

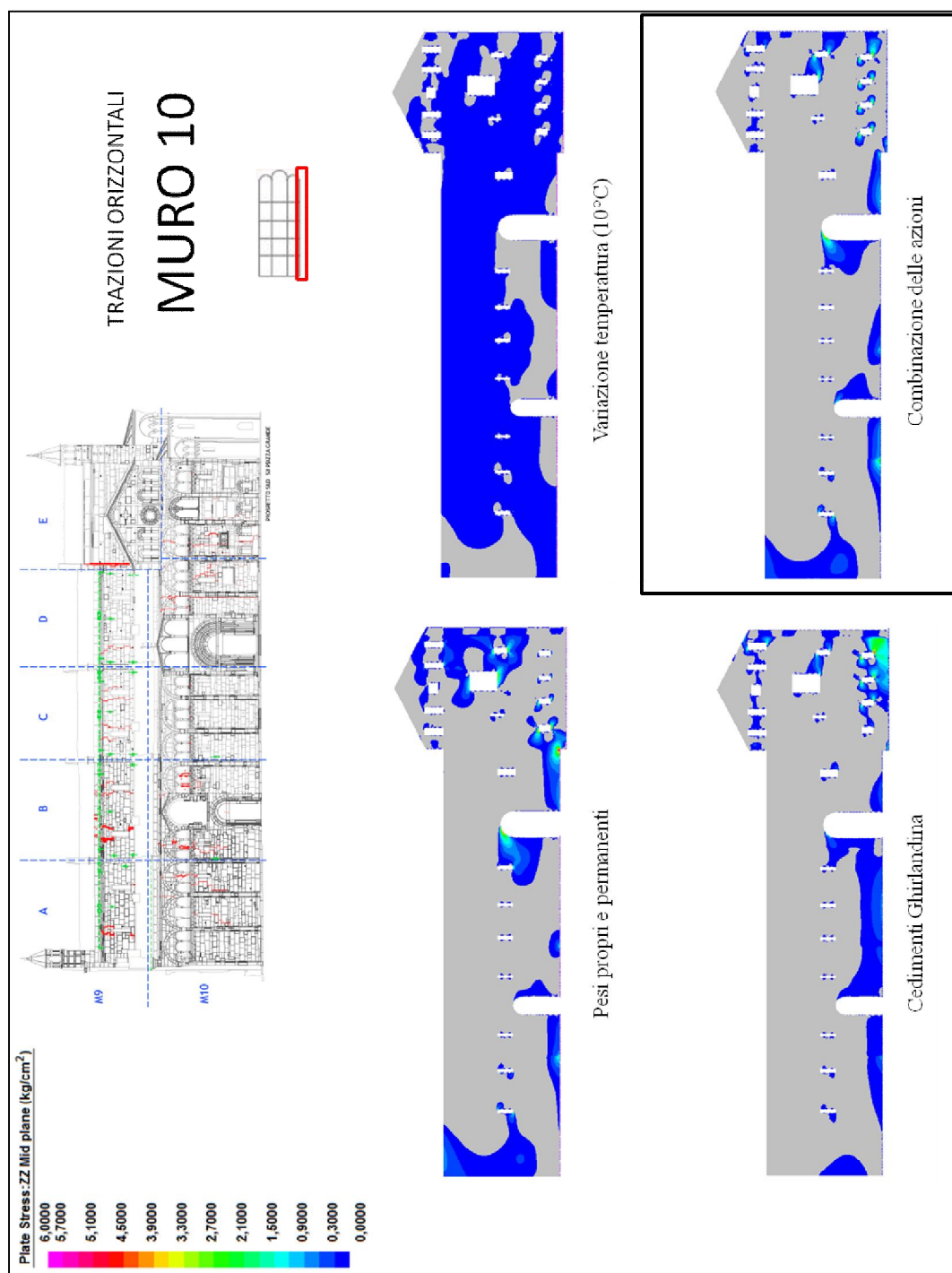


Fig. 8.3.11 Tensioni orizzontali di trazione per il muro 10.

8.3.1 Sintesi dei risultati

L'analisi in termini di isostatiche di trazione mostra l'influenza delle singole azioni sullo stato tensionale delle pareti. Il contributo più significativo come ci si poteva aspettare arriva dai carichi statici agenti, pesi propri e permanenti, ciò è molto evidente per i muri trasversali lontano dalla Ghirlandina (muri 1,2,3,4). Avvicinandosi alla torre (muri 5,8,9,10) i contributi dovuti al cedimento della Ghirlandina hanno valori comparabili a quelli dei carichi statici, infine per le pareti prossime alla torre (muri 6,A,7) l'azione dei cedimenti diventa preponderante sulle altre per la generazione delle tensioni di trazione.

L'azione della variazione termica invece, come già prospettato nel capitolo 5, risulta poco significativo se rapportato con le altre azioni considerate, questo anche considerando variazioni maggiori dei 10°C utilizzati.

La combinazione delle azioni, in modo particolare carichi agenti e cedimenti dovuti alla Ghirlandina, consente complessivamente di cogliere risultati che interpretano meglio in termini di isostatiche di trazione l'effettivo comportamento della struttura ed il quadro fessurativo rilevato, ciò risulta evidente per i paramenti murari che più risentono degli effetti su essi della Ghirlandina.

Nei paragrafi seguenti è riportata una descrizione dettagliata per ogni parete trasversale e longitudinale dei risultati ottenuti.

8.3.2 Muri trasversali

Il muro di facciata ed i muri trasversali 2,3,4 sono quelli che meno risentono della combinazione delle azioni, mostrando un comportamento complessivo che ricalca quello descritto nel precedente capitolo sotto carichi statici.

Dal confronto con lo stato fessurativo delle pareti si nota che il modello agli elementi finiti offre una buona interpretazione delle lesioni, infatti le zone dove

sono presenti fessure corrispondono a quelle in cui sono presenti le maggiori trazioni nel modello.

Il contributo dei cedimenti e della temperatura sono molto piccoli e in gran parte sovrapponibili alle zone già soggette a trazione a causa dei carichi statici, aumentandone, seppur minimamente, i valori finali.

Il muro 5 presenta valori comparabili tra gli effetti dovuti ai carichi statici e quelli causati dai cedimenti, i carichi statici generano trazioni concentrate nella parte inferiore della sezione in chiave alle aperture che portano alla cripta, le trazioni generate dai cedimenti della torre sono invece concentrate in chiave dell'arco della navata del coro e nella parte superiore delle navate laterali con picchi all'intersezione con i muri longitudinali. Il modello in cui sono combinate le azioni presenta picchi di trazione proprio in corrispondenza delle aree soggette a lesioni, ovvero al colmo della navata centrale e alle reni della navata laterale nord.

Il muro 6 presenta come azione preponderante quella dovuta ai cedimenti della Ghirlandina, l'effetto dei carichi statici è in questo caso notevolmente inferiore. L'abbassamento causato dalla torre genera su questo paramento murario picchi di trazione al colmo di tutti gli archi ed in corrispondenza della parte superiore delle navate laterali all'intersezione tra muri longitudinali e trasversali, in particolar modo per la navata nord. Le zone appena descritte sono le stesse in cui sono state rilevate lesioni, è quindi naturale ipotizzare che alla loro formazione o al loro sviluppo contribuisca in modo importante il cedimento del terreno causato dalla torre. I risultati ottenuti dalla combinazione delle azioni mostrano un comportamento complessivo che ricalca quello descritto per i cedimenti della torre.

Anche il muro absidale risente principalmente dell'azione della Ghirlandina, i valori massimi di tensione sono concentrati nella parte centrale e superiore dell'abside nord che più risente dei cedimenti proprio in corrispondenza dell'intersezione tra gli absidi è sviluppata una lesione che interessa l'intero paramento. In trazione, anche se in misura minore alle zone precedentemente descritte, risulta tutta l'abside centrale, dove sono presenti diverse lesioni, questa

zona ha subito un restauro con sostituzione degli elementi lapidei e riduzione delle aperture finestrate che interrompono l'andamento delle lesioni che prima risultavano continue lungo tutto l'abside.

8.3.3 Muri longitudinali

Il muro longitudinale esterno su via Lanfranco presenta una risposta molto simile sia soggetto a carichi statici sia soggetto ai cedimenti dovuti della Ghirlandina, anche i valori di picco sono quantitativamente paragonabili se si escludono le zone prossime alla base del transetto dove si sviluppano valori elevati a causa della vicinanza con i nodi dove sono stati imposti i cedimenti e che non sono da considerare ai fini dell'analisi. Le trazioni si sviluppano lungo tutta la parte superiore del paramento murario, ad esclusione della zona del transetto, oltre che in corrispondenza del colmo della porta della Pescheria e della apertura finestrata sopra di essa. Il comportamento globale comprendente tutte le azioni è sostanzialmente lo stesso al di là dei valori di tensione di picco che risultano più elevati. Il confronto con il quadro fessurativo mostra perfetta corrispondenza tra le zone lesionate e le aree con elevate trazioni nei modelli agli elementi finiti, in questo caso non c'è un unico contributo preponderante che può spiegare la formazione delle fessure ma un insieme di fattori tra i quali la differente portanza del terreno alla base, le fasi costruttive che hanno evidenziato zone più deboli e i cedimenti nei pressi della Ghirlandina che complessivamente generano il comportamento effettivo della struttura.

I muri longitudinali interni (muri 8 e 9) presentano valori comparabili tra gli effetti dovuti ai carichi statici e quelli causati dai cedimenti, sono tuttavia molto diversi gli effetti sulla muratura delle due azioni. I pesi propri e permanenti generano trazione principalmente al colmo degli archi della campata del coro e delle campatelle prossime ad esse, i cedimenti della torre campanaria sono invece causa di trazioni lungo la parte superiore dei paramenti longitudinali. Il muro 9

rispetto al muro 8, presenta aree di sviluppo delle isostatiche di trazione molto più ridotte, mantenendo comunque un comportamento analogo.

La combinazione delle azioni agenti presenta picchi di trazione in entrambe le zone precedentemente descritte, proprio in queste zone si sviluppano le fessure di maggior entità rilevate nel quadro fessurativo, facenti parte delle fasce di lesioni che attraversano l'intero Duomo

Il muro longitudinale esterno su piazza Grande rappresenta una anomalia rispetto agli altri muri longitudinali, i picchi di trazione si trovano in corrispondenza dell'arco della porta Regia e nel falso transetto. Non risultano particolari analogie con il quadro fessurativo rilevato per nessuna delle azioni considerate.

8.4 Deformate e confronto con i laser scanner

Si effettua infine l'analisi della deformata dei paramenti murari del modello agli elementi finiti, questo studio ci consente di capire meglio come risponda il singolo muro e globalmente l'intera struttura alle tre diverse azioni agenti e quanto la simulazione al calcolatore si avvicini al reale comportamento rilevato in sito del Duomo. Capire come si deforma la struttura è utile anche per interpretare i risultati in termini di tensioni di trazione esposti nei paragrafi precedenti.

Oltre ai risultati in termini di deformata si effettua una comparazione con i rilievi laser scanner effettuati dal prof. Capra, il confronto è relativo a tre pareti longitudinali (muri 7,9,10) in termini di spostamenti dei cornicioni, ovvero la parte più elevata del paramento murario, in direzione verticale (abbassamenti) e orizzontale fuori dal piano.

I risultati delle deformate sono graficati con la deformata assoluta al 10, ovvero amplificata di 10 volte rispetto al caso reale di 1 a 1, in questo modo si può effettuare un confronto visivo non solo con i modelli presenti nella stessa scheda, ma pure con gli altri paramenti murari presenti nelle schede. La scala dei grafici riporta i valori dei cedimenti in direzione Y, che rappresentano gli abbassamenti verticali.

Per chiarire il confronto con i prospetti e le sezioni del quadro fessurativo, in cui sono riportate le indicazioni nord, centro e sud, si deve specificare che il lato nord dei modelli agli elementi finiti dei muri trasversali è posta sempre sulla sinistra, mentre per i muri longitudinali sulla sinistra c'è sempre il lato ovest.

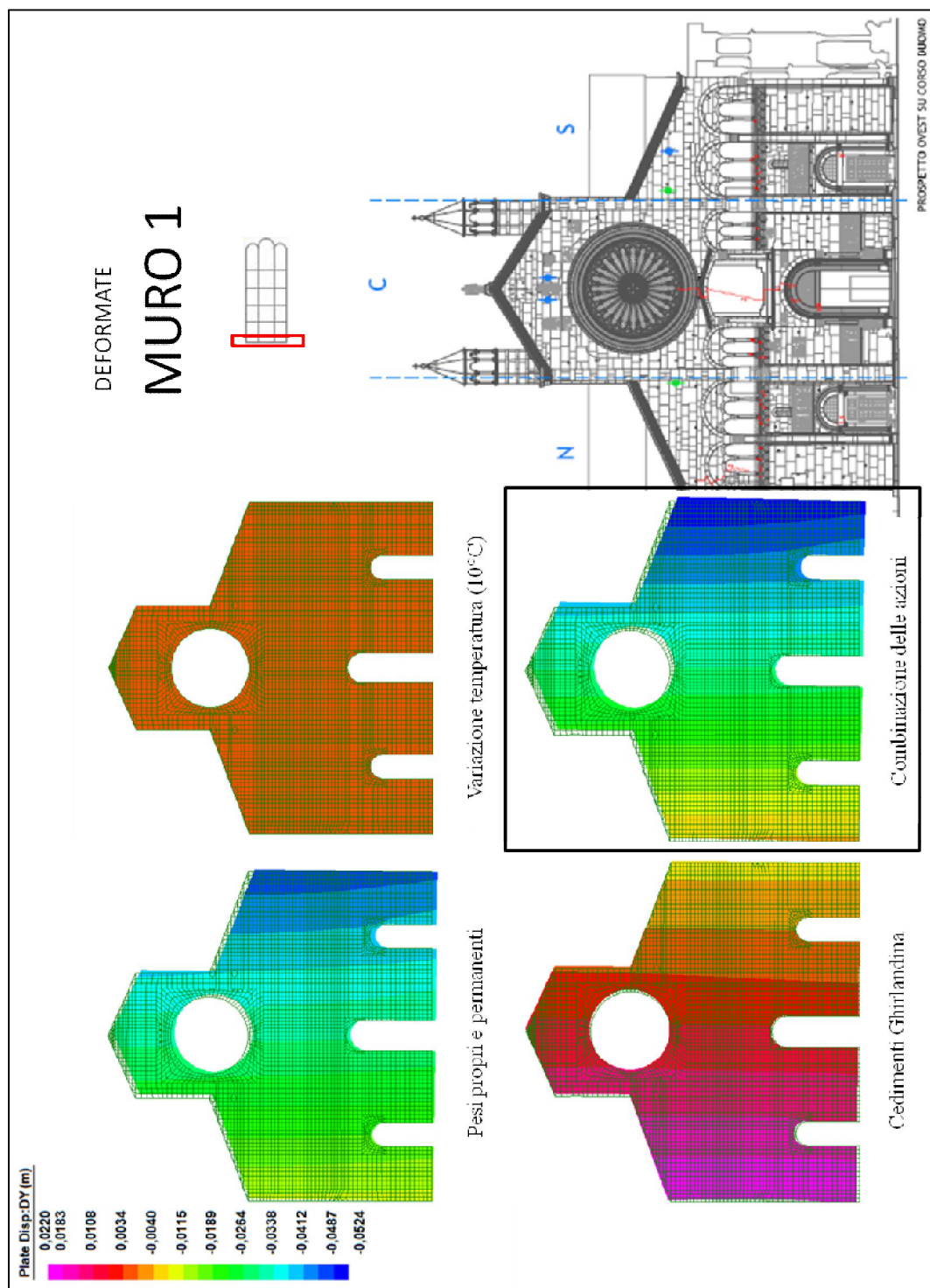


Fig. 8.4.1 Deformate per il muro 1

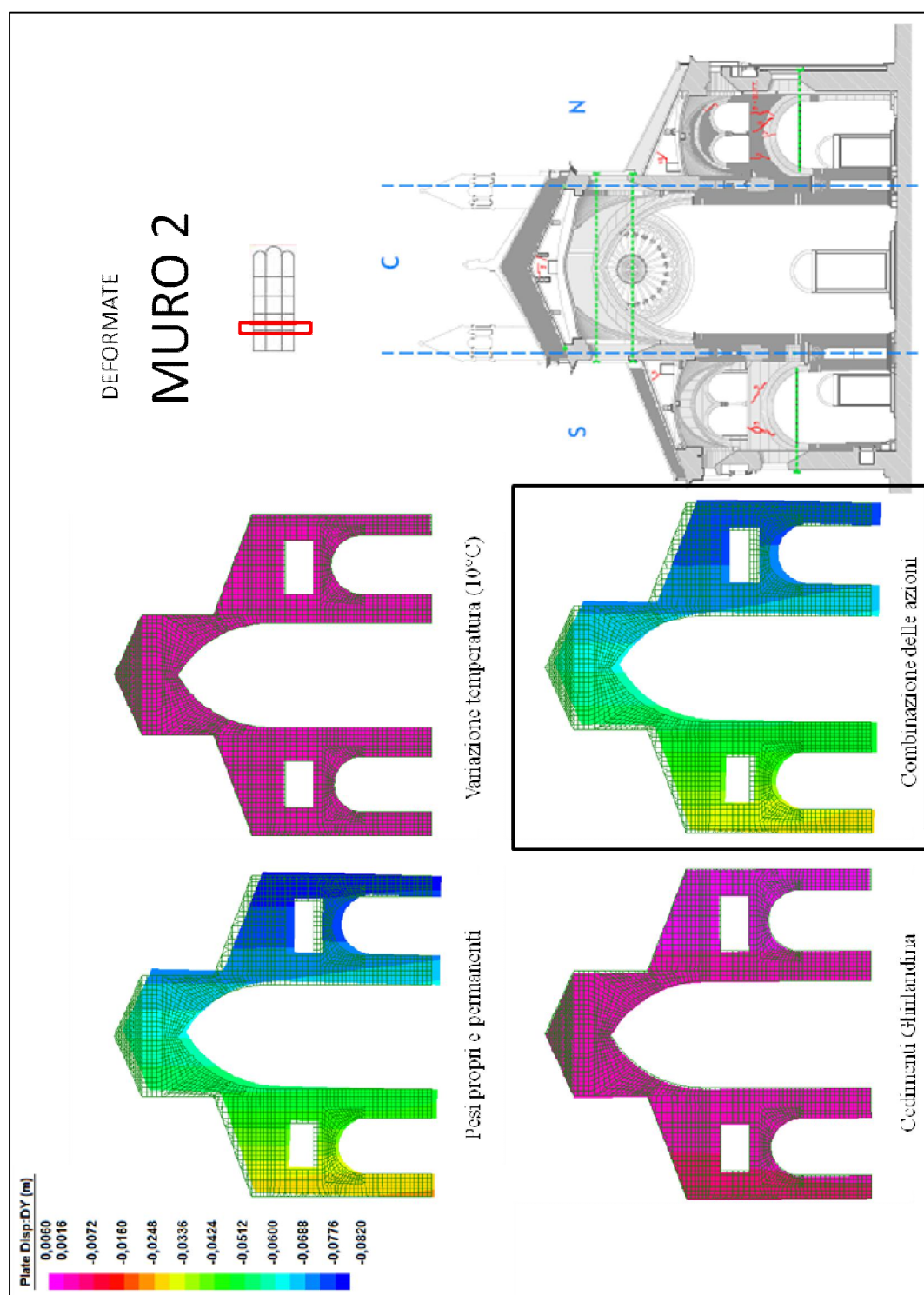


Fig. 8.4.2 Deformate per il muro 2

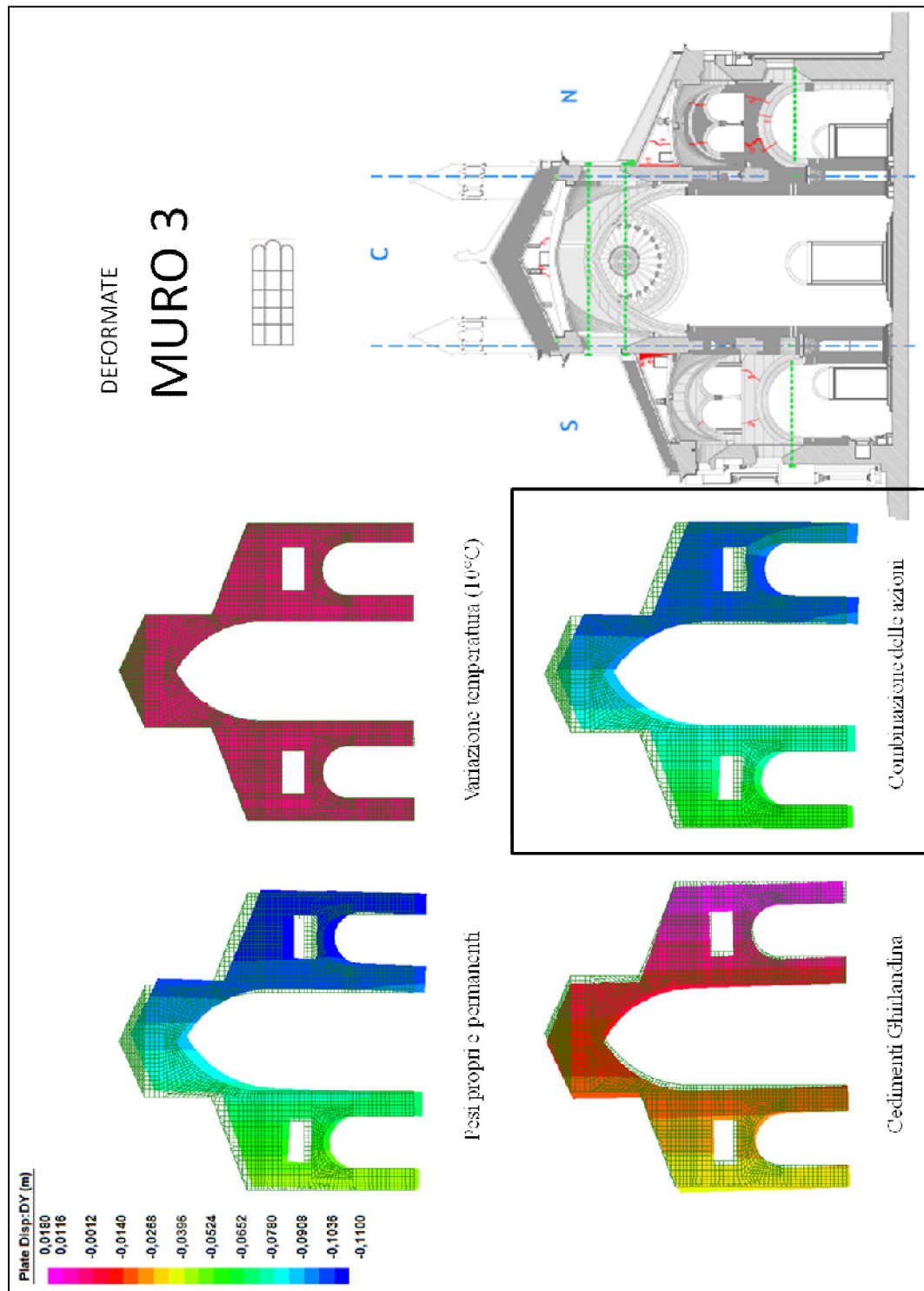


Fig. 8.4.3 Deformate per il muro 3

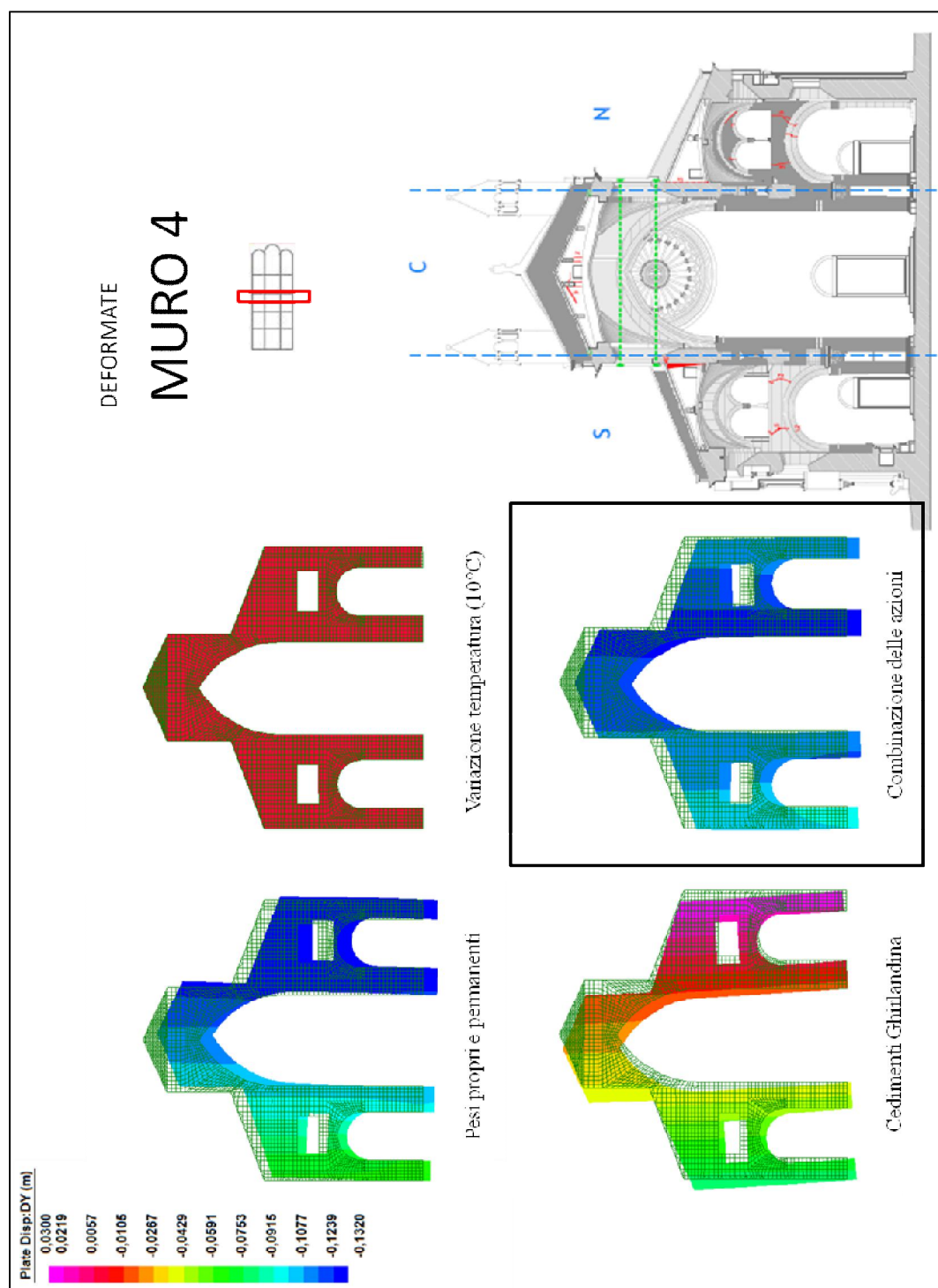


Fig. 8.4.4 Deformate per il muro 4

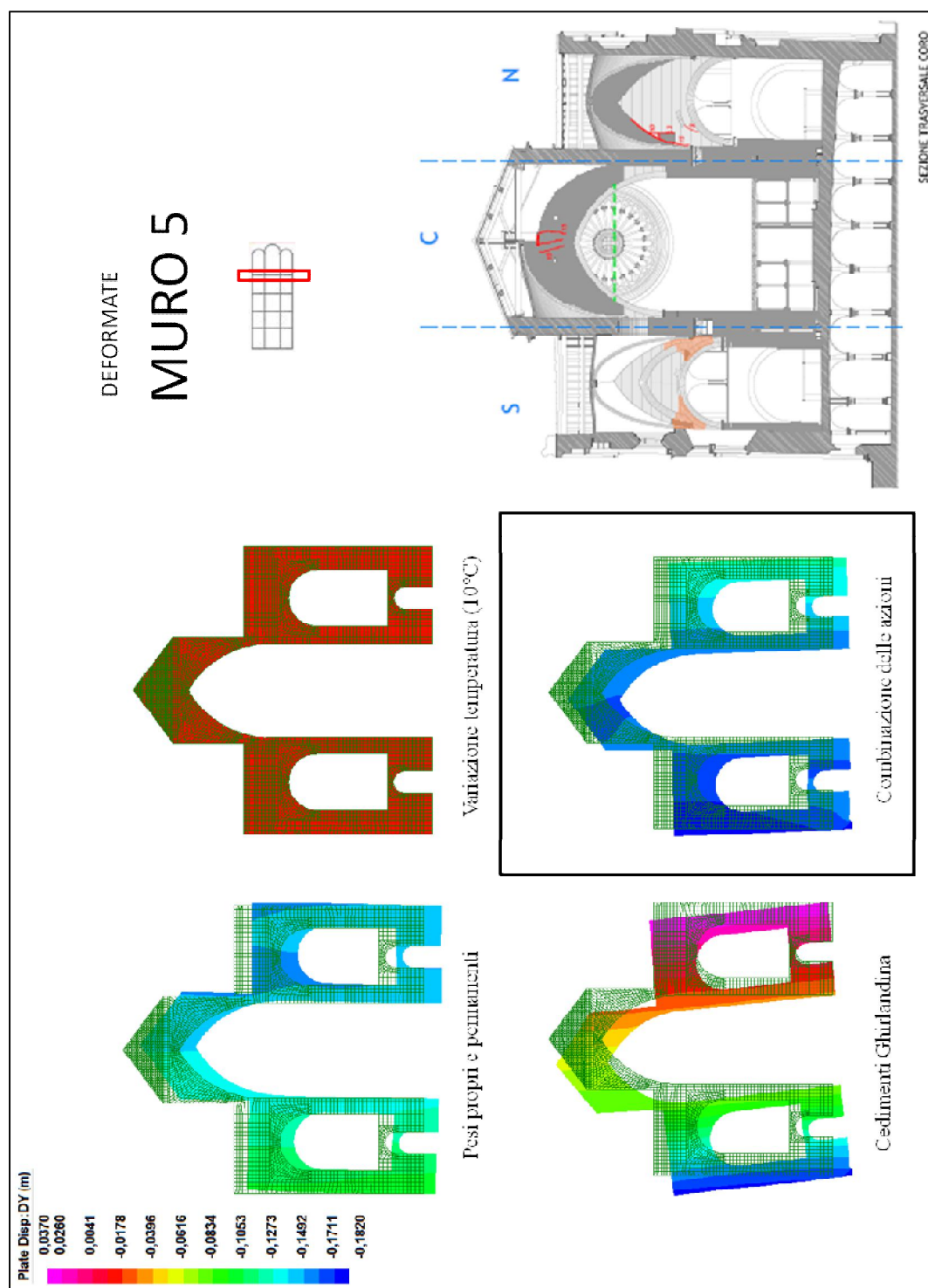


Fig. 8.4.5 Deformate per il muro 5

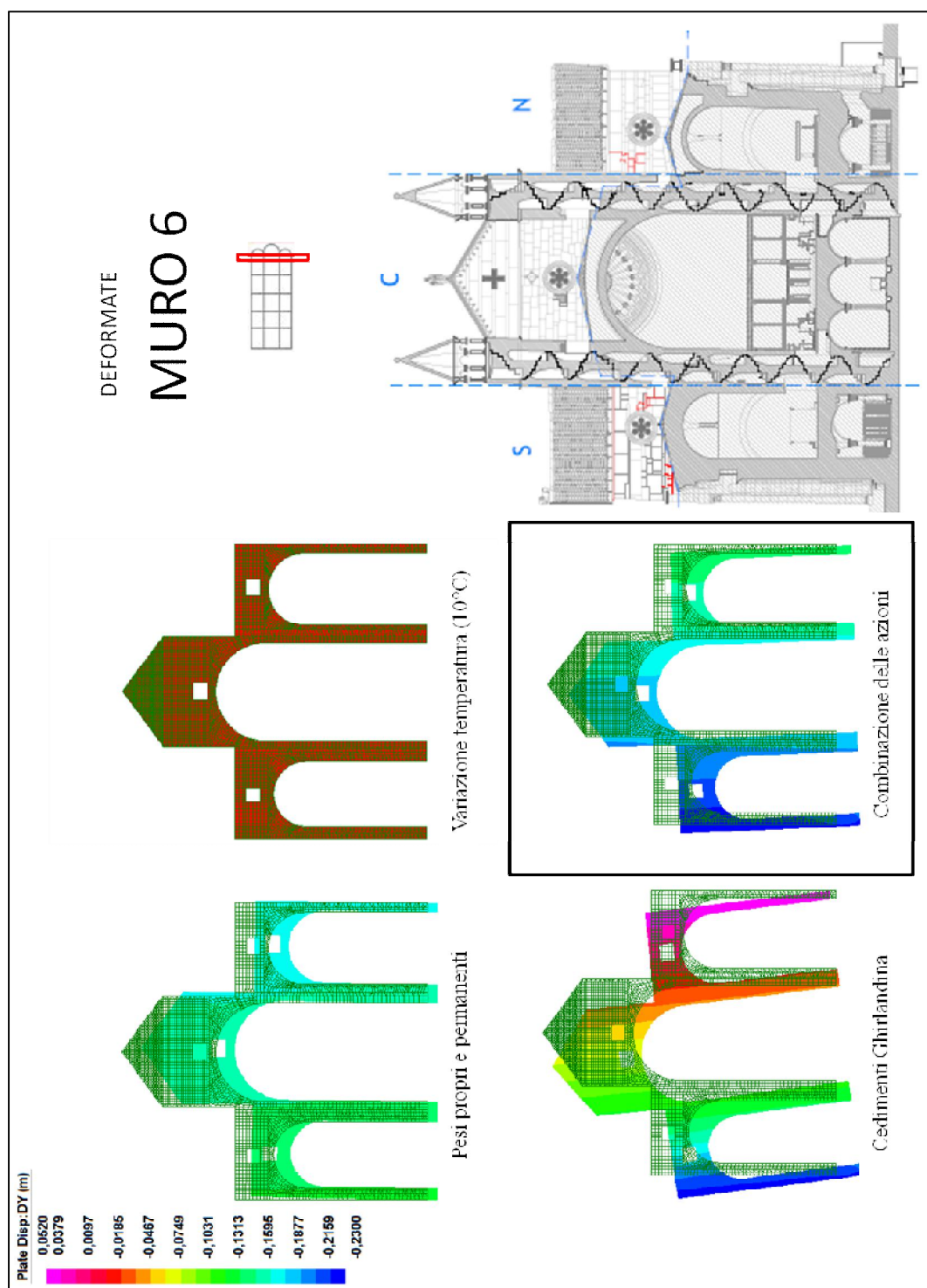


Fig. 8.4.6 Deformate per il muro 6

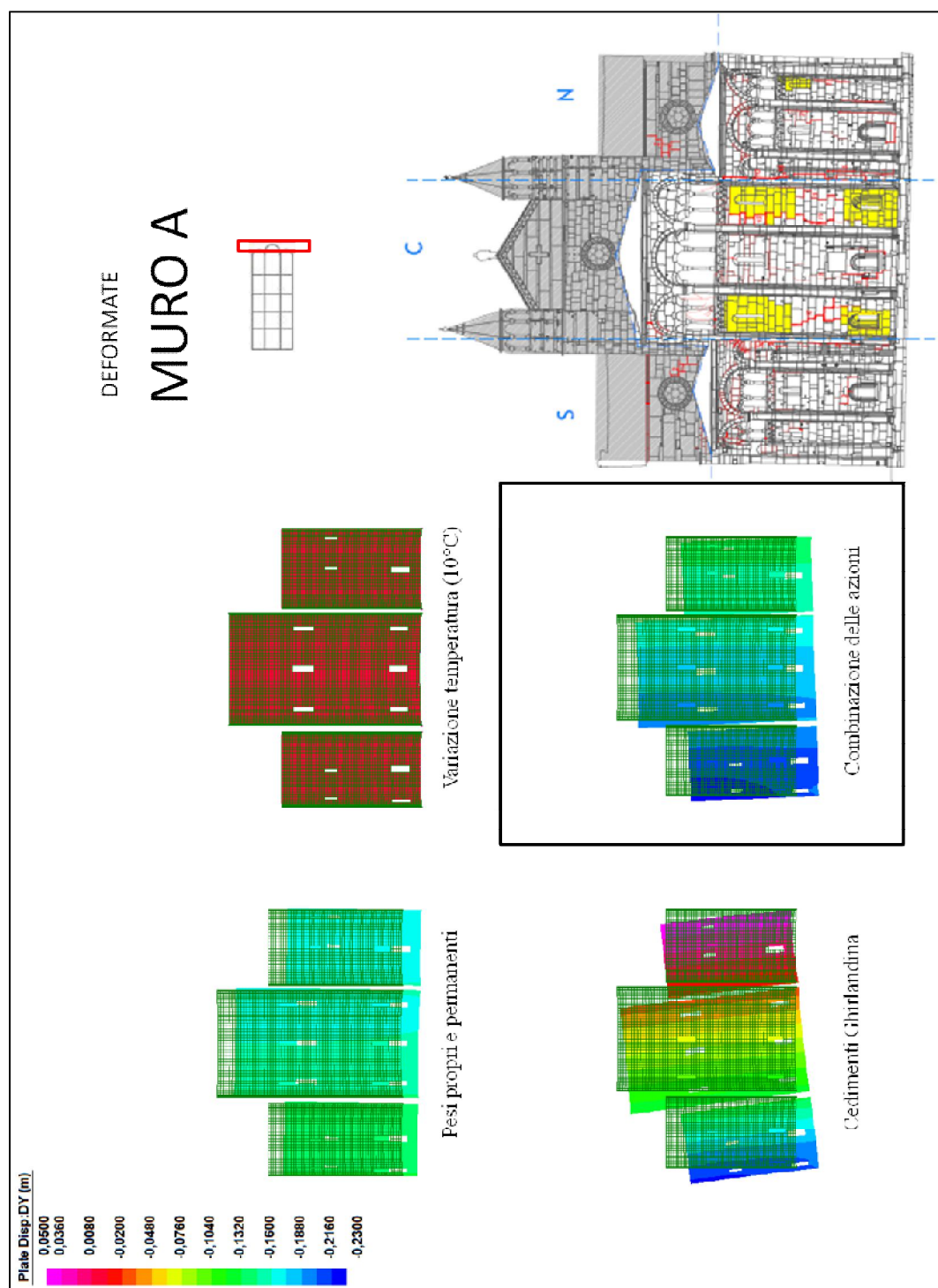


Fig. 8.4.7 Deformate per il muro A

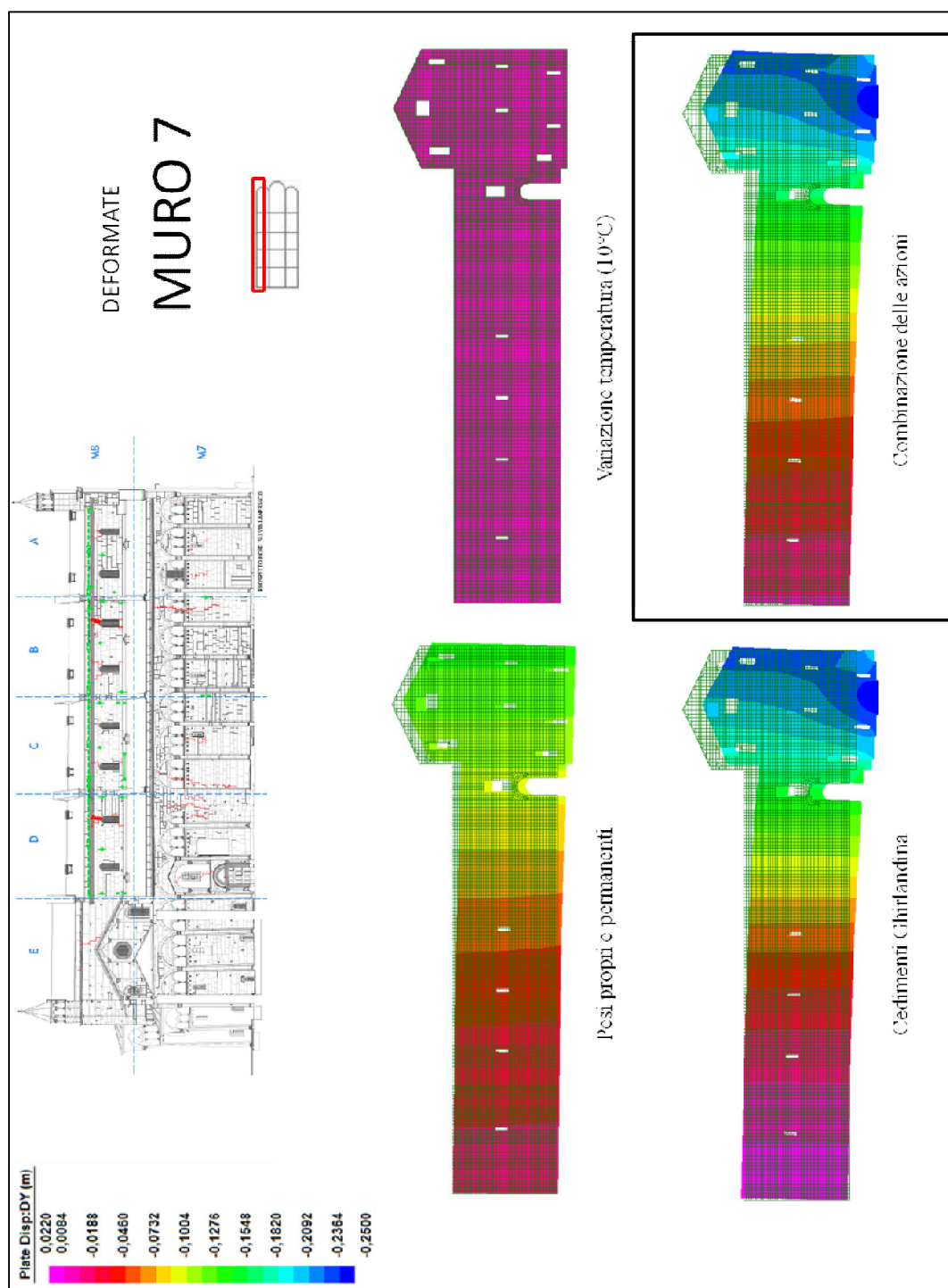


Fig. 8.4.8 Deformate per il muro 7

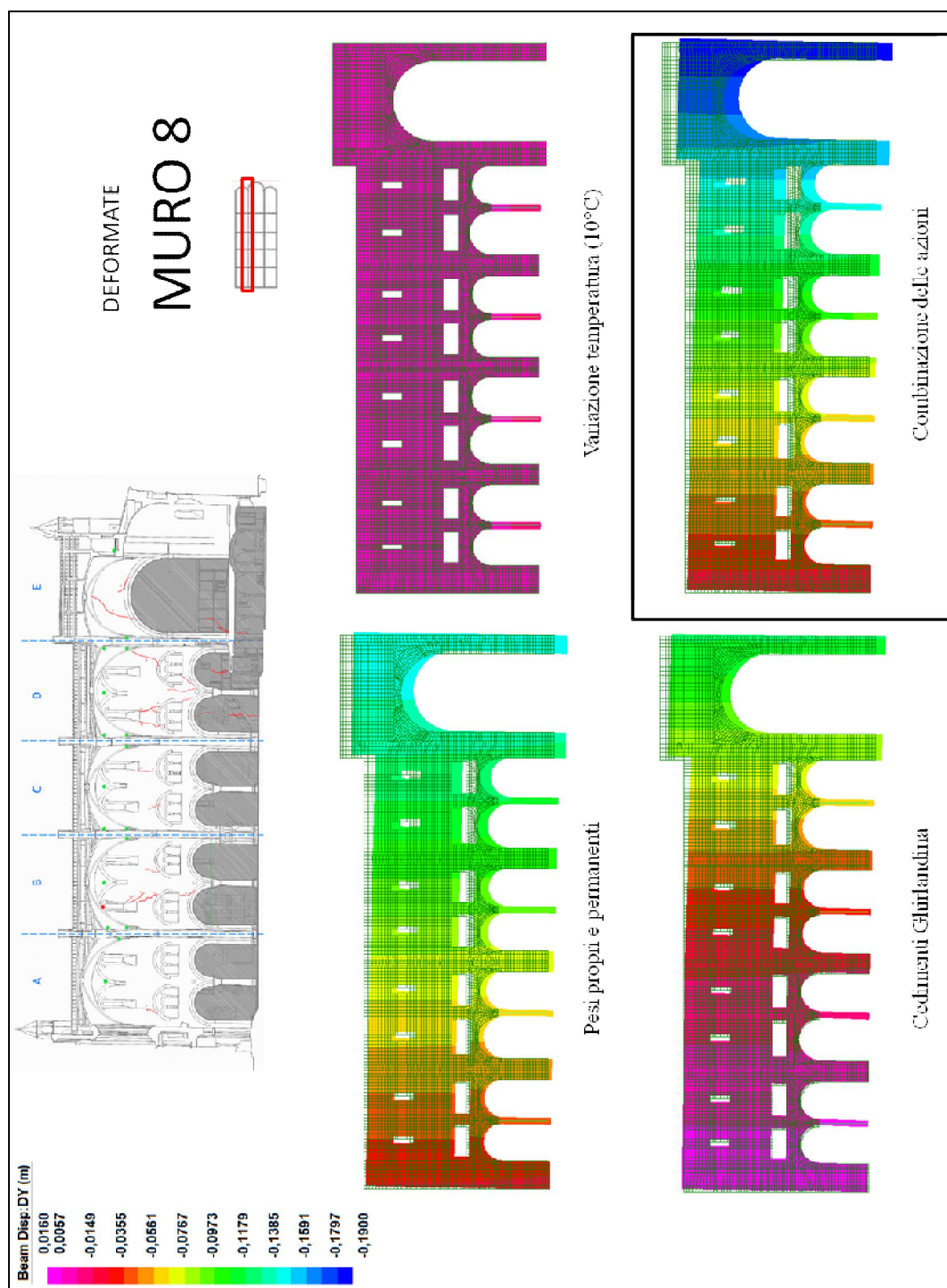


Fig. 8.4.9 Deformate per il muro 8

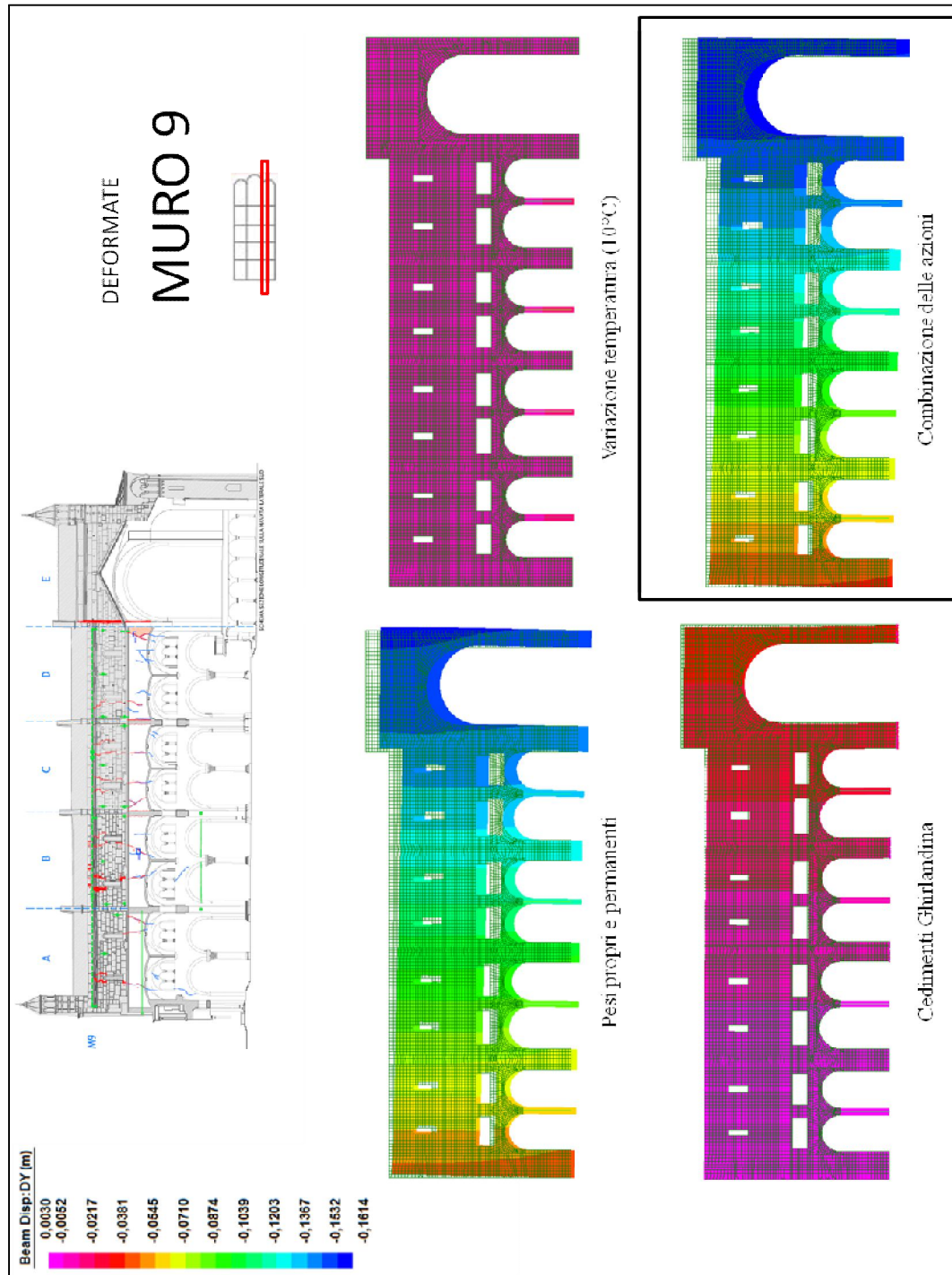


Fig. 8.4.10 Deformate per il muro 9

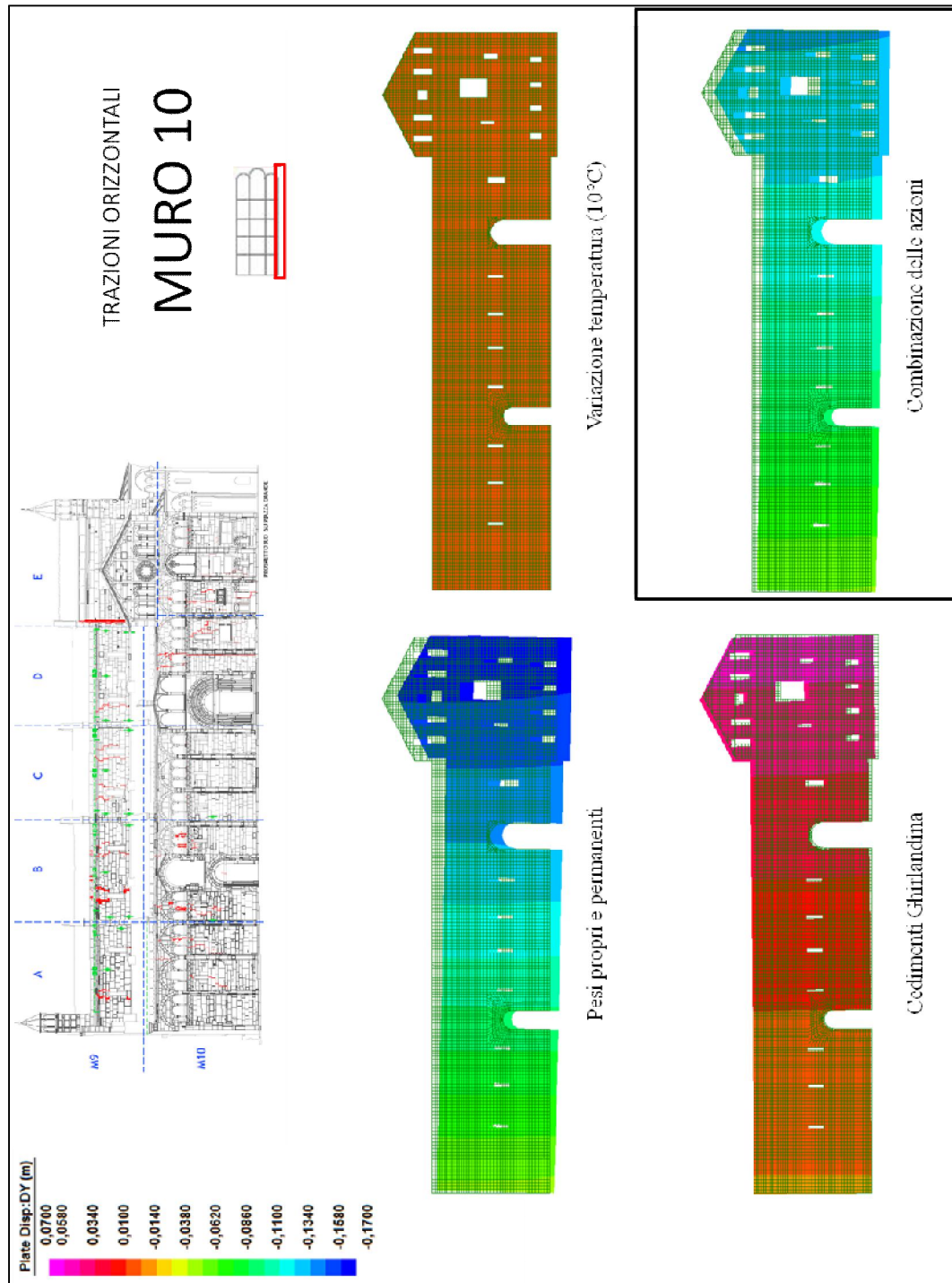


Fig. 8.4.11 Deformate per il muro 10

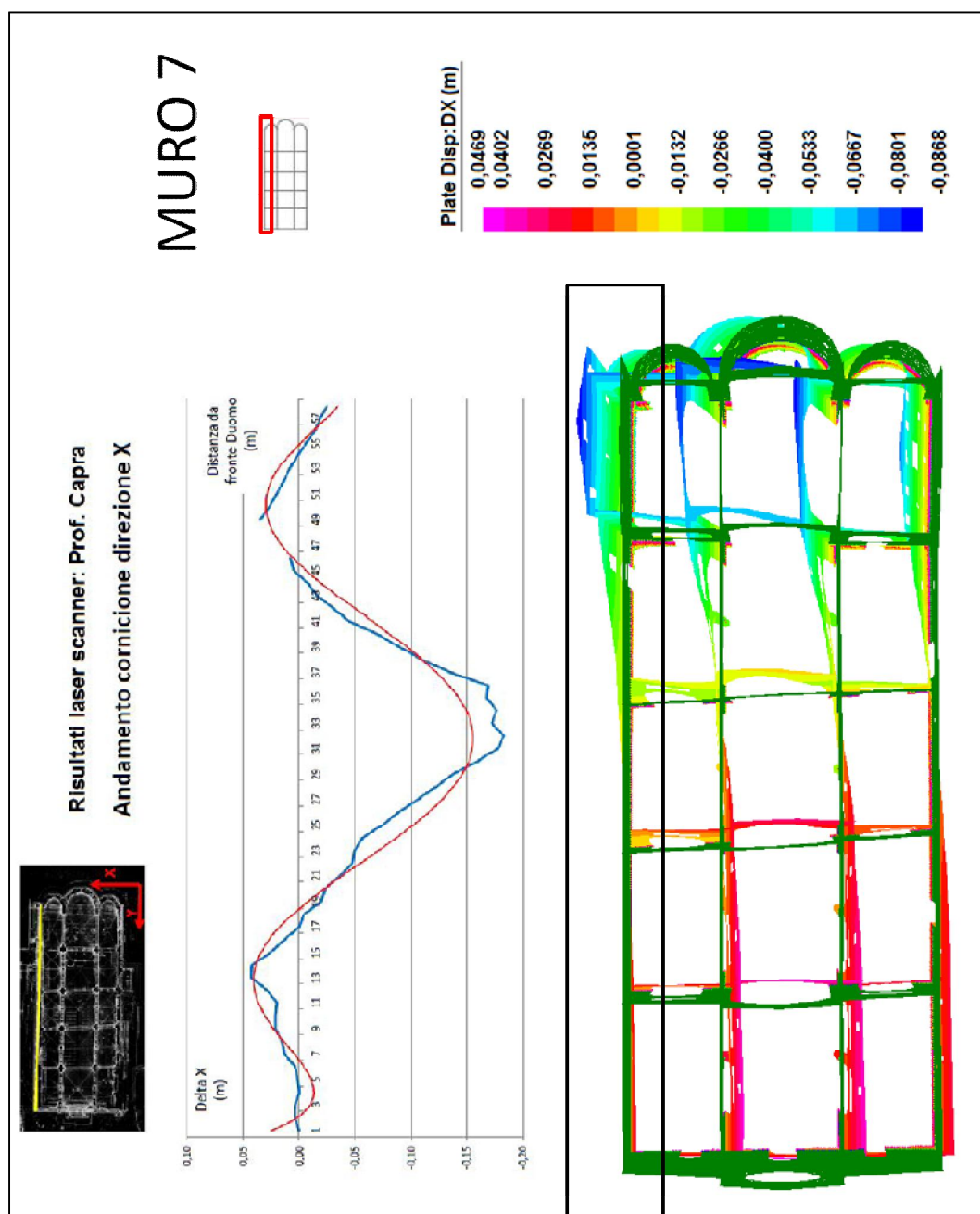


Fig. 8.4.12 Confronto con i laser scanner in direzione X per il muro 7.

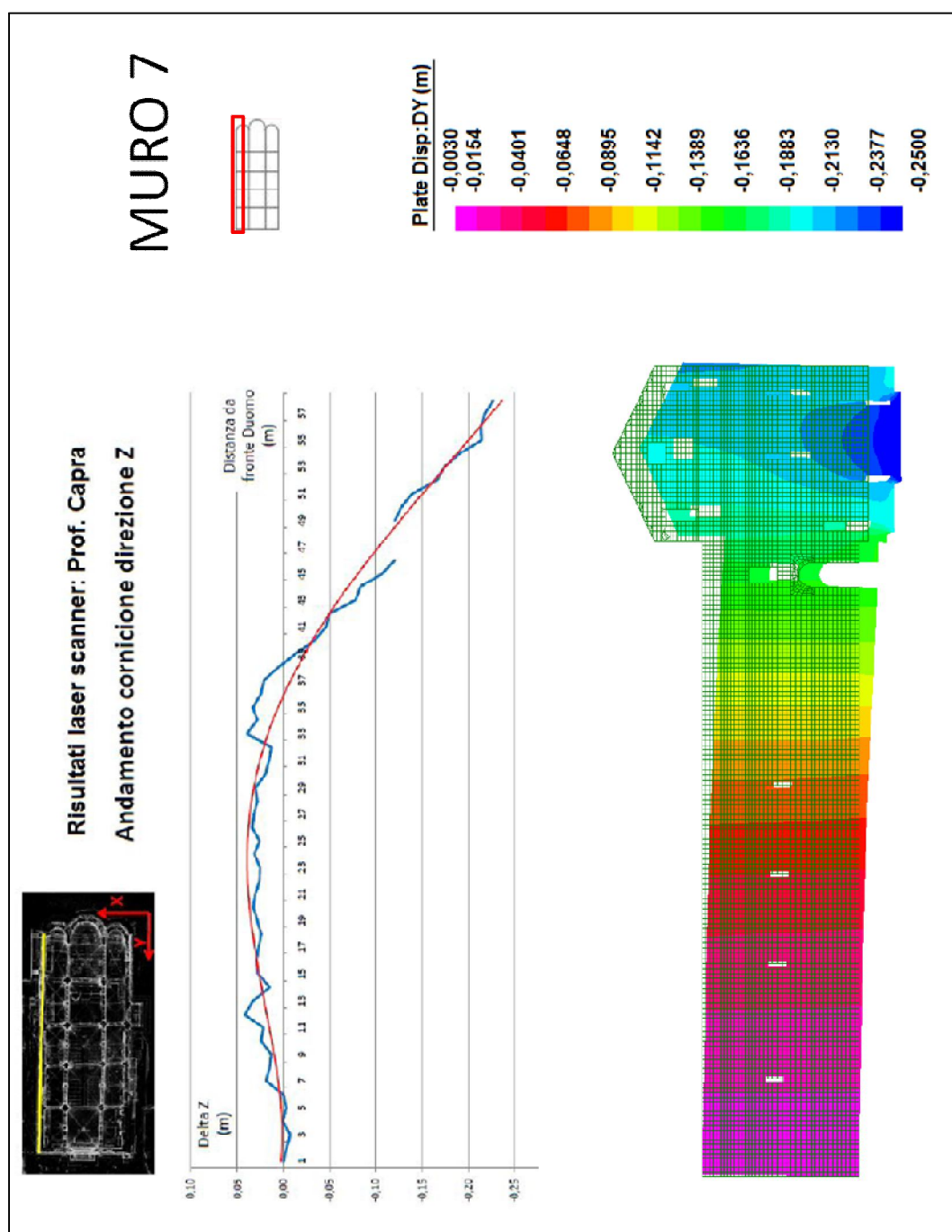


Fig. 8.4.13 Confronto con i laser scanner in direzione Z per il muro 7.

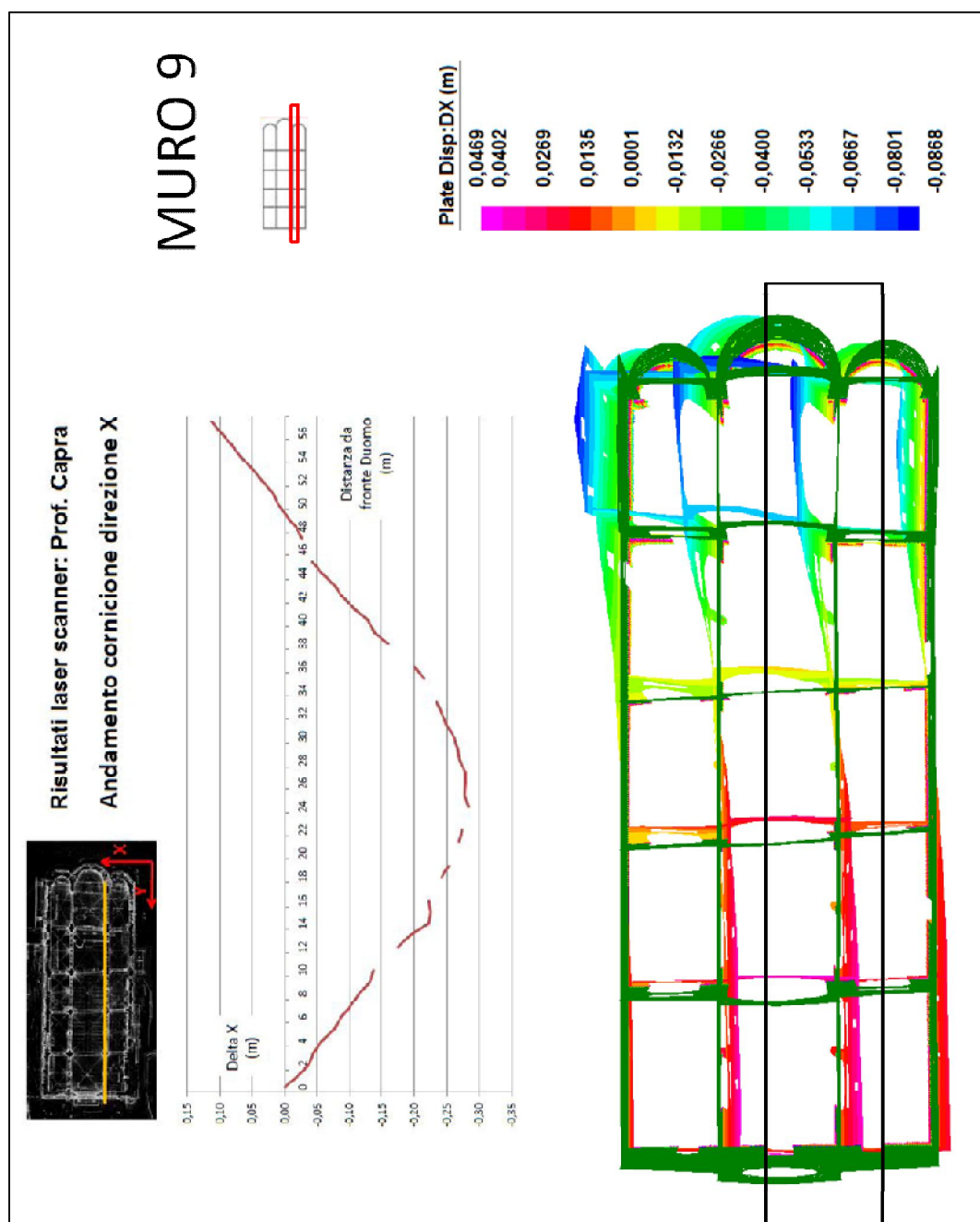


Fig. 8.4.14 Confronto con i laser scanner in direzione X per il muro 9.

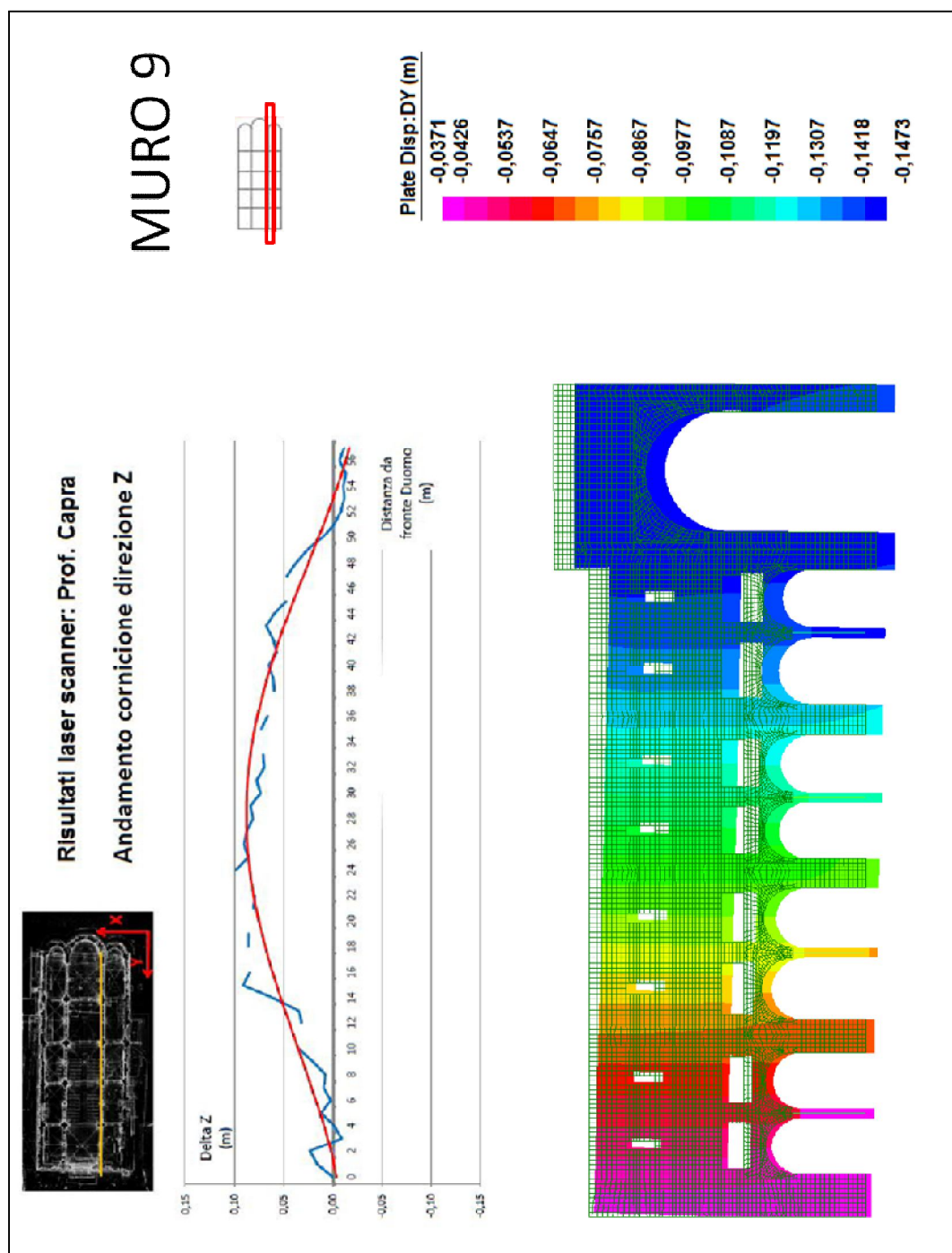


Fig. 8.4.15 Confronto con i laser scanner in direzione Z per il muro 9.

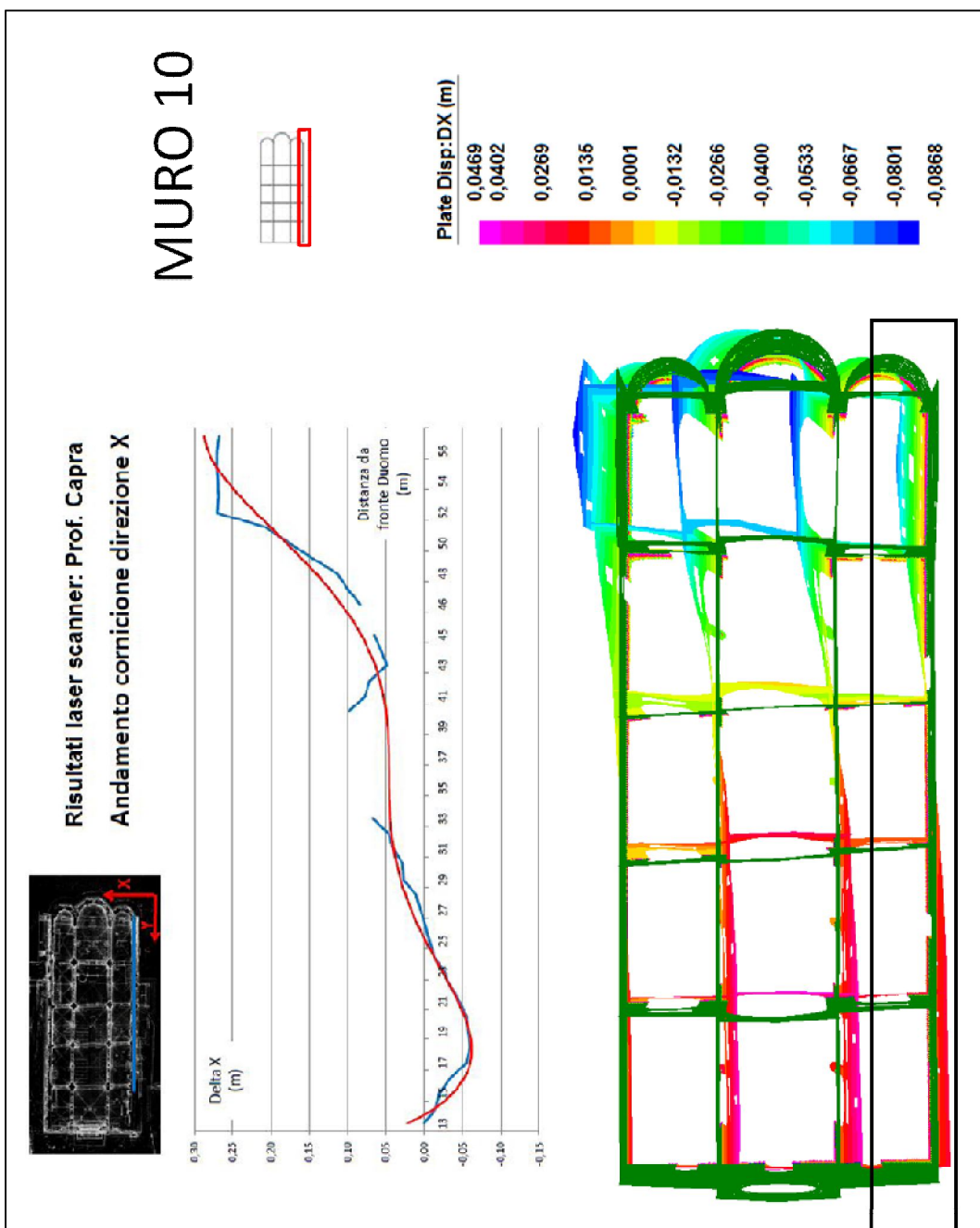


Fig. 8.4.16 Confronto con i laser scanner in direzione X per il muro 10.

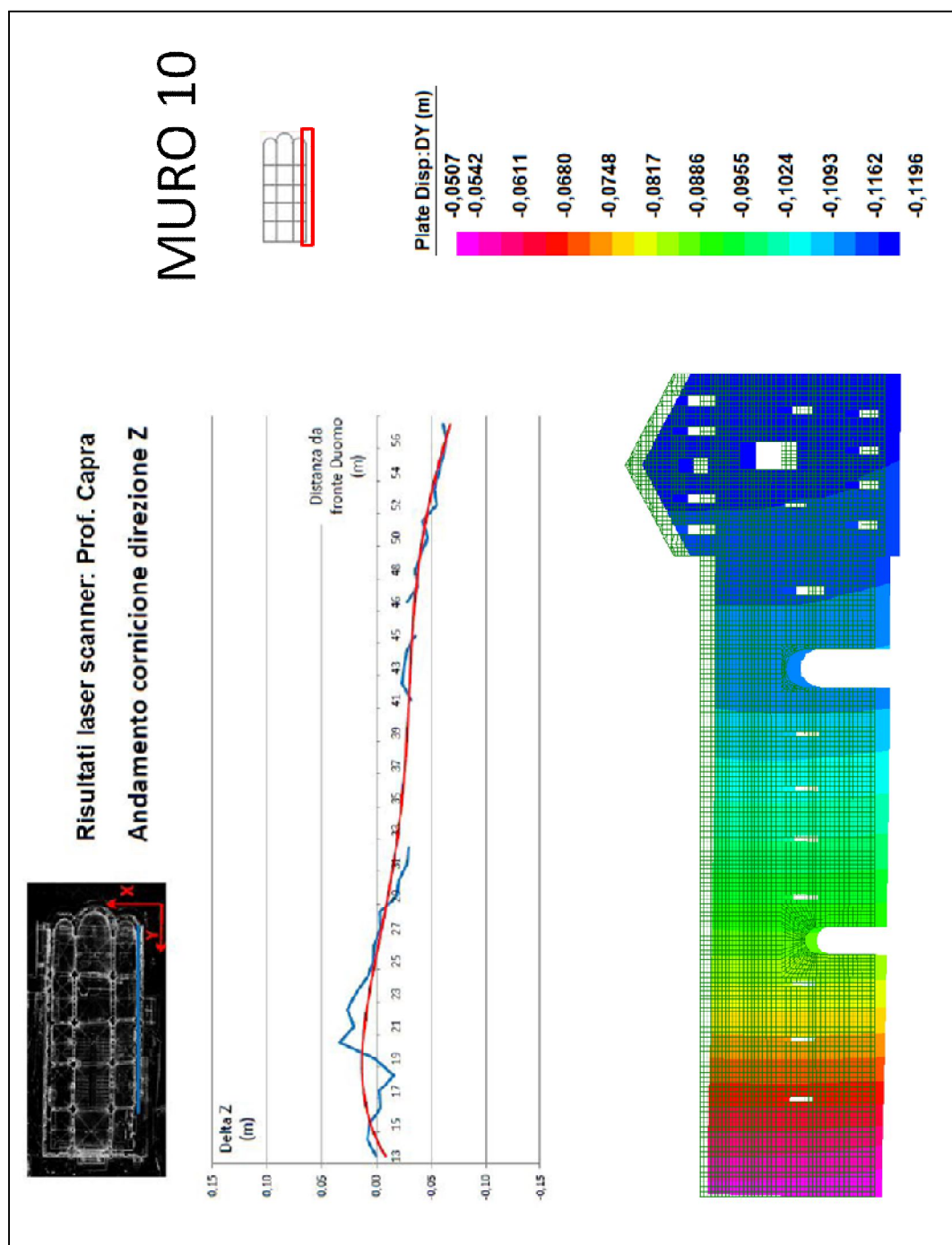
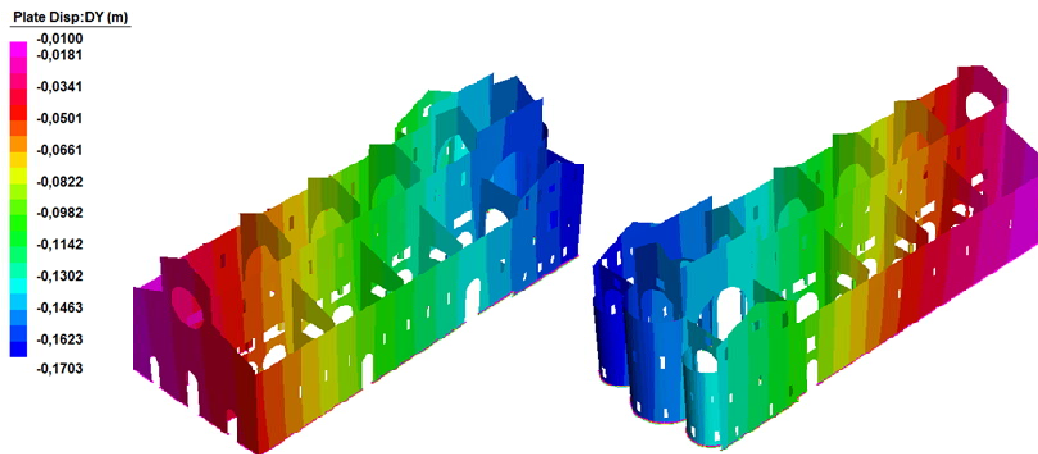


Fig. 8.4.17 Confronto con i laser scanner in direzione Z per il muro 10.

8.4.1 Sintesi dei risultati

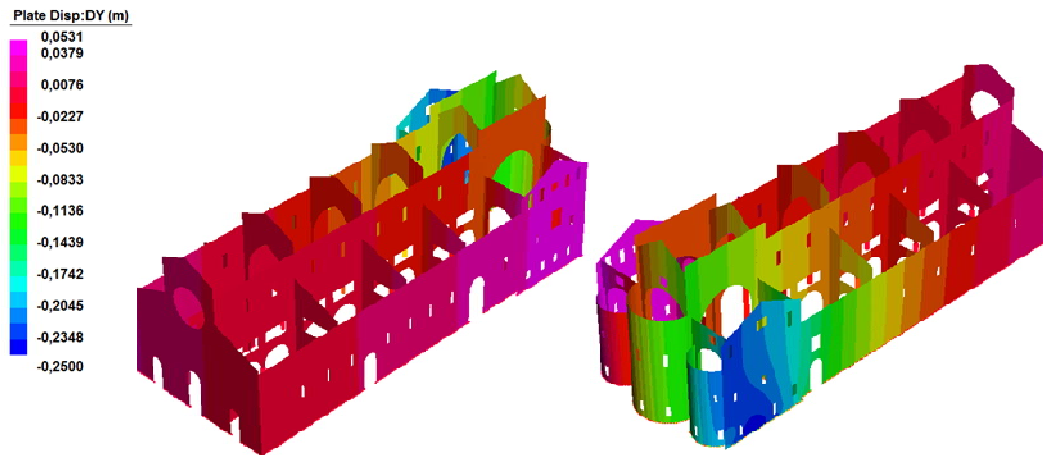
I risultati in termini di deformate mostrano come il modello agli elementi finiti, comprendente le ipotesi di molle verticali disomogenee e molle orizzontali lineari alla base e soggetto alla combinazione delle azioni dei carichi statici, delle variazioni termiche e dei cedimenti causati dalla Ghirlandina, riesca a simulare il comportamento effettivamente rilevato attraverso i rilievi effettuati con i laser scanner e le deduzioni fatte a partire da esse. Il modello fem presenta infatti una torsione attorno l'asse ovest-est spostandosi dalla facciata verso l'abside, con inversione dell'inclinazione del paramento individuato tra il muro 4 e quello del transetto.

L'azione dei carichi statici genera una rotazione complessiva della struttura verso sud causato dalla maggior rigidità del terreno presente sul lato nord verso la facciata, contemporaneamente si ha un incremento dei cedimenti spostandosi verso la zona del coro che è più pesante.



8.4.1.1 Deformata causata dai carichi statici.

I cedimenti della Ghirlandina invece causano un abbassamento che si concentra nella zona prossima alla torre campanaria. Gli stessi cedimenti causano tuttavia a seguito della linearità dell'analisi un innalzamento che appare irrealistico nelle zone opposte ai cedimenti della Ghirlandina verso sud.



8.4.1.2 Deformata dovuta ai cedimenti della Ghirlandina.

Nei seguenti paragrafi sono descritti il comportamento in termini deformativi dei singoli paramenti murari.

8.4.2 Muri trasversali

Il muro di facciata e i muri trasversali 2,3 presentano comportamenti molto simili, l'azione dei carichi statici è preponderante sulle altre e porta cedimenti differenziali che aumentano spostandosi da nord verso sud, dovuti ai differenti moduli di reazione del terreno alla base. L'azione della temperatura risulta scarsamente significativa, mentre come si può notare dalla scala degli spostamenti, si ha un innalzamento dovuto ai cedimenti della Ghirlandina, causati dalla linearità del modello che abbassandosi da una lato tende ad alzarsi dall'altro.

I muri 4,5,6,A risentono sempre di più, avvicinandosi all'abside, dei cedimenti causati dalla Ghirlandina che portano la struttura ad inclinarsi verso nord, nel contempo si affievoliscono gli effetti differenziali legati ai carichi statici, poiché ci si allontana dalle preesistenze, che portano un'inclinazione verso sud. Anche in questo caso si nota che sotto l'azione dei cedimenti della Ghirlandina, nella parte sud del Duomo, si ha un innalzamento delle pareti.

Per il muro 4 la somma delle due azioni fa sì che le due inclinazioni tendano ad annullarsi tra loro, risulta quindi solo un cedimento verticale. Per le successive murature risulta invece predominante la vicinanza con la torre e si nota un'inclinazione crescente dei paramenti murari verso nord.

La variazione dell' inclinazione, da sud a nord, spostandosi sull'asse ovest-est conferma il comportamento di torsione lungo quest'asse ipotizzato dai rilievi in sito che sarà più evidente dal confronto con i rilievi laser scanner.

8.4.3 Muri longitudinali

Il muro esterno su via Lanfranco subisce effetti simili qualitativamente, dalle azioni dei carichi statici agenti e dai cedimenti della Ghirlandina, la parete presenta un cedimento crescente spostandosi da ovest verso est con cedimenti che raggiungono i 14 -15 cm nella zona absidale sotto l'azione dei carichi statici e, ovviamente, i 25 cm imposti ai vincoli causati dalla torre.

Il comportamento complessivo dato dalla somma delle azioni risulta molto simile qualitativamente a quello causato dai cedimenti alla base essendo stato imposto a priori ai vincoli.

Le pareti longitudinali interne e la parete esterna su piazza Grande presentano anch'esse lo stesso comportamento visto per il muro 7, ma in questo caso risulta predominante il comportamento generato dai carichi statici mentre gli effetti dei cedimenti della torre si affievoliscono spostandosi verso sud. Per i muri 8 e 9 la combinazione lineare porta ad aumentare i cedimenti della zona absidale sino a

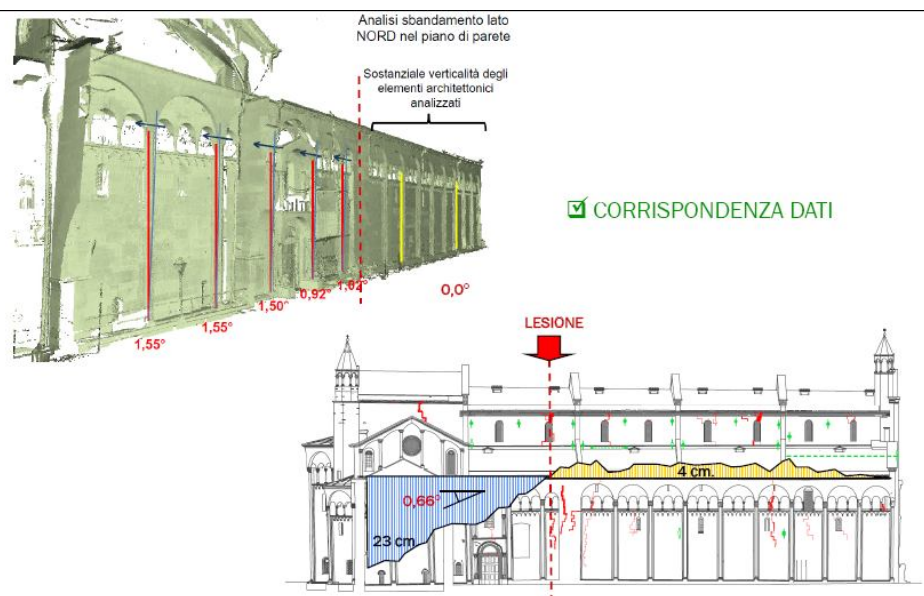
rispettivamente 16 e 14 cm. Il muro 10 infine vede ridotta l'azione di abbassamento da parte dei carichi statici a causa della linearità del modello che porta l'innalzamento della zona opposta ai cedimenti della torre.

8.4.4 Confronto con rilievi laser scanner

I confronti con i rilievi laser scanner sono effettuati per i due muri longitudinali esterni e per il muro longitudinale interno su piazza Grande, i valori comparati sono gli spostamenti del cornicione, ovvero della parte più alta della parete, in direzione verticale (abbassamenti) ed in direzione orizzontale fuori dal piano del muro (in direzione X). I risultati ottenuti con il modello vengono anche confrontati con le inclinazioni rilevate e riportate nel capitolo 1.

L'andamento del cornicione in direzione verticale per il muro 7 presenta un lieve innalzamento inferiore ai 5 cm in corrispondenza delle campate 2 e 3 ed un netto abbassamento in corrispondenza della zona absidale che raggiunge il valore di 25 cm. Le misure degli strapiombi in questa direzione confermano questo comportamento, infatti risulta una sostanziale verticalità degli elementi architettonici dalla facciata sino alla quarta campata ed una inclinazione verso l'abside dei restanti elementi come si può notare in figura.

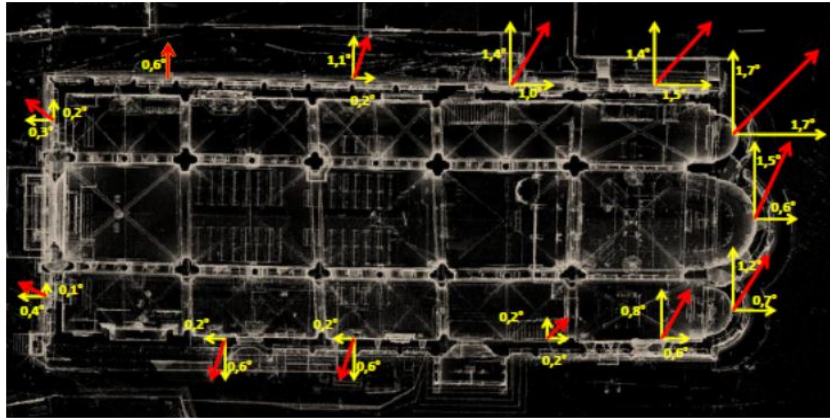
I risultati ottenuti con il modello riescono a cogliere quantitativamente, seppur in modo più graduale, i cedimenti della zona absidale e la conseguente inclinazione verso est. Il cambio di inclinazione corrisponde proprio ad una area di criticità della parete, la quale proprio in questa zona è stata ringrossata, probabilmente per far fronte alle lesioni di vecchia data che tuttavia hanno continuato a svilupparsi in questa zona.



8.4.4.1 Confronto dell' andamento del cornicione con gli strapiombi per il prospetto nord

L'andamento orizzontale degli spostamenti del cornicione fuori dal piano del muro rilevati con i laser scanner presenta un andamento anomalo con un susseguirsi di spancamenti nelle due direzione, ovvero verso l'esterno e verso l'interno del Duomo. In questo caso c'è discrepanza con l'andamento degli strapiombi i quali sono tutti verso nord.

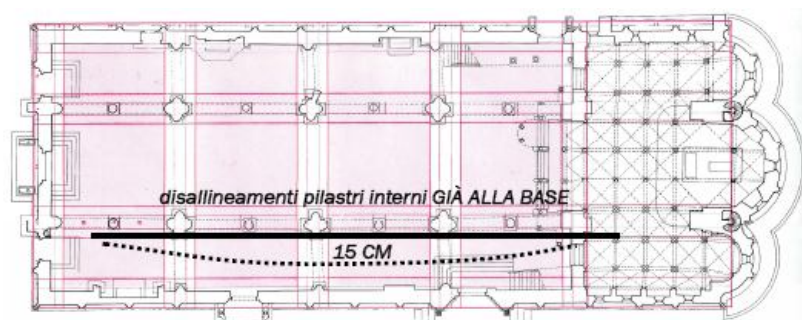
I risultati ottenuti con il modello agli elementi finiti concordano con l'andamento degli strapiombi, infatti la parete risulta verticale fuori dal piano sino alla terza campata e poi tende ad inclinarsi verso nord in modo crescente spostandosi verso la zona absidale.



8.4.4.2 Andamento degli strapiombi

Il rilievo laser scanner del muro longitudinale interno su piazza Grande presenta in direzione verticale un innalzamento del cornicione che arriva nella parte centrale ai 10 cm, non c'è corrispondenza con il comportamento del modello fem che invece tende ad cedere gradualmente avanzando dalla facciata verso l'abside.

Più interessante risulta il comportamento in direzione X, dove il rilievo laser scanner presenta uno spanciamento della parete verso sud per tutte le campate della navata centrale, sino ai 28 cm, per invertire poi direzione verso nord, nella zona del giunto in corrispondenza della campata del coro, raggiungendo i 10 cm. Bisogna aggiungere che il disallineamento dei pilastri e la convessità della parete sono in parte già presenti dalla costruzione per un valore massimo stimato di 15 cm come si può notare nella seguente figura, quindi questi valori andrebbero sottratti allo spostamento massimo del cornicione



8.4.4.3 Disallineamento alla base dei pilastri interni e convessità della parete

I risultati ottenuti con il modello agli elementi finiti mostrano un andamento concordante con quello dei rilievi laser scanner, presentando uno spostamento verso sud nel tratto tra facciata e muro 4, ma con valori che non superano i 5 cm, ed un successivo cambio di direzione verso nord, in corrispondenza tra muro 4 e muro del transetto, che raggiunge un valore massimo pari a 9 cm.

Infine il rilievo con laser scanner del muro longitudinale esterno sul lato sud mostra verticalmente un lieve innalzamento a livello della seconda campata ed un graduale cedimento spostandosi da ovest verso est, così come accade per il modello agli elementi finiti, tuttavia non c'è corrispondenza con i dati degli strapiombi, infatti dall'analisi degli sbandamenti nel piano della parete pare che l'inclinazione della parete della navata laterale cambi di segno in prossimità della porta Regia, mentre l'inclinazione dei cornicioni pare avere il suo cambio di segno in prossimità della porta dei Principi, si tratta comunque di inclinazioni minime.



8.4.4.4 Strapiombi prospetto sud

L'andamento della parete sud in direzione X rilevato con i laser scanner mostra partendo da ovest un iniziale spostamento verso l'esterno seguito da un cambio di direzione in corrispondenza della porta Regia che pare contrasti la spinta degli archi verso l'esterno provocando lesioni nella zona limitrofa di parete.

Oltrepassata la porta Regia lo spostamento verso nord cresce notevolmente anche superiore ai 20 cm nei pressi dell'abside. I dati degli strapiombi fuori dal piano sono concordanti con i rilievi laser scanner.

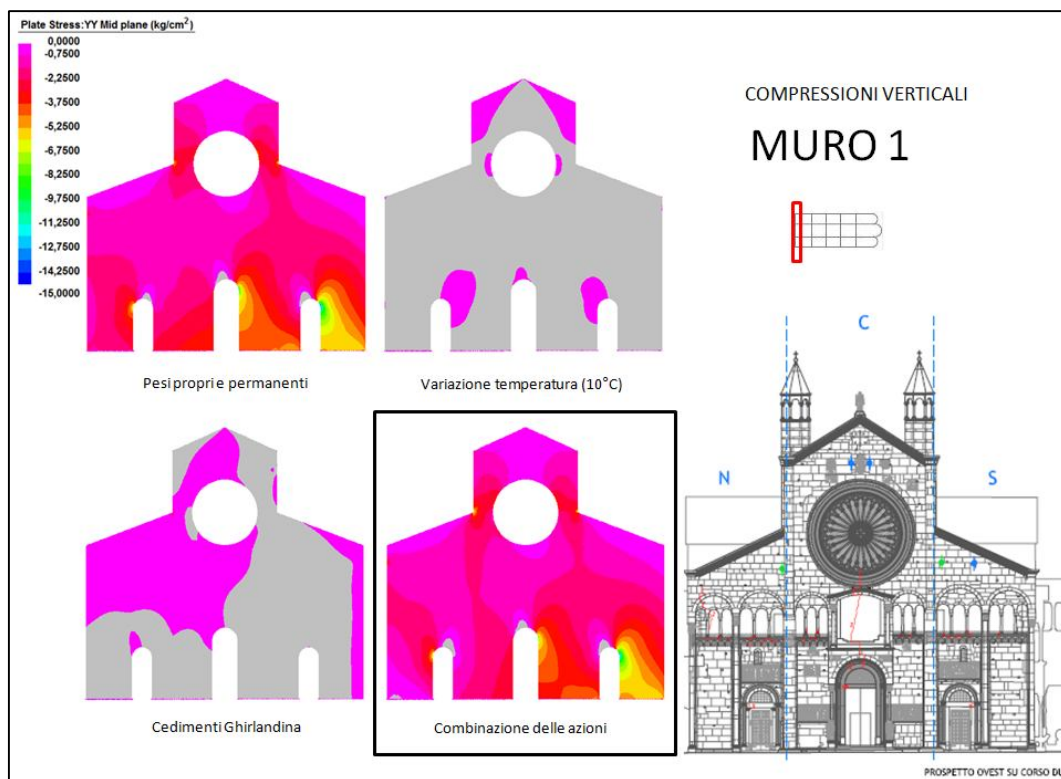
I risultati dell'analisi agli elementi finiti presentano spostamenti qualitativamente combacianti con quelli dei laser scanner, quantitativamente invece i valori registrati sono molto inferiori, da sottolineare che non essendo modellata la porta Regia non se ne può verificare l'effetto sulla parete.

8.5 Ulteriori analisi effettuate

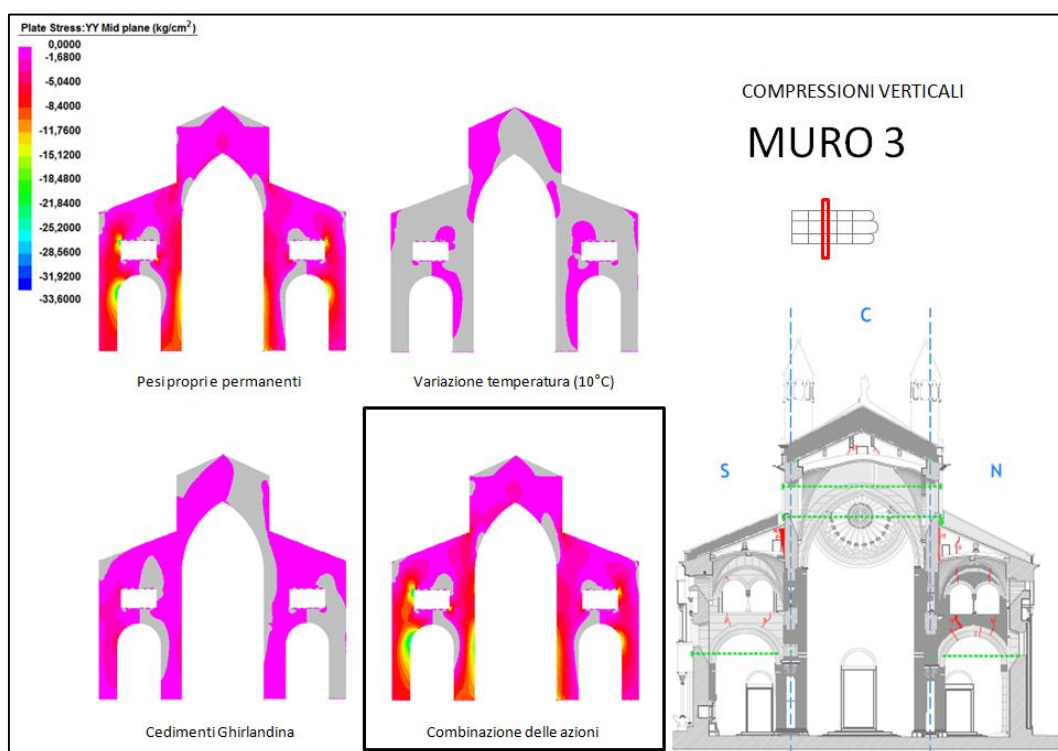
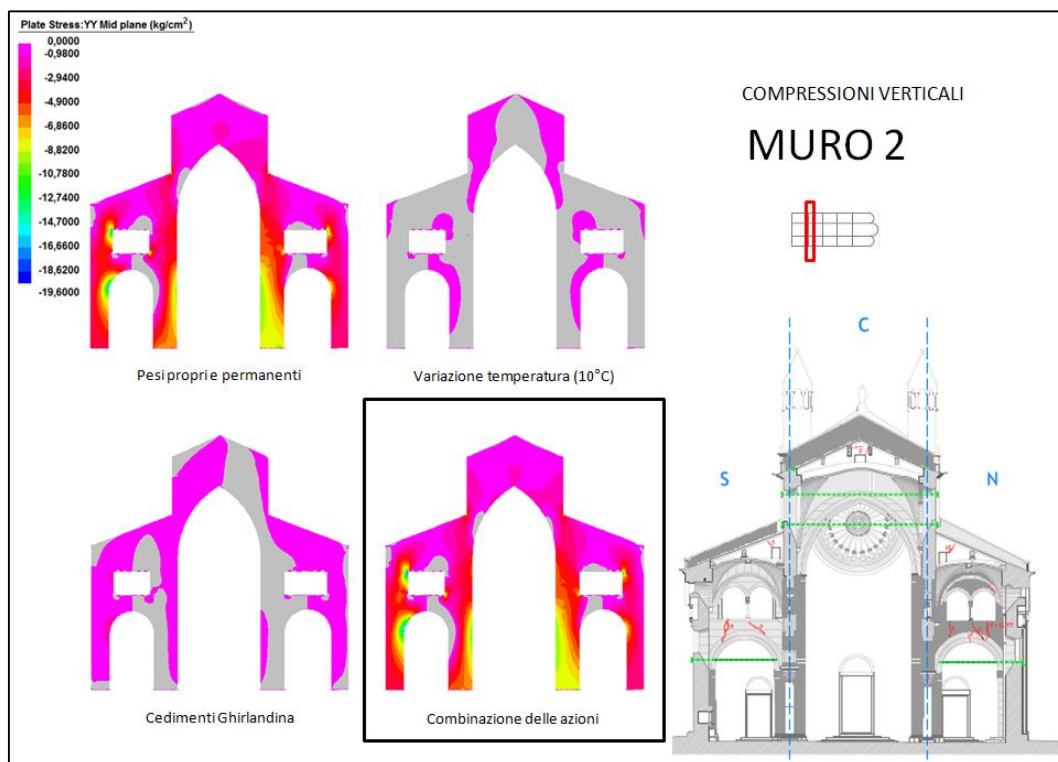
Si riportano per completezza le altre analisi effettuate per il modello vincolato con molle orizzontali lineari e molle verticali differenziate sotto l'azione di carichi statici, variazione termica e cedimenti causati dalla Ghirlandina.

- Tensioni verticali di compressione
- Tensioni verticali di trazione
- Tensioni orizzontali di compressione
- Tensioni tangenziali

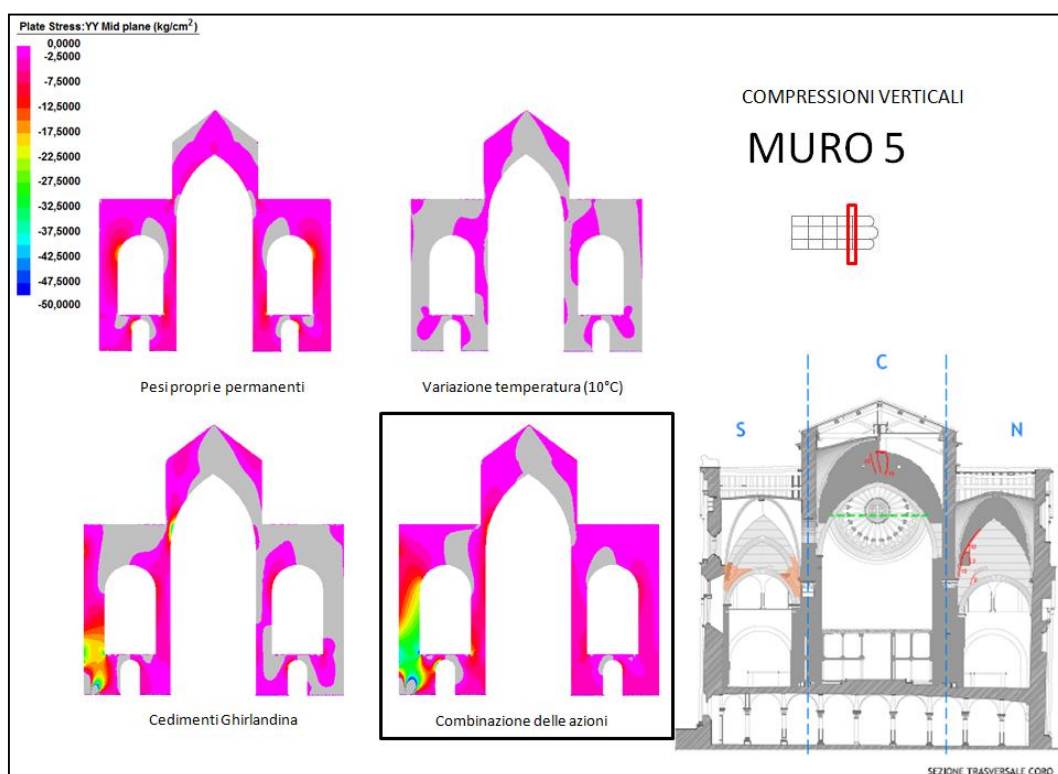
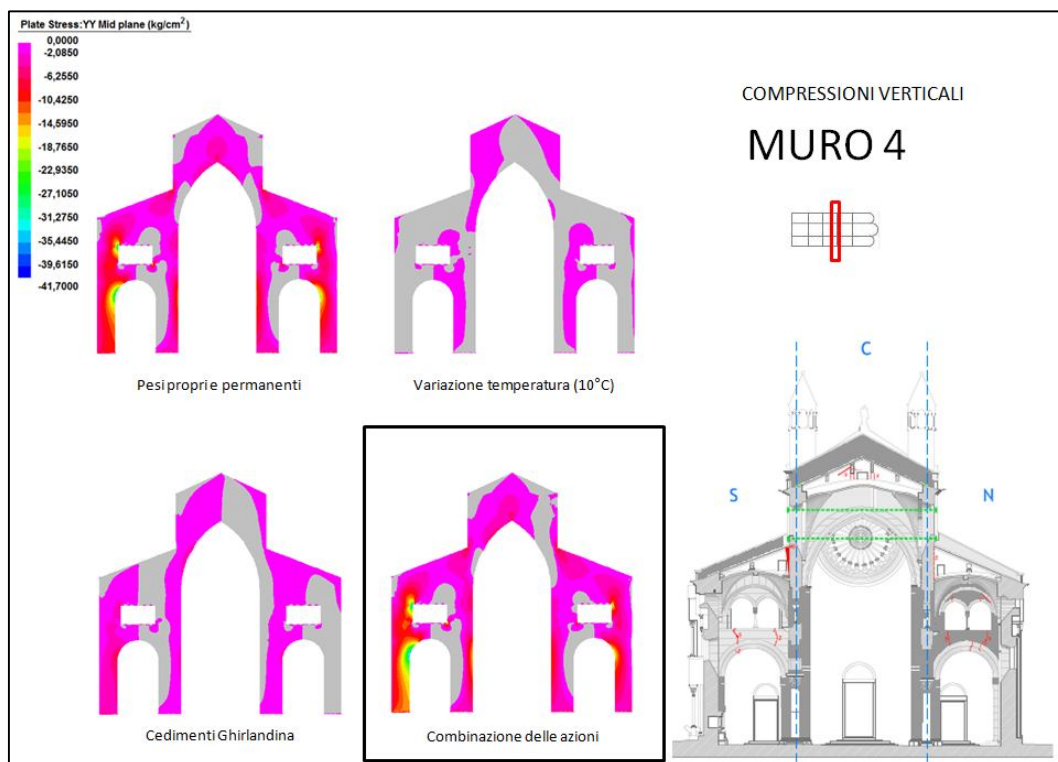
8.5.1 Tensioni verticali di compressione



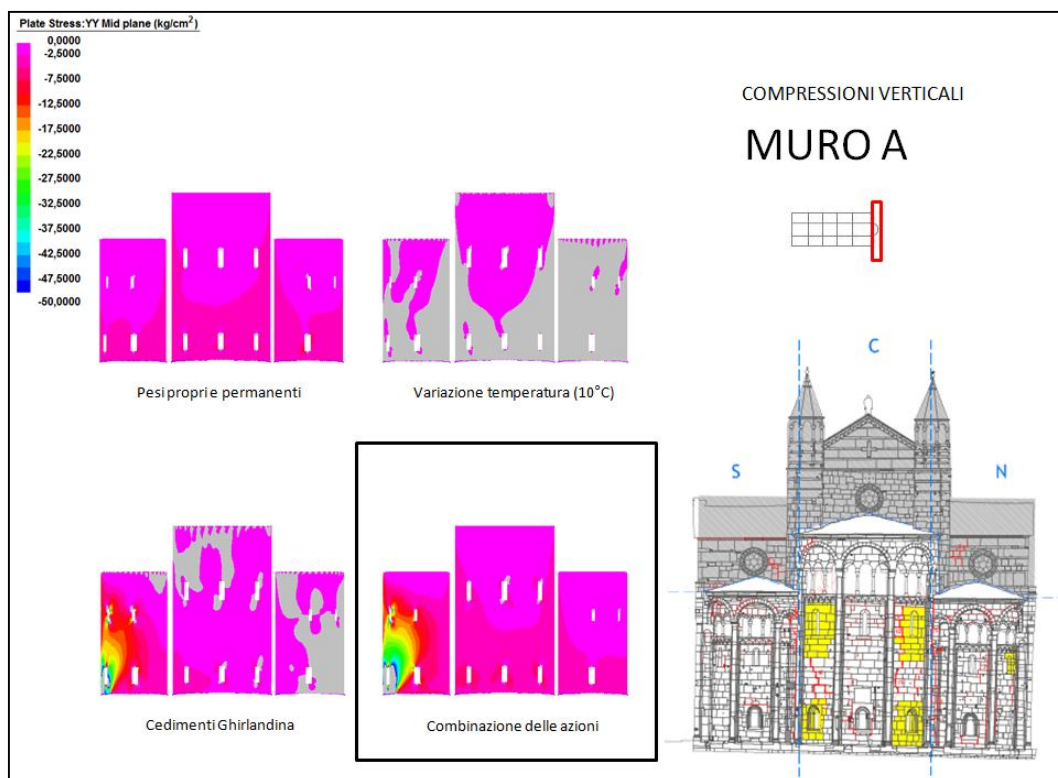
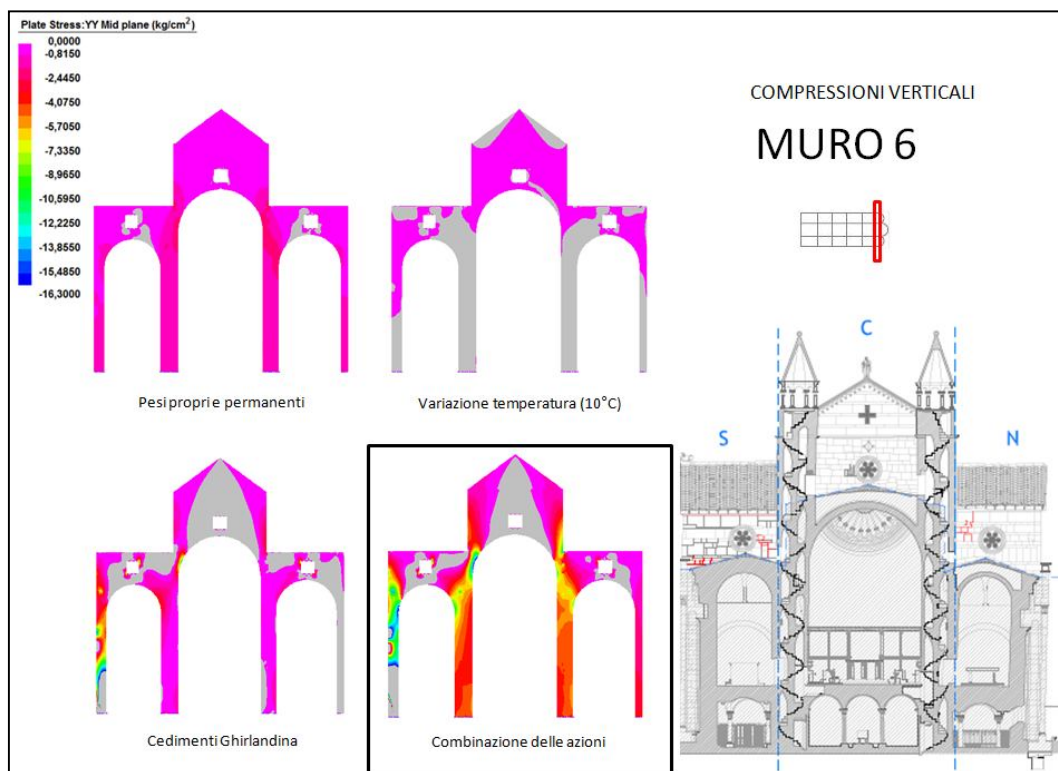
8.5.1.1 Tensioni verticali di compressione per il muro 1.



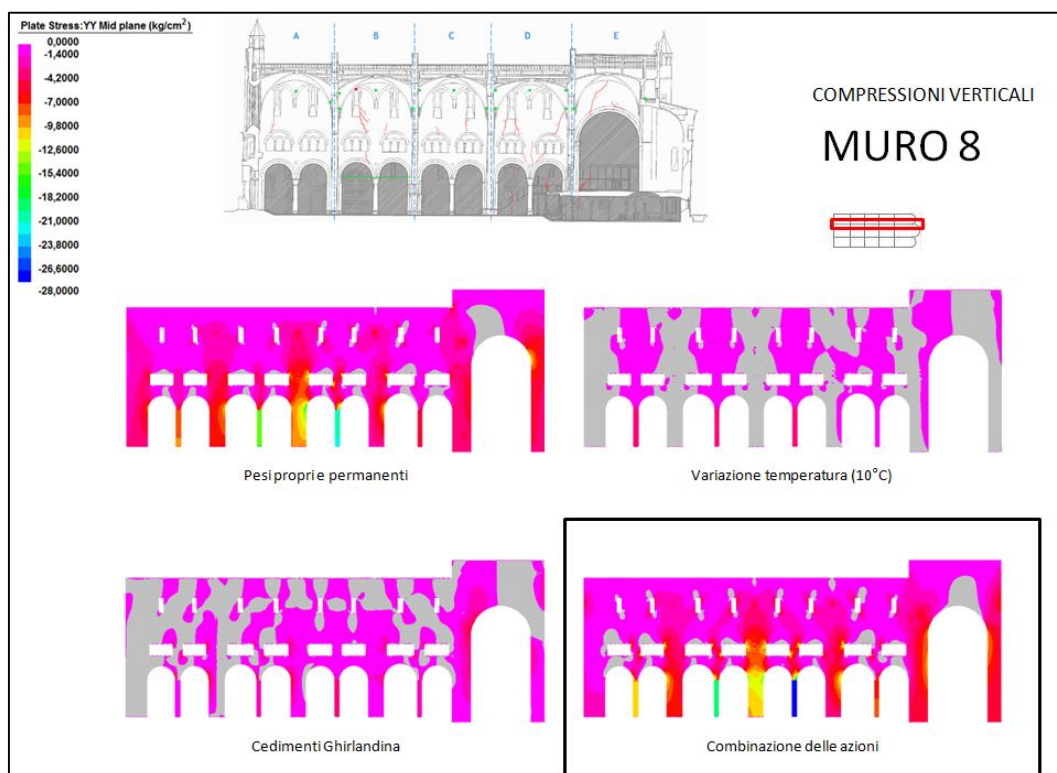
8.5.1.2 Tensioni verticali di compressione per i muri 2 e 3.



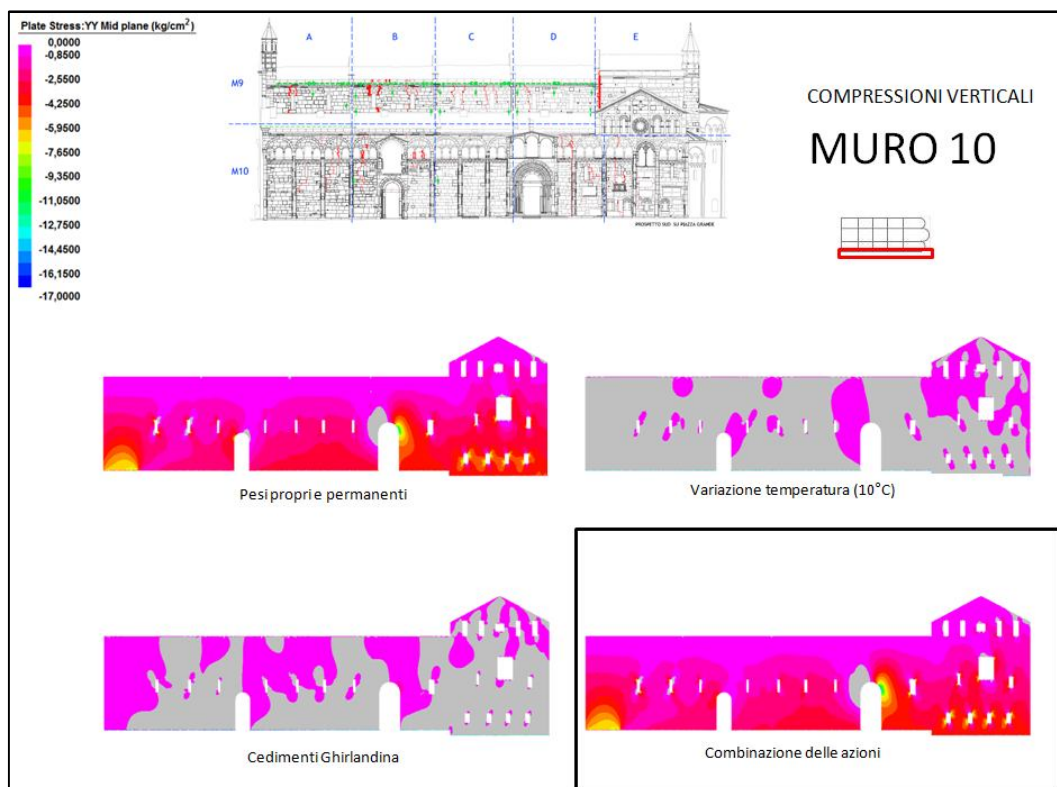
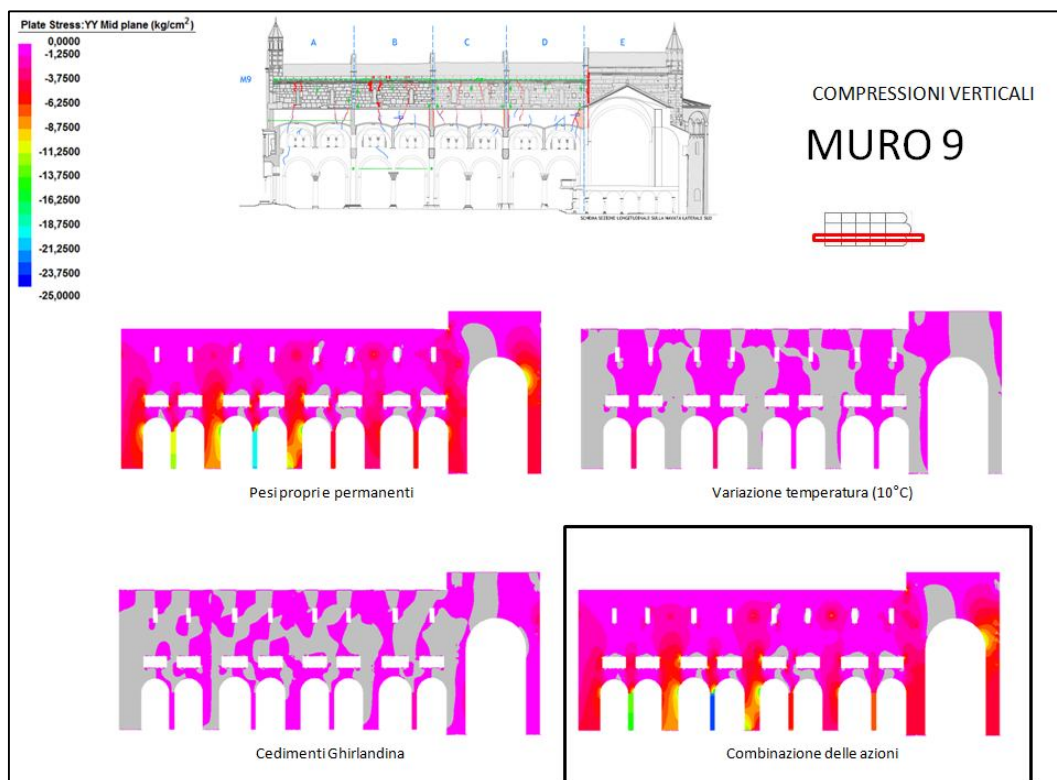
8.5.1.3 Tensioni verticali di compressione per i muri 4 e 5.



8.5.1.4 Tensioni verticali di compressione per i muri 6 e A.

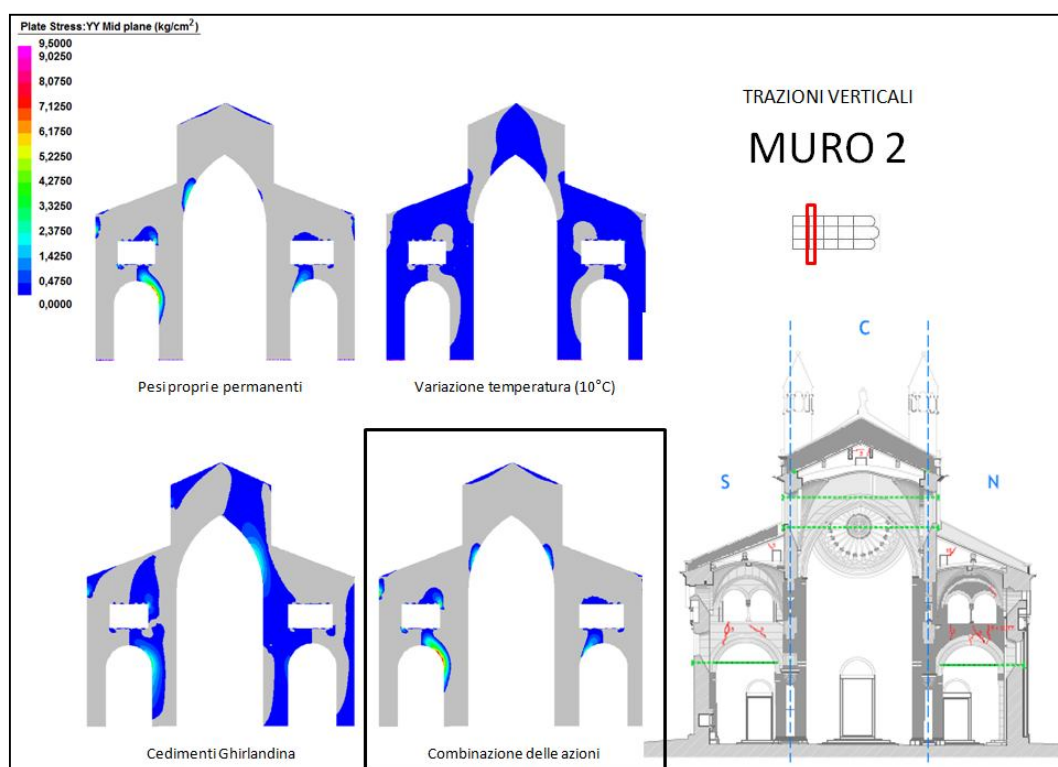
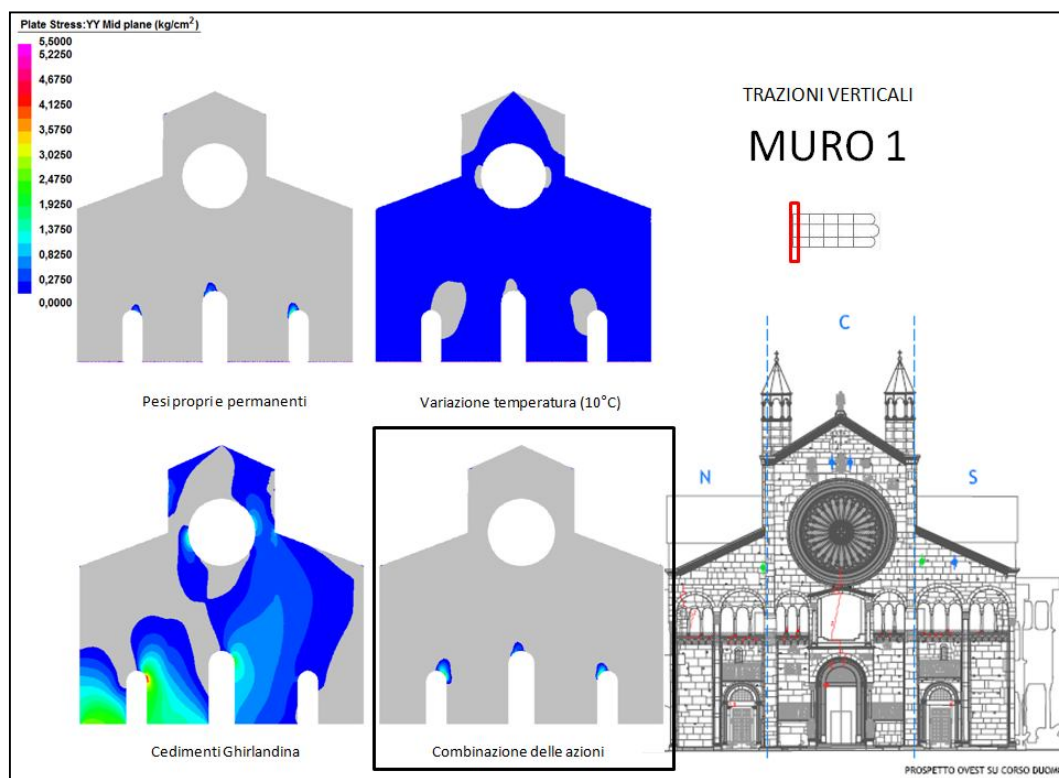


8.5.1.5 Tensioni verticali di compressione per i muri 7 e 8.

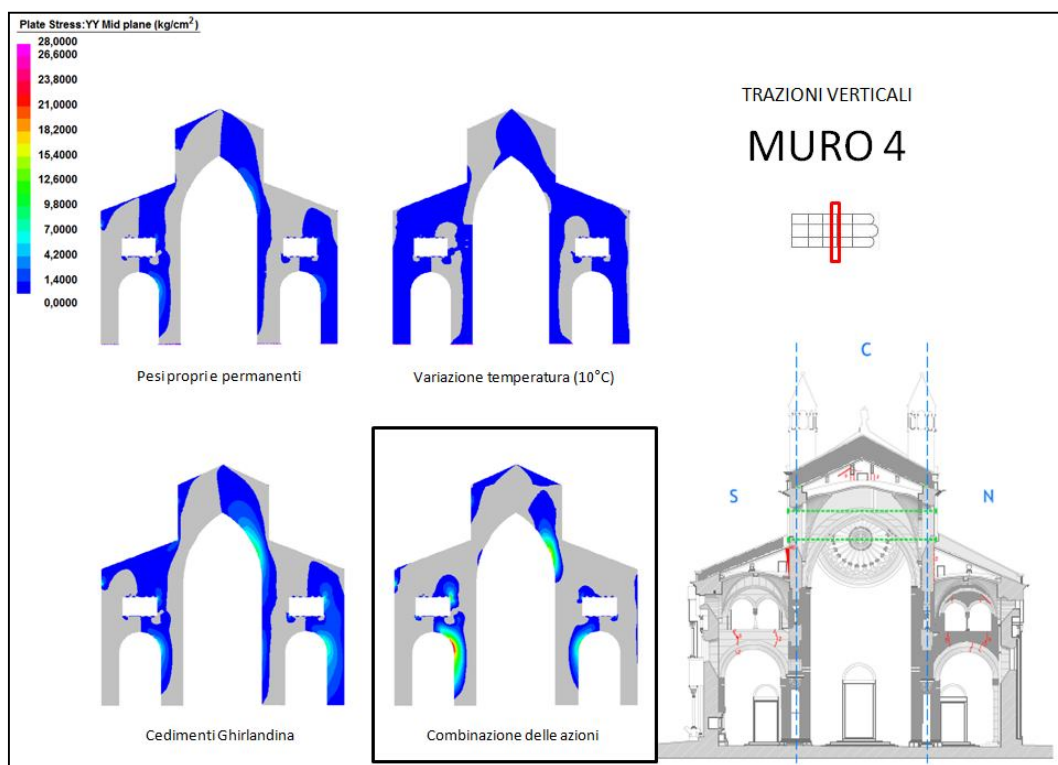
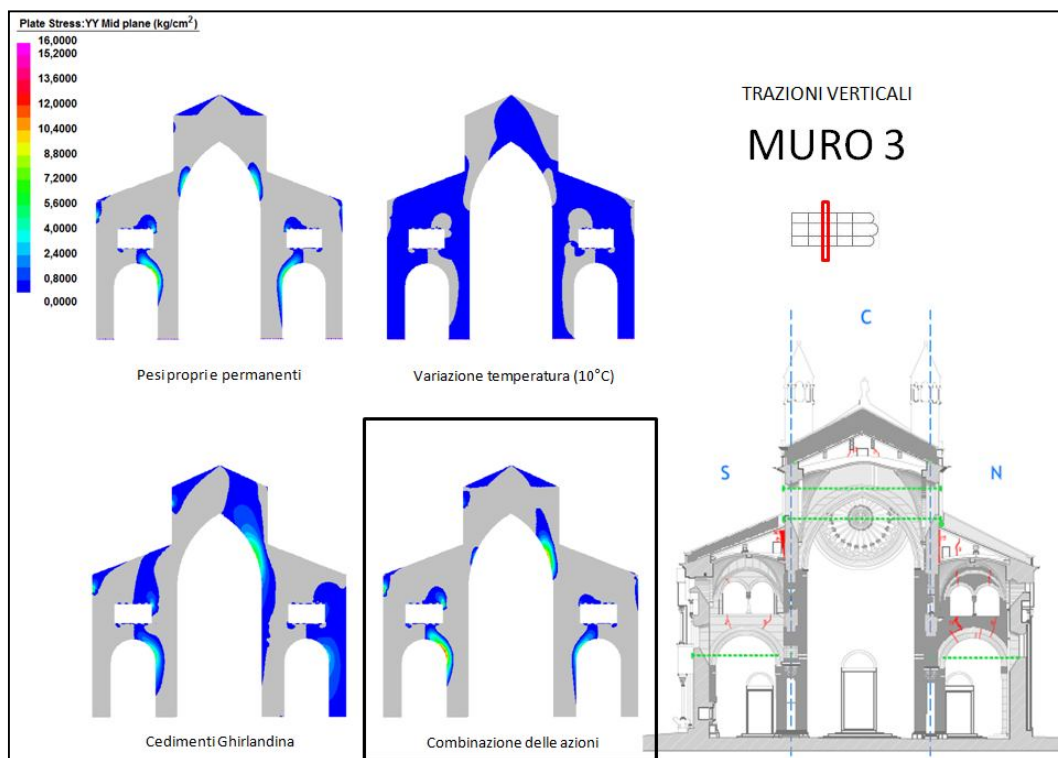


8.5.1.6 Tensioni verticali di compressione per i muri 9 e 10.

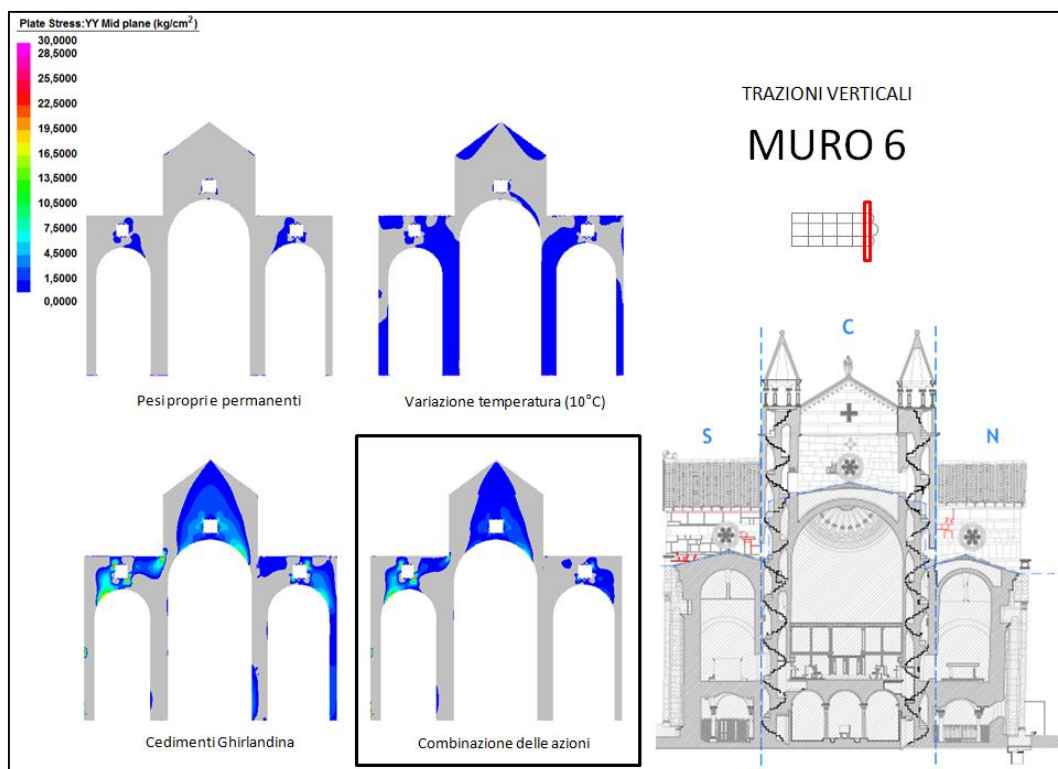
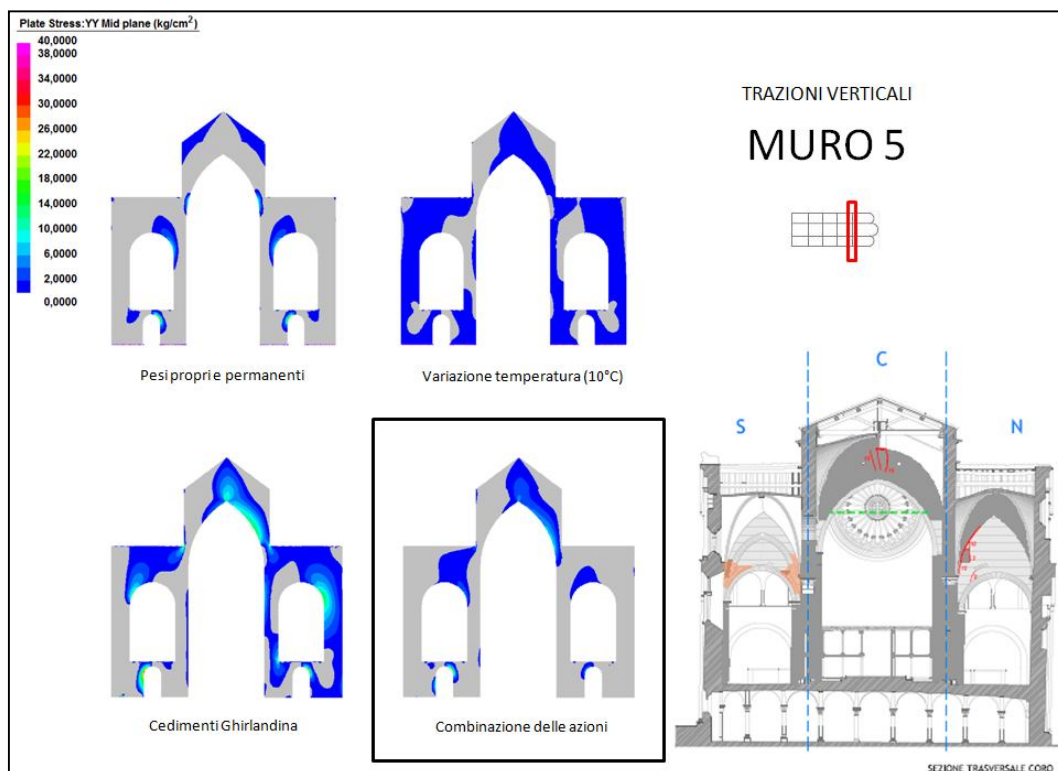
8.5.2 Tensioni verticali di trazione



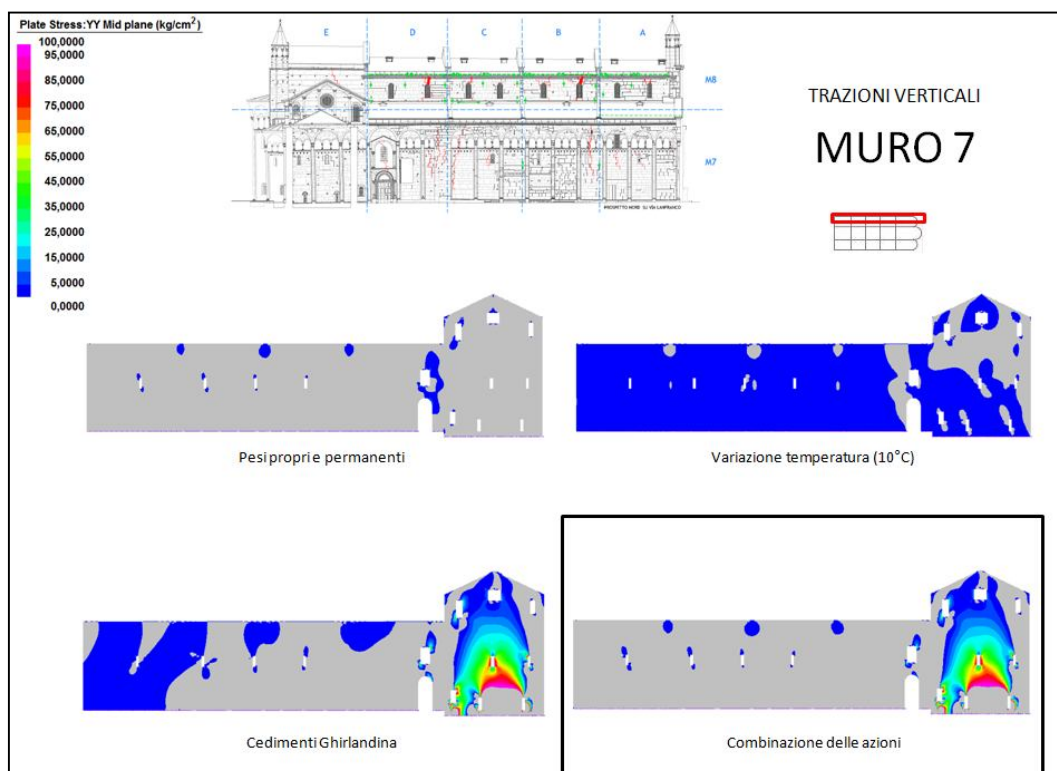
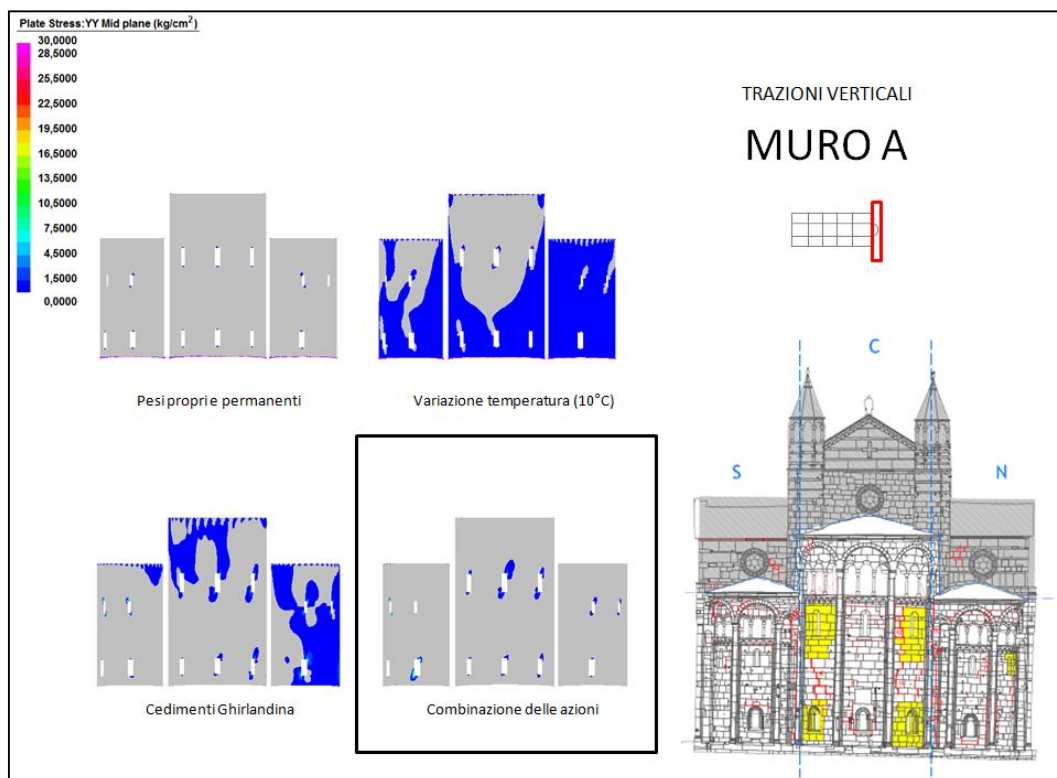
8.5.2.1 Tensioni verticali di trazione per i muri 1 e 2.



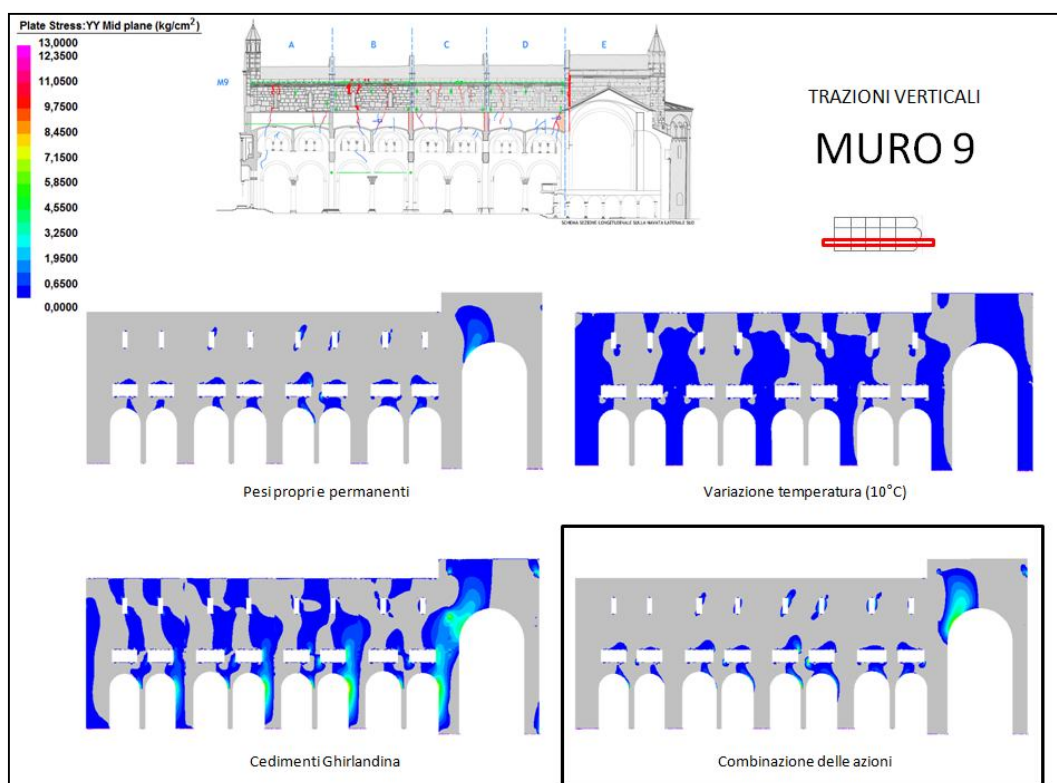
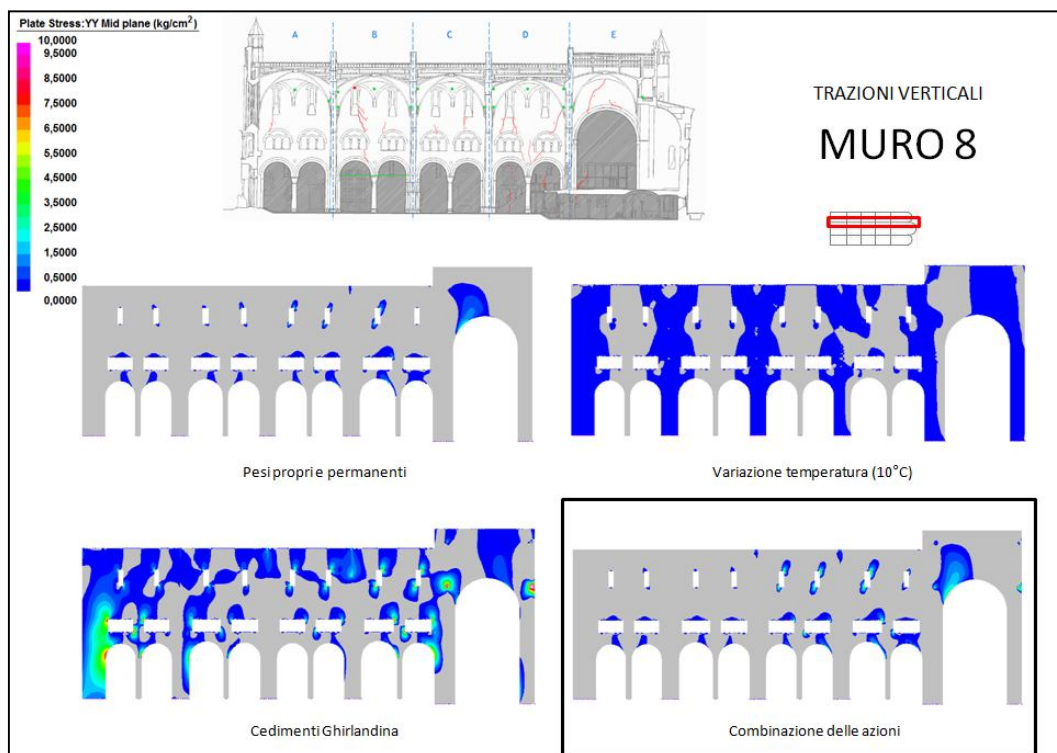
8.5.2.2 Tensioni verticali di trazione per i muri 3 e 4.



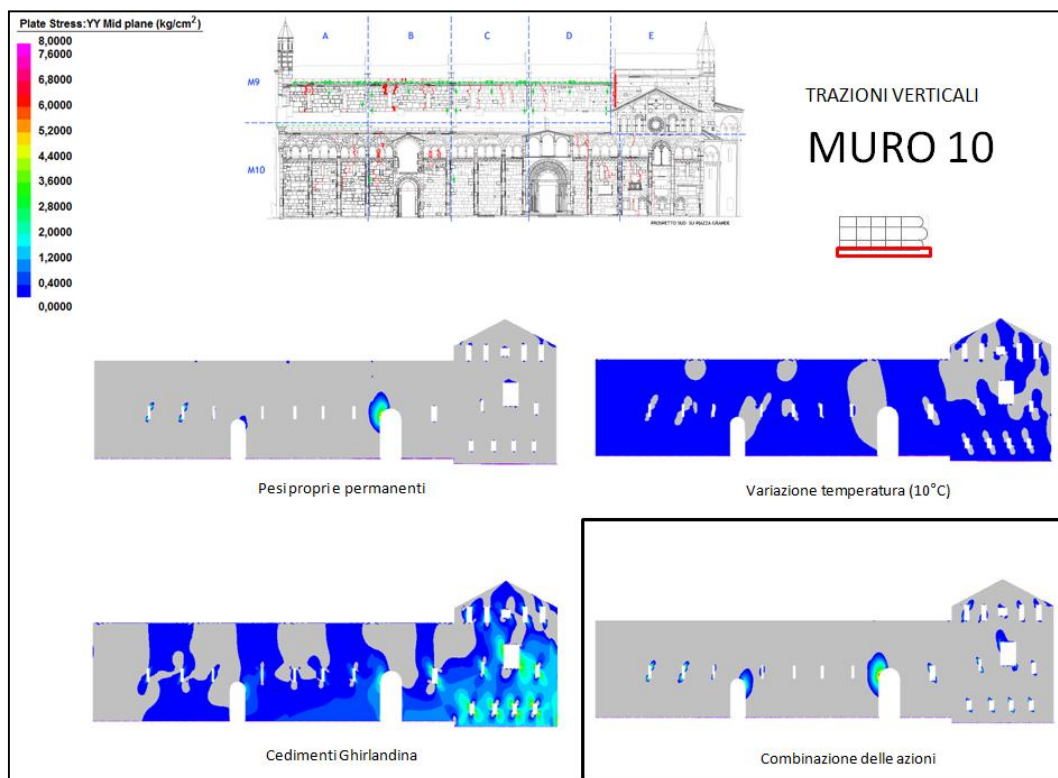
8.5.2.3 Tensioni verticali di trazione per i muri 5 e 6.



8.5.2.4 Tensioni verticali di trazione per i muri A e 7.

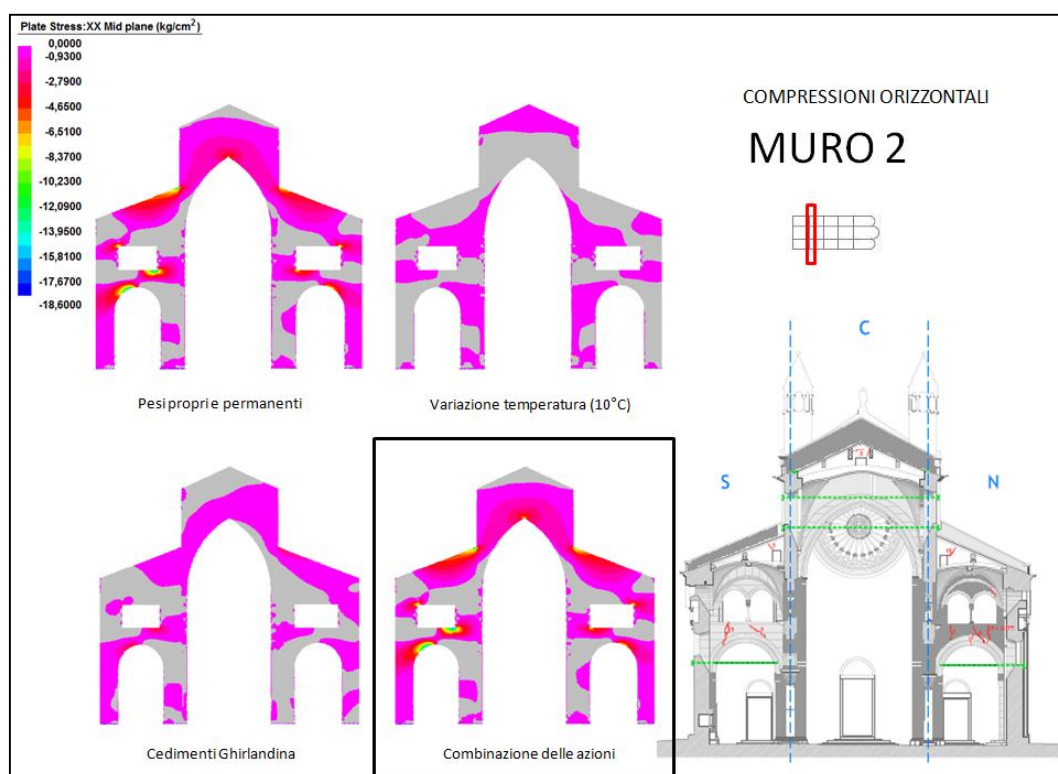
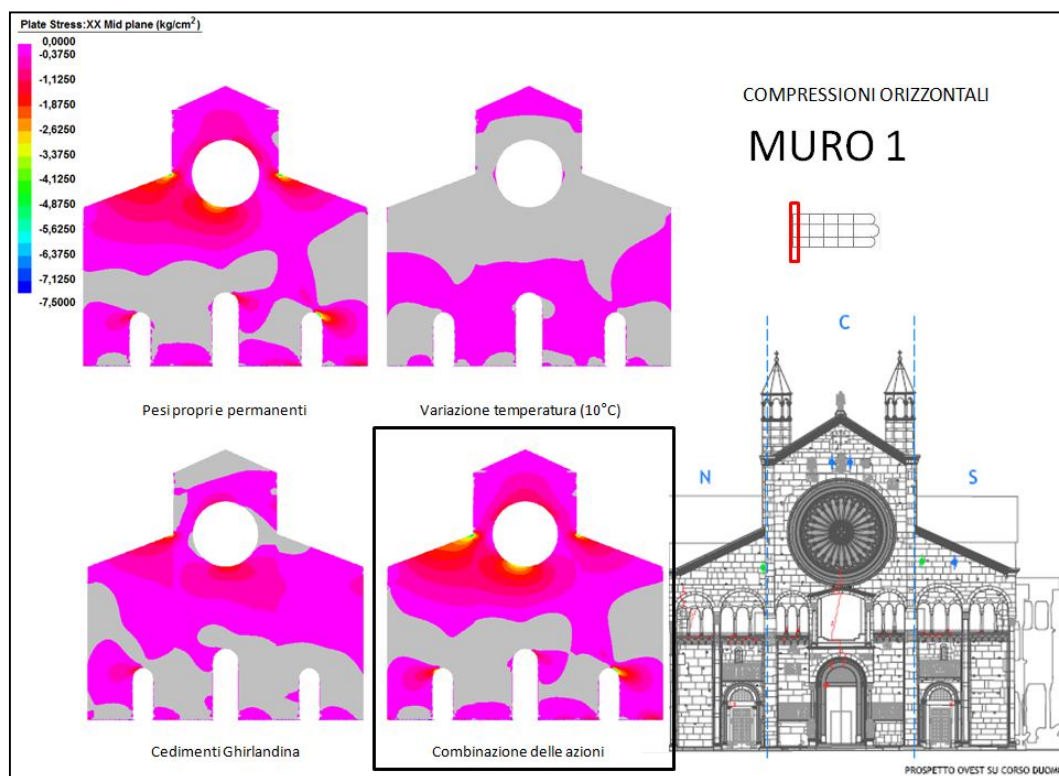


8.5.2.5 Tensioni verticali di trazione per i muri 8 e 9.

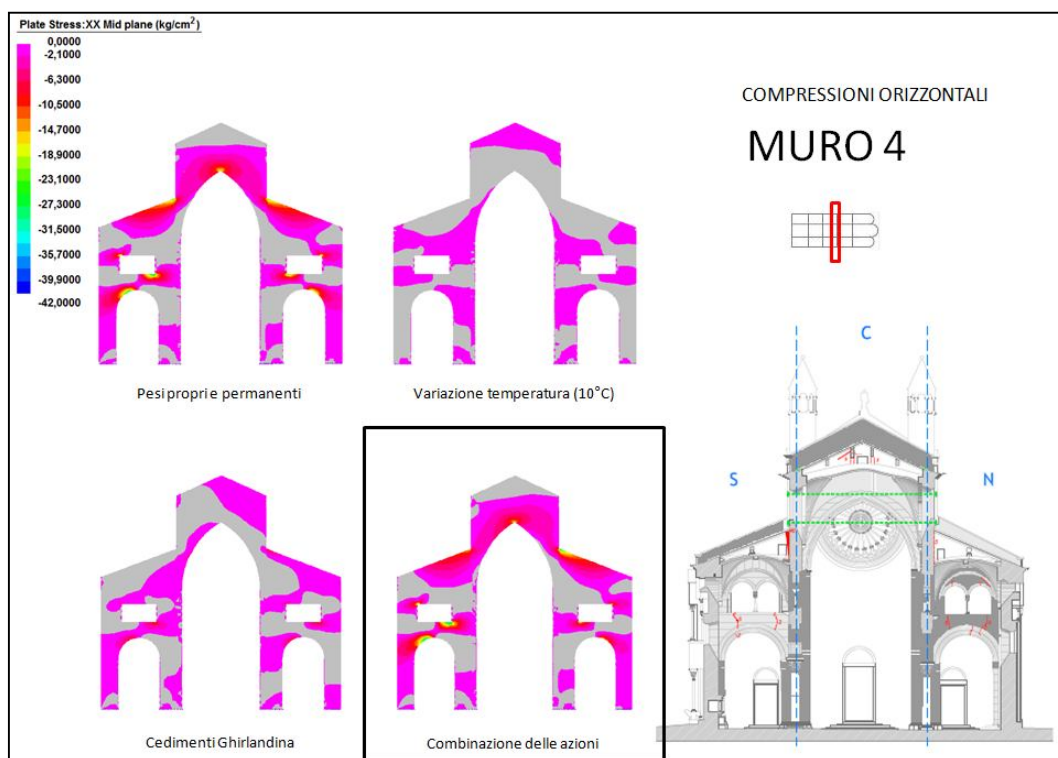
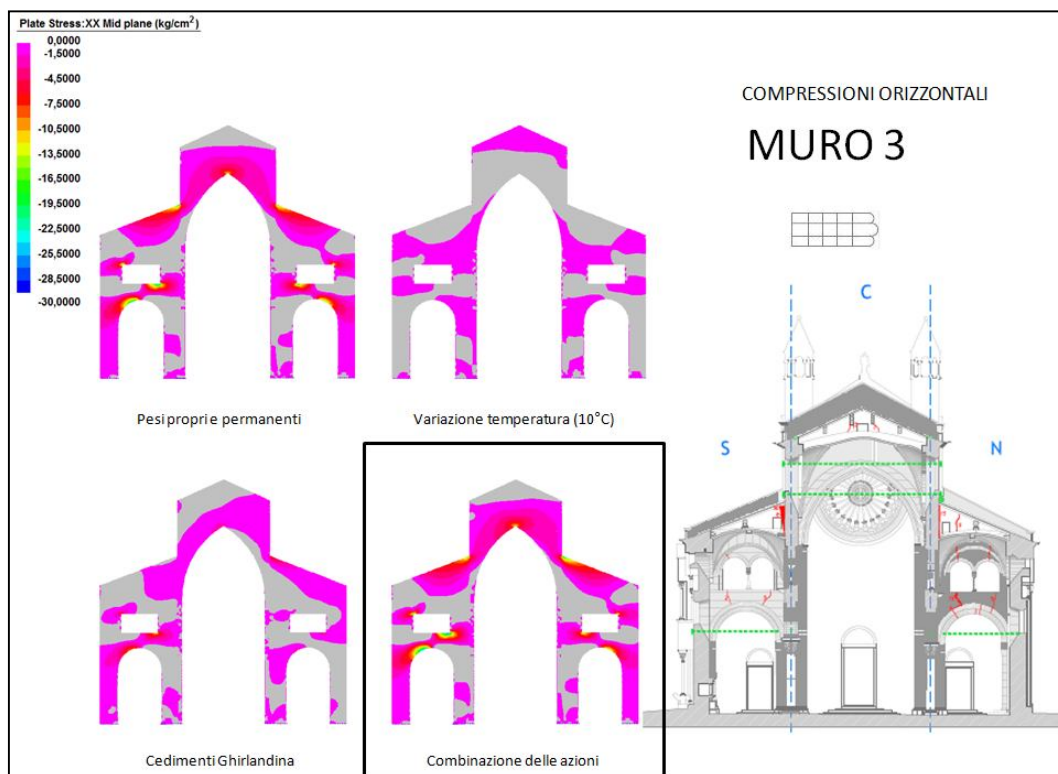


8.5.2.6 Tensioni verticali di trazione per il muro 10.

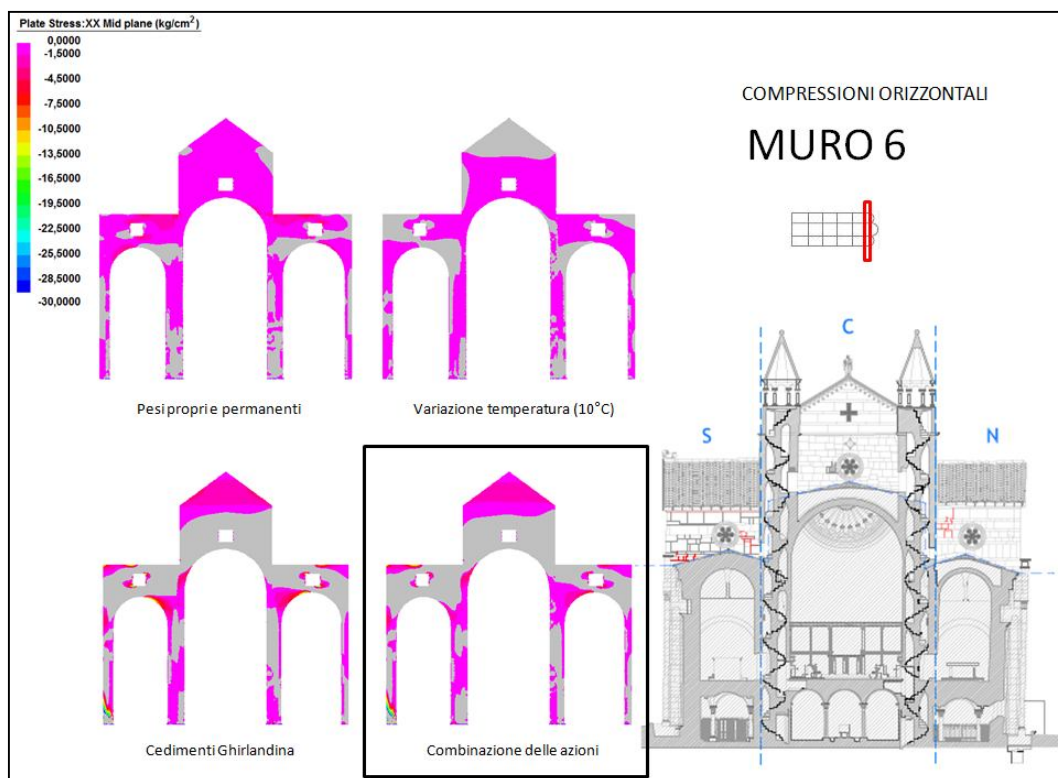
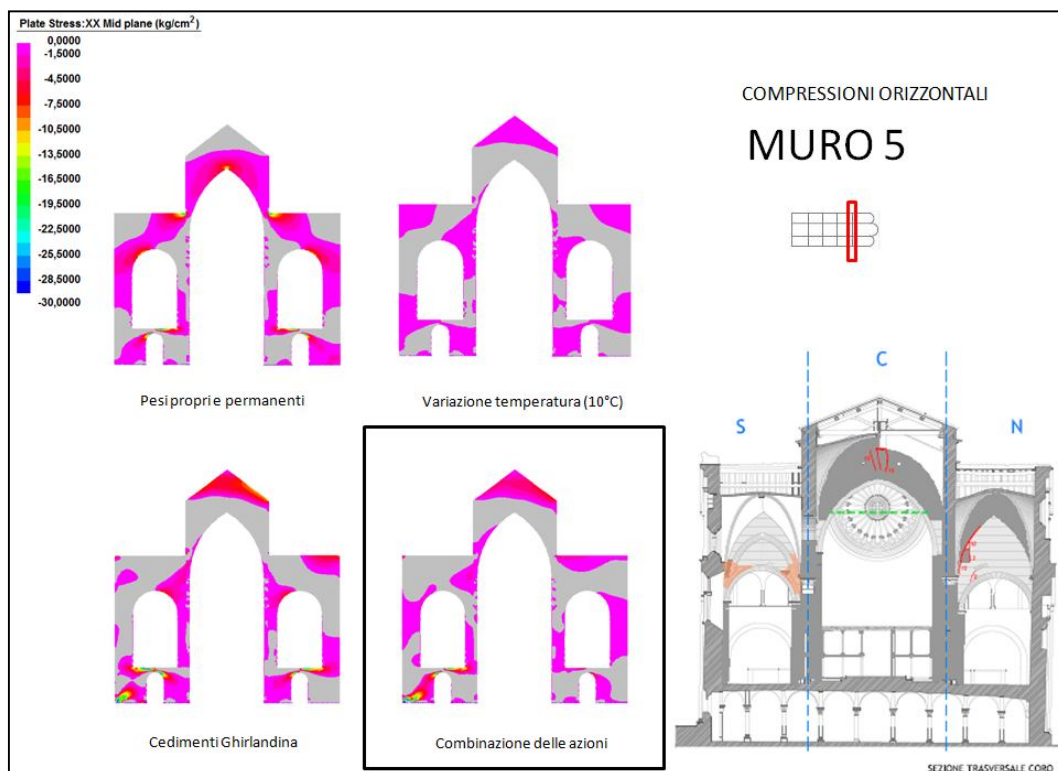
8.5.3 Tensioni orizzontali di compressione



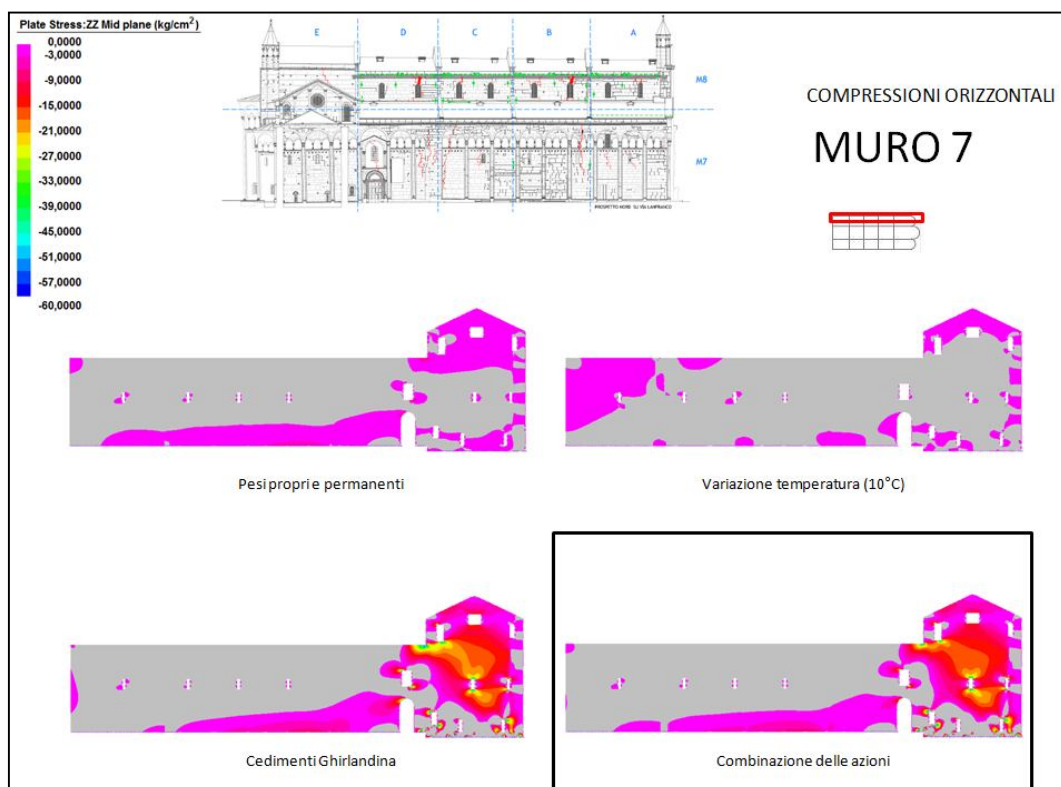
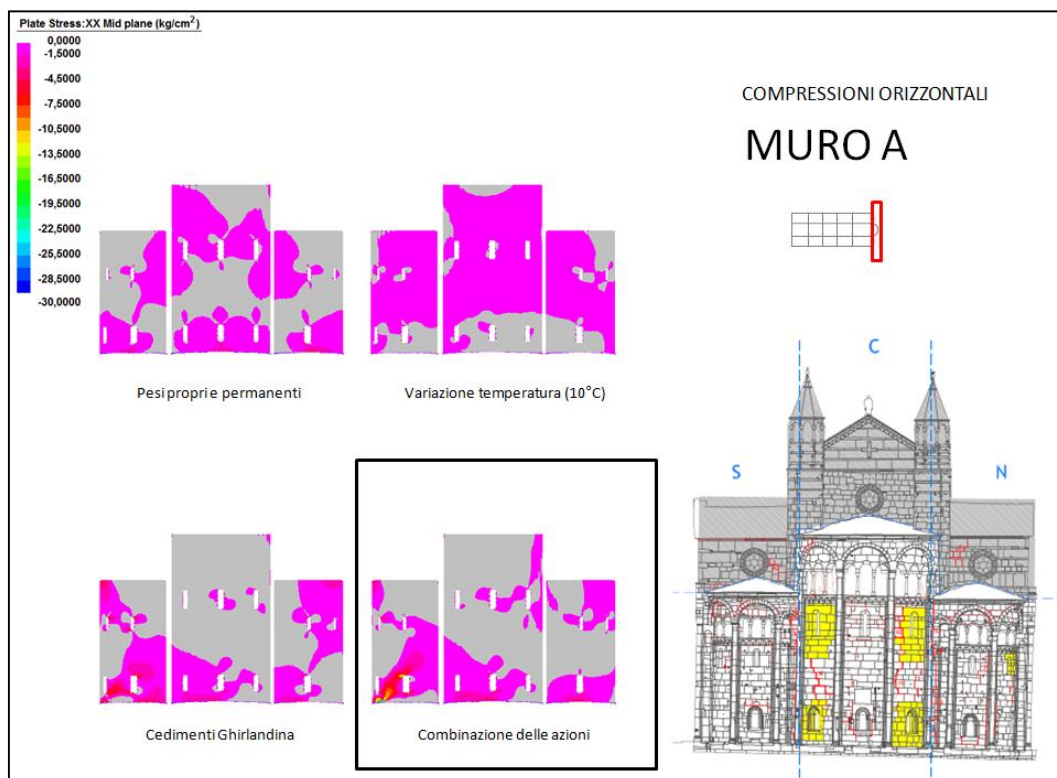
8.5.3.1 Tensioni orizzontali di compressione per i muri 1 e 2.



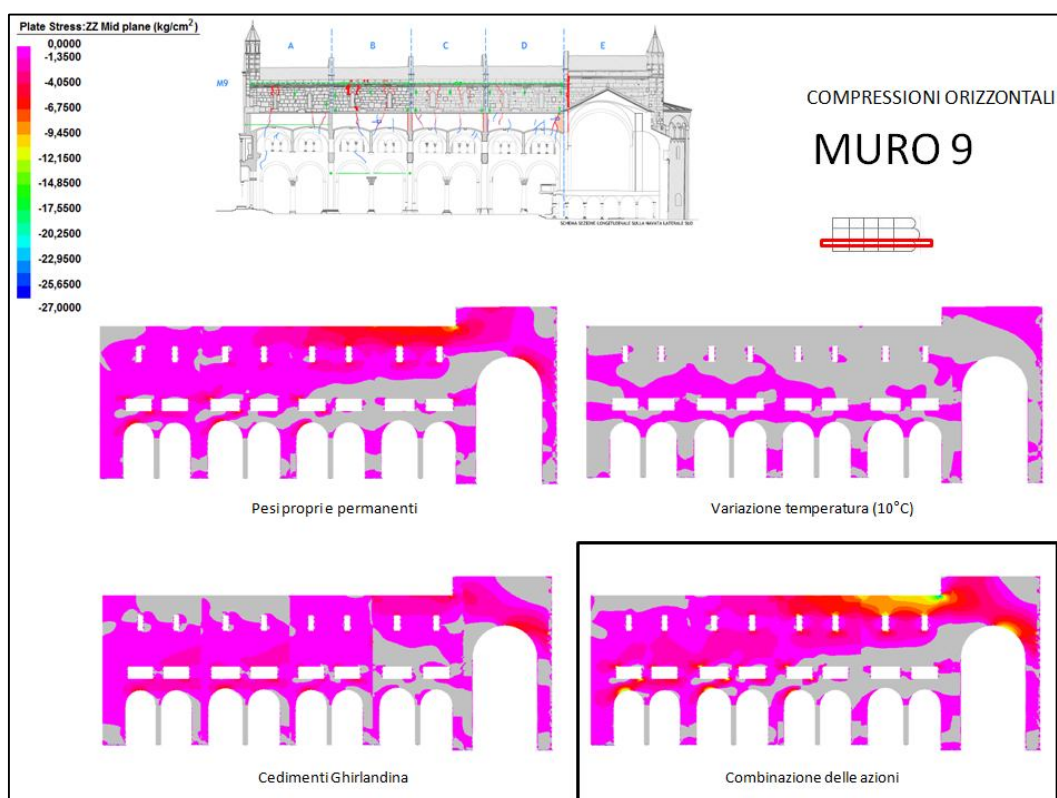
8.5.3.2 Tensioni orizzontali di compressione per i muri 3 e 4.



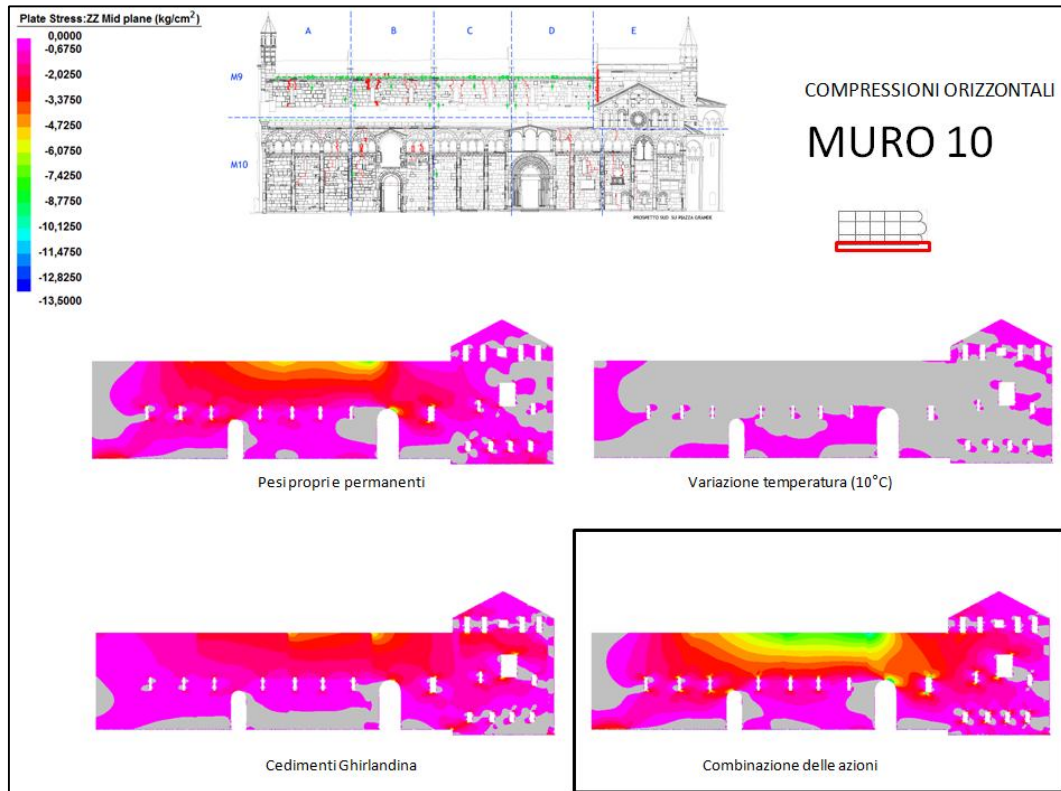
8.5.3.3 Tensioni orizzontali di compressione per i muri 5 e 6.



8.5.3.4 Tensioni orizzontali di compressione per i muri A e 7.

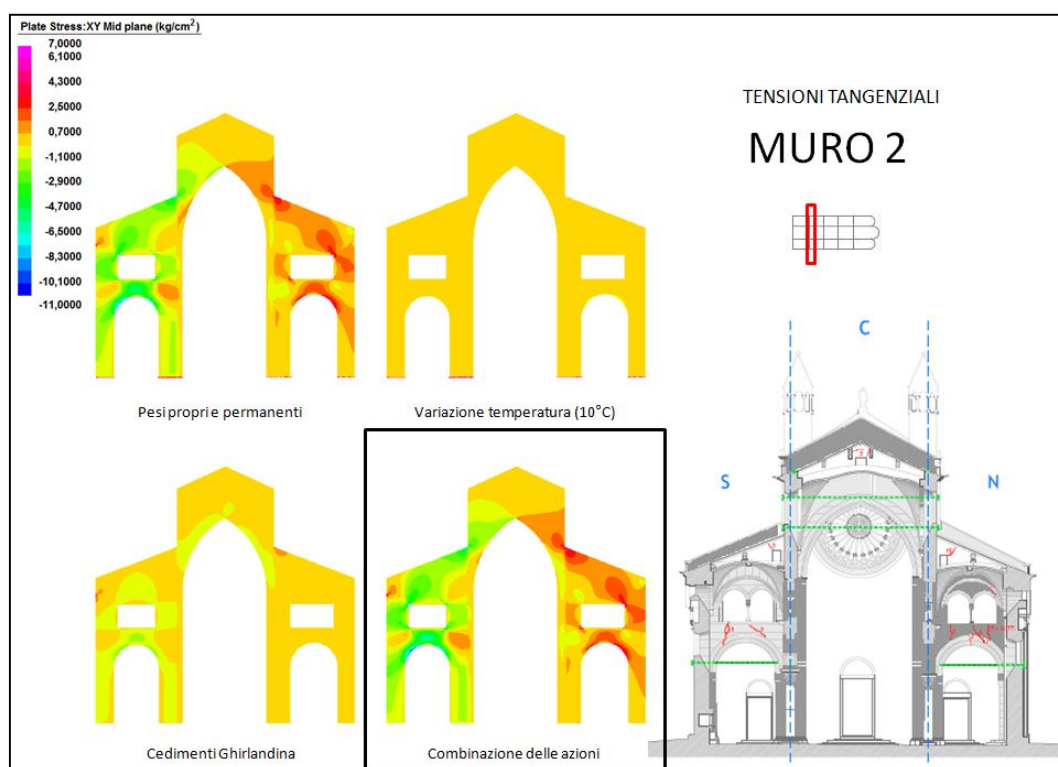
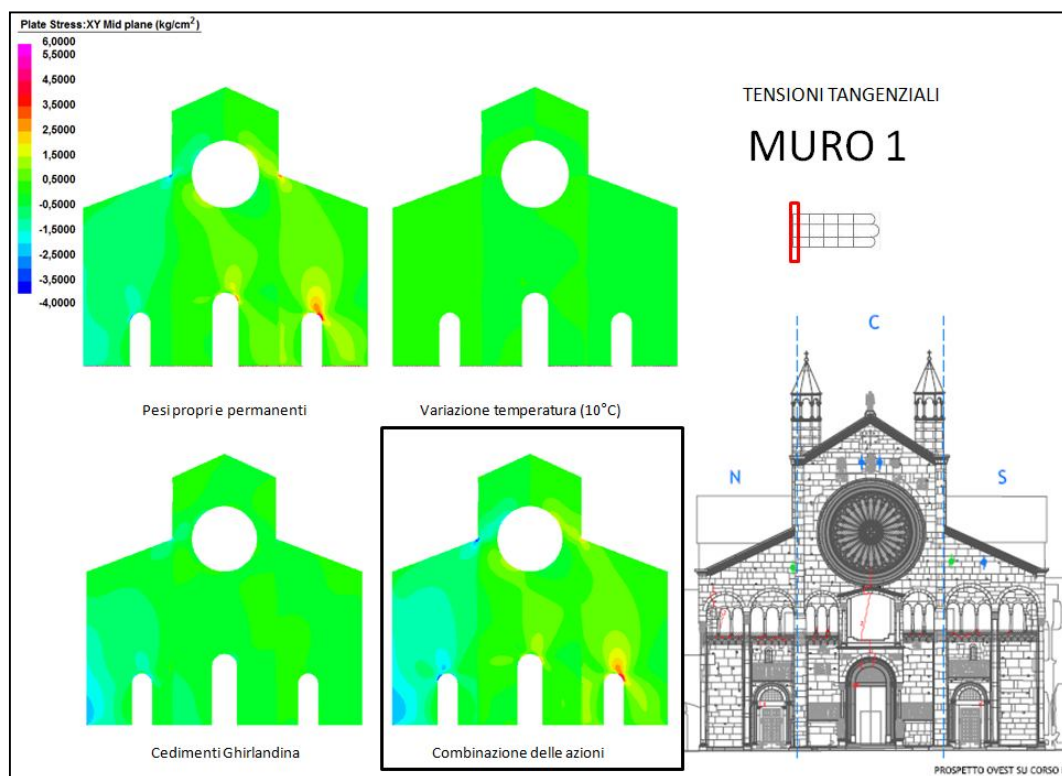


8.5.3.5 Tensioni orizzontali di compressione per i muri 8 e 9.

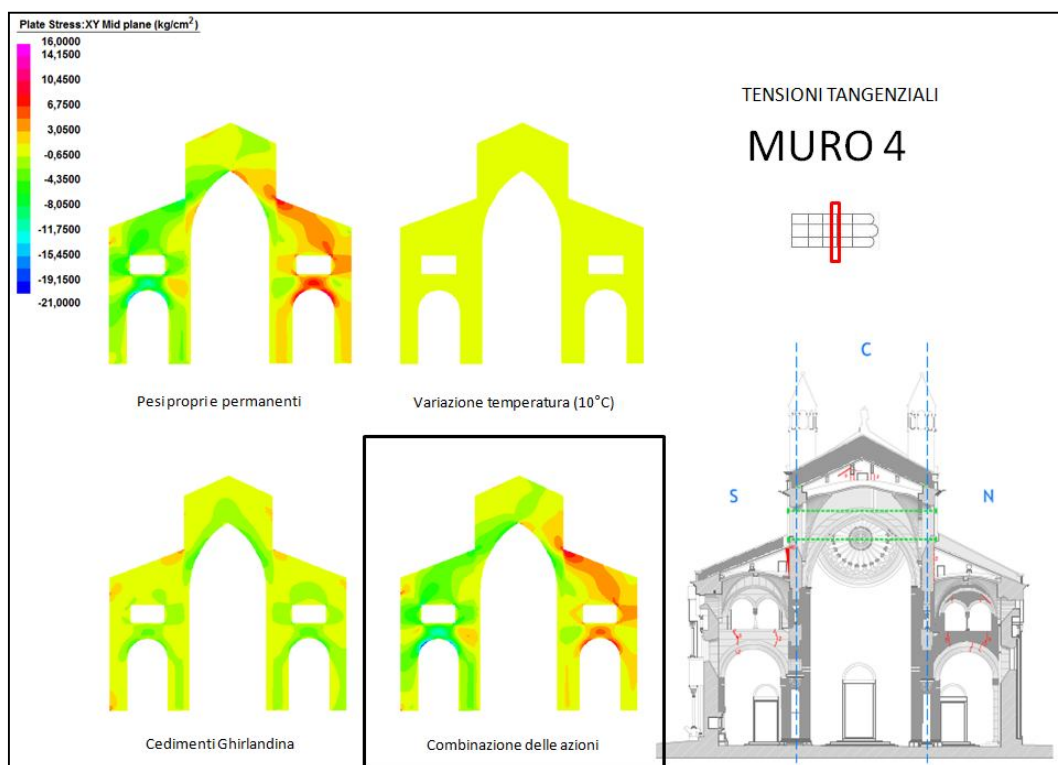
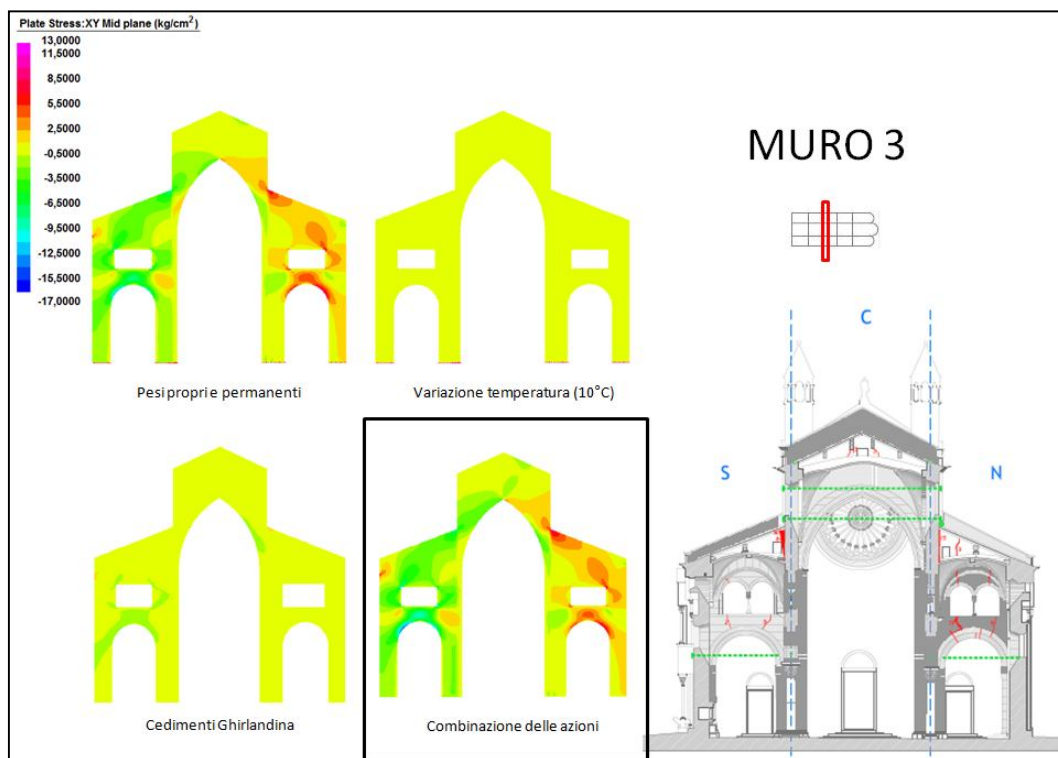


8.5.3.6 Tensioni orizzontali di compressione per il muro 10.

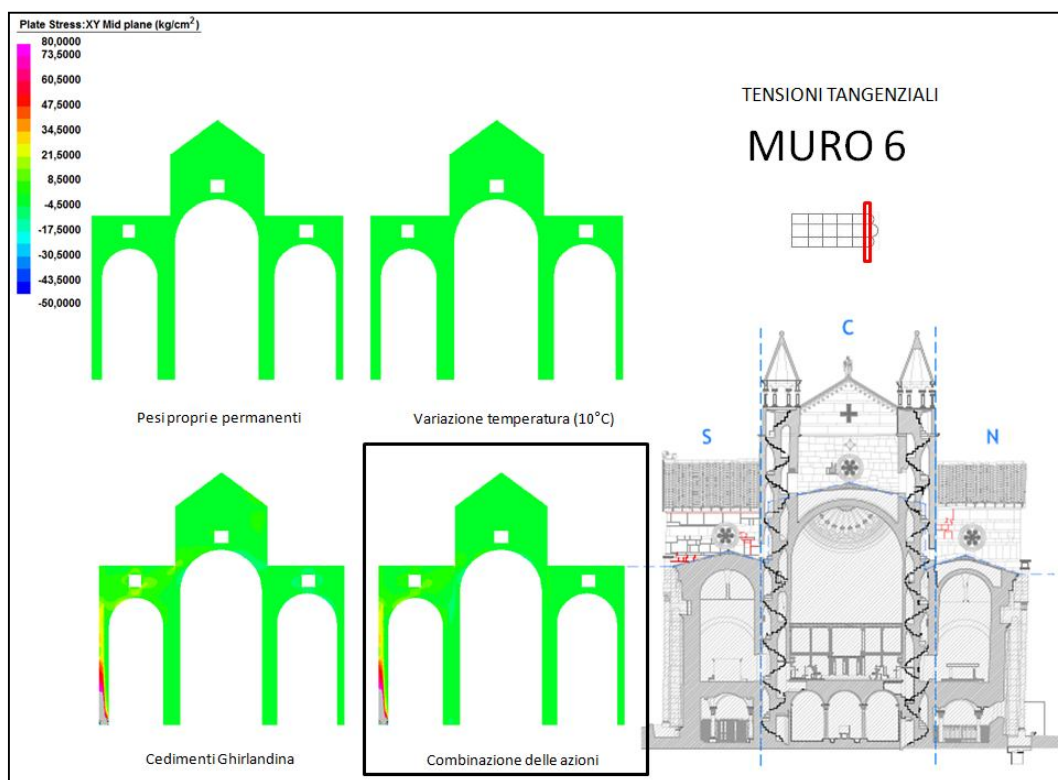
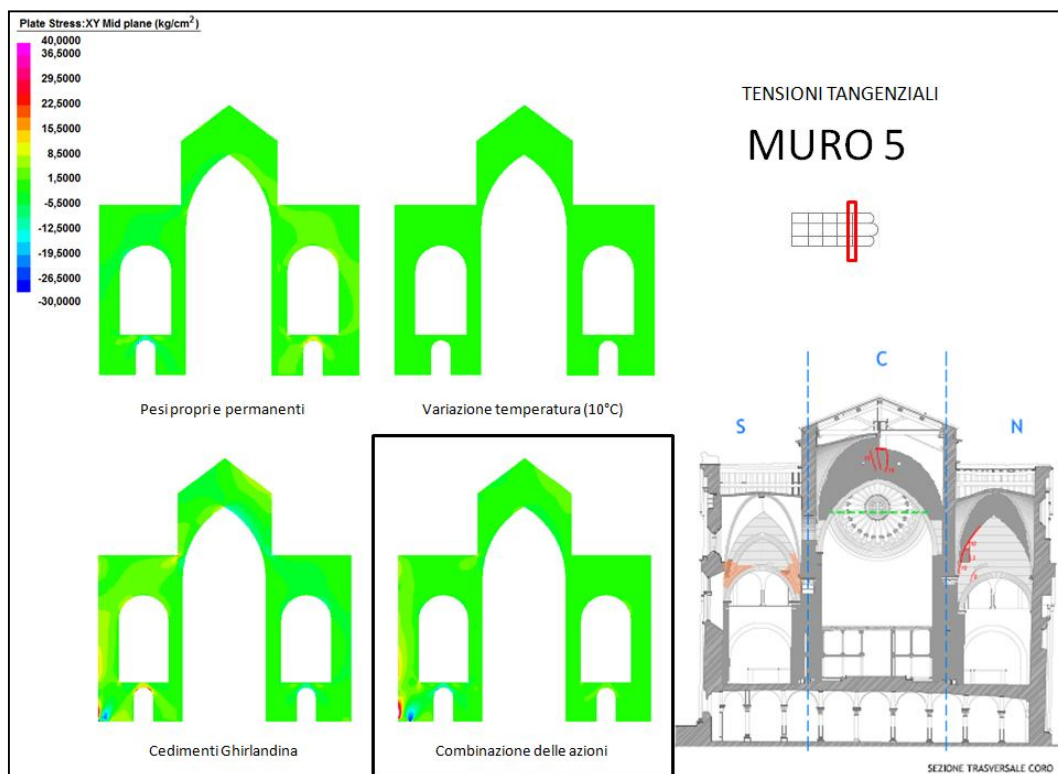
8.5.4 Tensioni tangenziali



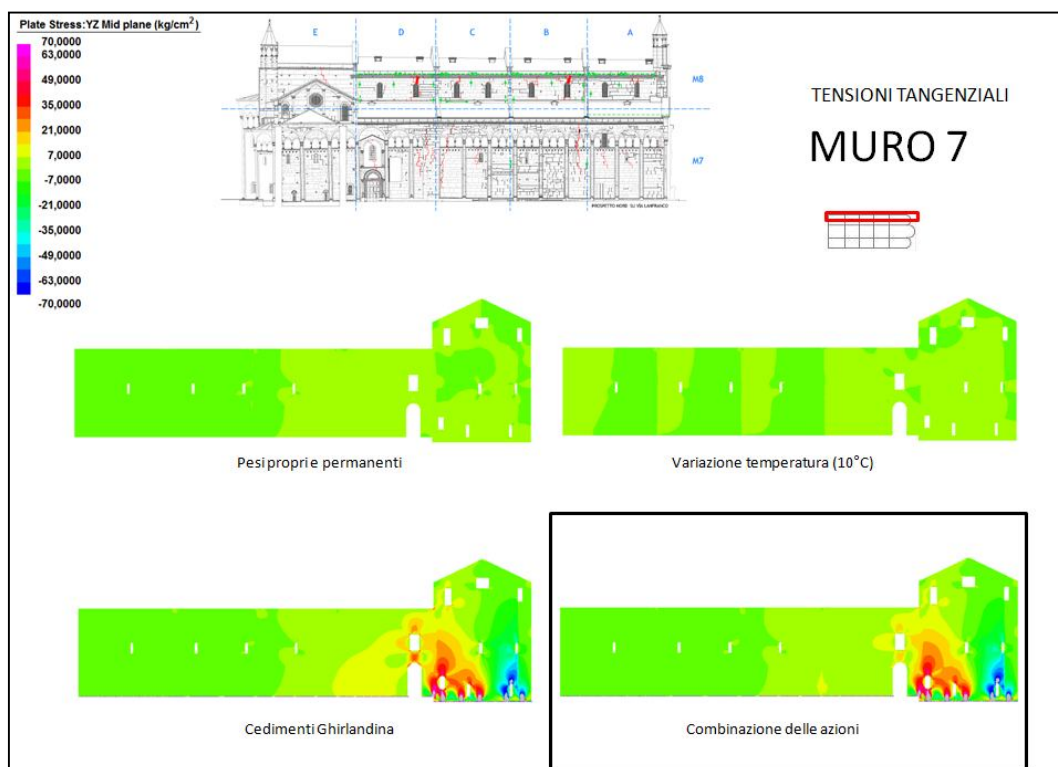
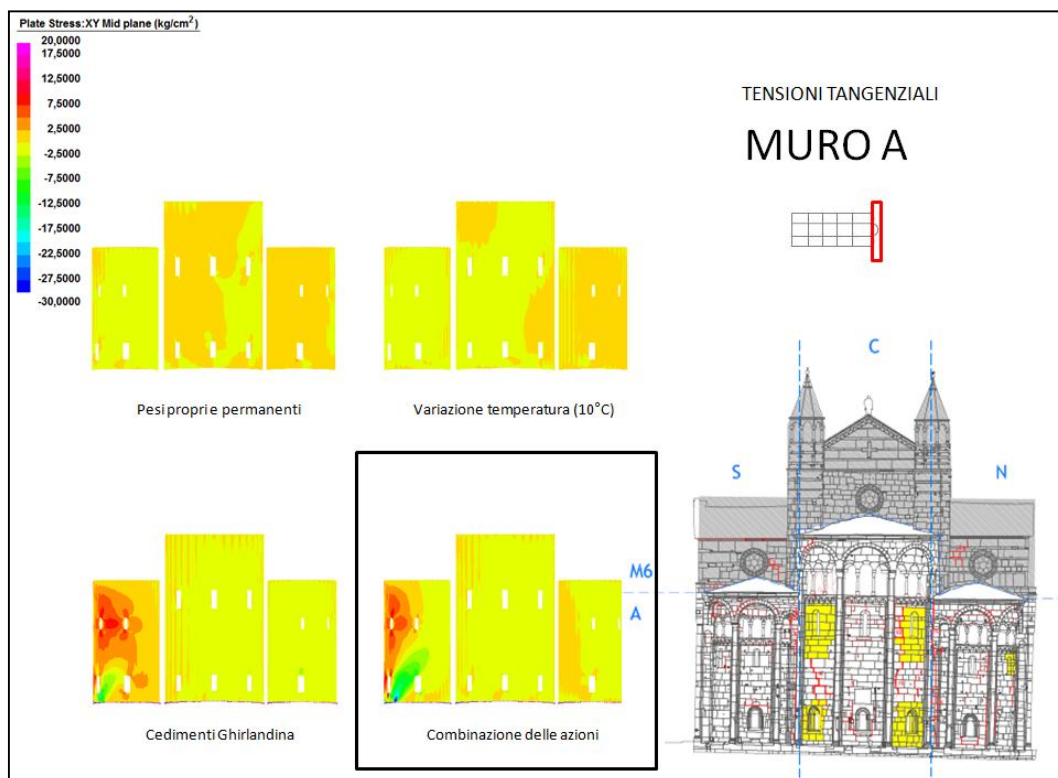
8.5.4.1 Tensioni tangenziali per i muri 1 e 2.



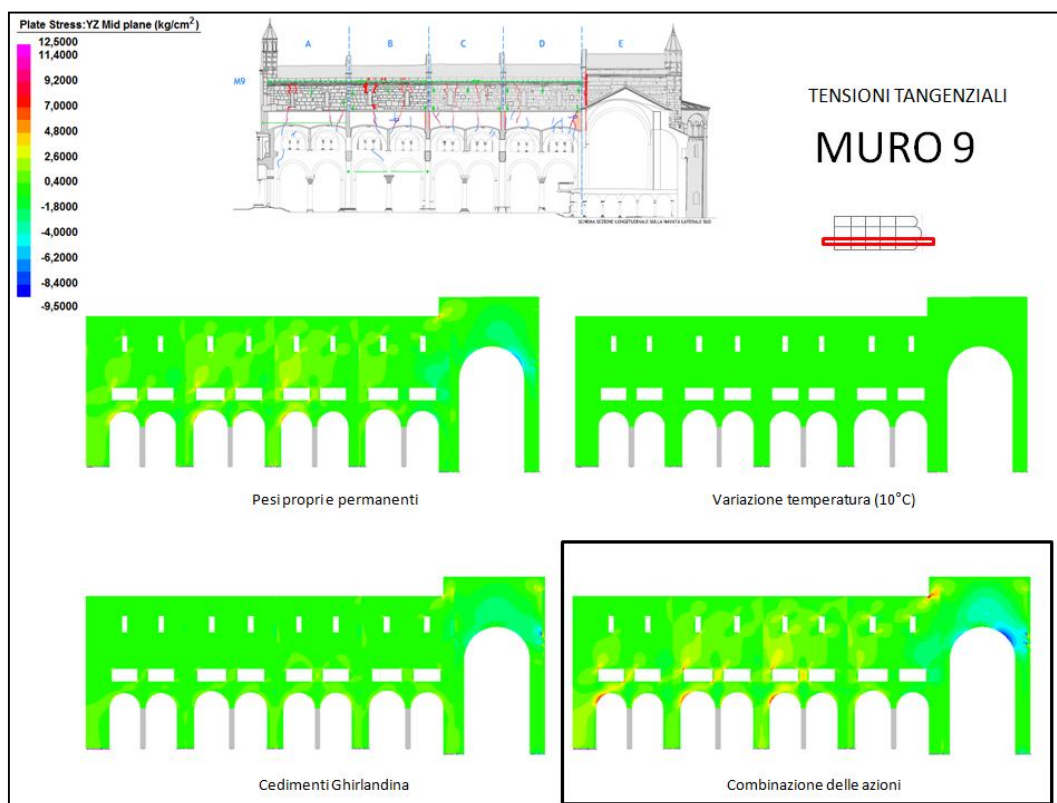
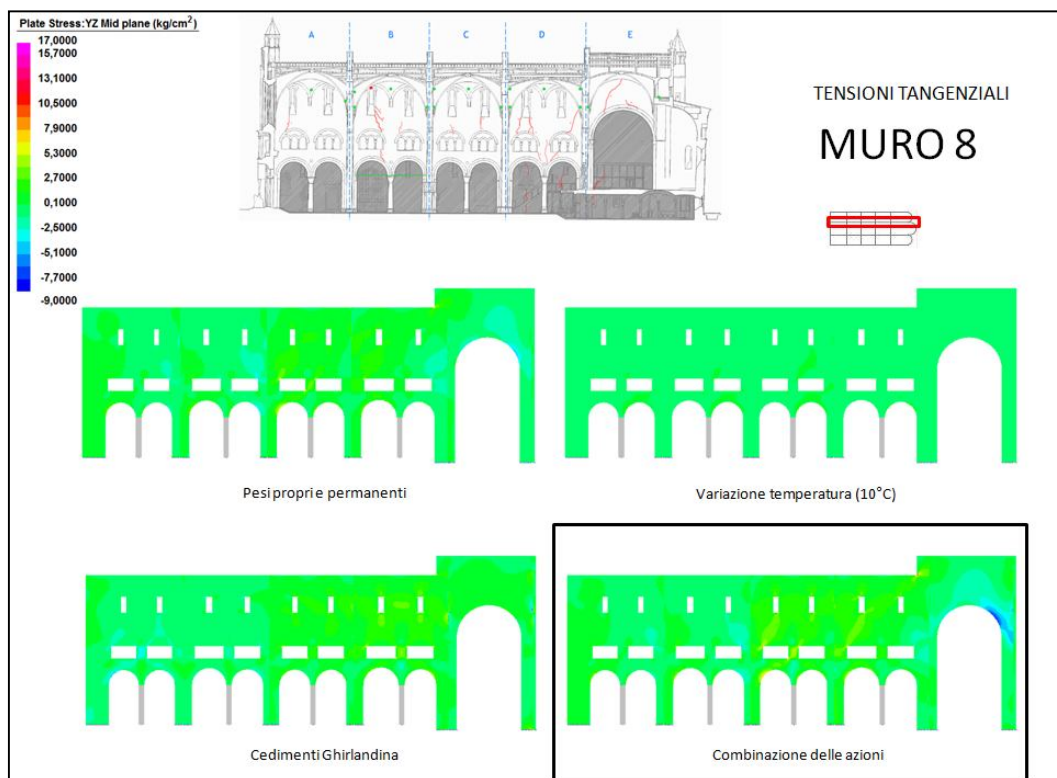
8.5.4.2 Tensioni tangenziali per i muri 3 e 4.



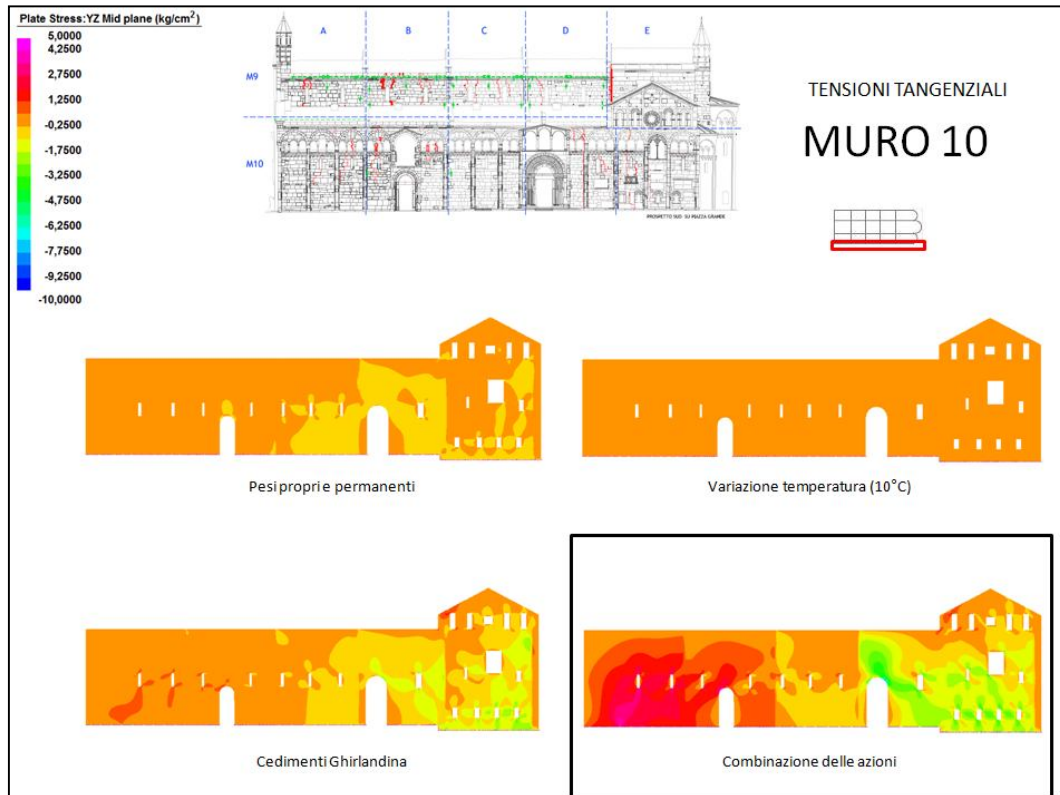
8.5.4.3 Tensioni tangenziali per i muri 5 e 6.



8.5.4.4 Tensioni tangenziali per i muri A e 7.



8.5.4.5 Tensioni tangenziali per i muri 7 e 9.



8.5.4.6 Tensioni tangenziali per il muro 10.

Conclusioni

Le molteplici analisi svolte ci hanno fornito degli importanti spunti di riflessione.

Lo studio dei livelli tensionali alla base ha evidenziato la maggior pressione nella zona del coro rispetto a quella delle navate, inoltre si è notato che la presenza delle molle differenziate simulanti le preesistenze portano concentrazioni di tensioni nelle zone in cui avviene il passaggio tra i due diversi moduli di reazione. Lo studio delle isostatiche di trazione ha portato all'individuazione delle zone critiche di ogni paramento murario, inoltre il confronto con il quadro fessurativo ha consentito di determinare quali lesioni possono essere state provocate o aggravate dall'azione dei carichi statici verticali.

Lo studio approfondito dei vincoli orizzontali con analisi non lineare su modello semplificato, ha consentito di appurare che il comportamento non lineare del vincolo alla base si ha soltanto per incrementi di carico elevati, pari al doppio dei carichi statici agenti. Da ciò deriva la modellazione dei vincoli orizzontali come molle lineari da applicare sul modello dettagliato del Duomo.

Dall'analisi con combinazione delle azioni in termini di isostatiche di trazione, sul modello con molle verticali differenziate e molle orizzontali lineari, si è potuto determinare quali lesioni siano attribuibili ai carichi statici, ai cedimenti generati dalla Ghirlandina o alla combinazione di entrambi.

In conclusione dallo studio della deformata e dal confronto con i rilievi in sito, laser scanner e strapiombi, si è verificato che il modello agli elementi finiti, sottoposto alle diverse azioni considerate e opportunamente vincolato, fornisce risultati qualitativamente coerenti con le deformazioni e con le inclinazioni misurate e conferma le ipotesi sul comportamento del Duomo fatte nel paragrafo 1.6. Se ne deduce che lo stato di danno attuale e il complessivo movimento di torsione lungo l'asse longitudinale sono effettivamente generati da un insieme di azioni ognuna delle quali è causa di parte dei dissesti e delle deformazioni presenti e che assemblate portano la struttura allo stato attuale.

Bibliografia

Riferimenti bibliografici

1. ACIDINI LUCHINAT, C., PICONI, S., SERCHIA, L. *I restauri del Duomo di Modena 1875-1984*, Panini Editore, Modena, 1984.
2. ARMANDI, M. *Il repertorio di mensole con protome nel Duomo di Modena*, in *Wiligelmo e Lanfranco nell'Europa romanica (Atti del convegno, Modena 1985)*, Modena, 1989.
3. AUTENRIETH, H. P. *Il colore dell'architettura*, in *Lanfranco e Wiligelmo. Il Duomo di Modena (catalogo della mostra, Modena 1984)*, a cura di E. CASTELNUOVO, V. FUMAGALLI, A. PERONI, S. SETTIS, Modena, 1984.
4. BARACCHI GIOVANARDI, O., GIOVANNINI, C. *Il Duomo e la Torre di Modena, nuovi documenti e ricerche*, Aedes Muratoriana, Modena, 1988.
5. BARACCHI GIOVANARDI, O. *Rinnovamenti e restauri architettonici nel duomo, nelle sagrestie e nella torre*, in BARACCHI GIOVANARDI, O., GIOVANNINI C., *Il Duomo e la Torre di Modena. Nuovi documenti e ricerche*, Modena, 1988.
6. BARACCHI GIOVANARDI, O. *Volte a crociera e affreschi del Duomo: nuovi documenti del '400 e '500*, in *Atti e Memorie della Deputazione di Storia Patria per le Antiche Province Modenesi*, s. XI, XV, 1993.
7. CADIGNANI, R. *La torre Ghirlandina. Un progetto per la Conservazione*, Luca Sossella Editore, Modena, 2009.
8. CALORI CESIS, L. *Di un rudere scoperto nella demolizione della cappella delle reliquie nella Cattedrale di Modena*, Modena, Antica tipografia Soliani, 1897.
9. DONDI, A. *Il Duomo di Modena, notizie storiche ed artistiche*, Modena, 1896.

10. FACCIOLI R., *Relazione dei lavori compiuti dall'Ufficio Regionale per la Conservazione dei monumenti dell'Emilia dall'anno 1892 al 1897*, Zanichelli, Bologna, 1898
11. FACCIOLI R., *Relazione dei lavori compiuti dall'Ufficio Regionale per la Conservazione dei monumenti dell'Emilia dall'anno 1898 al 1901*, Zanichelli, Bologna, 1898.
12. GIOVANNINI, C. *L'antico organo del Duomo di Modena*, in SANDONNINI, T. *Cronaca dei restauri del duomo di Modena (1897-1925)*, a cura di O. BARACCHI GIOVANARDI, Modena, 1983.
13. HEYMAN, J., M.A., Ph. D., F.I.C.E., F.S.A., *The masonry arch*, publishers Chichister, England, 1982.
14. HEYMAN, J., *The Stone Skeleton, Structural Engineering of Masonry Architecture*, Cambridge, United Kingdom, 1997.
15. *Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni" di cui al D.M. 14 gennaio 2008*, Circolare 2 febbraio 2009, n. 617.
16. *Linee Guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale*, Cingemi Editore, Roma, 2006.
17. LOMARTIRE, S. *Paramenti murari del Duomo di Modena. Materiali per un'edizione critica*, in *Wiligelmo e Lanfranco nell'Europa romanica (Atti del convegno, Modena 1985)*, Modena, 1989.
18. LOMARTIRE, S. *I Campionesi al Duomo di Modena*, in *I Maestri Campionesi*, a cura di R. BOSSAGLIA e G. A. DELL'ACQUA, Bergamo, 1992.
19. *NTC 2008: Norme tecniche per le costruzioni di cui al D.M. 14 gennaio 2008*

20. PALAZZI, G. *Rilievi architettonici e topografici del Duomo di Modena*, in *Lanfranco e Wiligelmo. Il Duomo di Modena (catalogo della mostra, Modena 1984)*, a cura di E. CASTELNUOVO, V. FUMAGALLI, A. PERONI, S. SETTIS, Modena, 1984.
21. PALAZZI, G. *Analisi e interpretazione dei rilievi della facciata del duomo di Modena*, in *Wiligelmo e Lanfranco nell'Europa romanica (Atti del convegno, Modena 1985)*, Modena, 1989.
22. PERONI, A. *L'architetto Lanfranco e la struttura del Duomo*, in *Lanfranco e Wiligelmo. Il Duomo di Modena (catalogo della mostra, Modena 1984)*, a cura di E. CASTELNUOVO, V. FUMAGALLI, A. PERONI, S. SETTIS, Modena, 1984.
23. PERONI, A. *Architettura e scultura: aggiornamenti*, in *Wiligelmo e Lanfranco nell'Europa romanica (Atti del convegno, Modena 1985)*, Modena, 1989.
24. PISTONI, G. *Cesare Costa e il Duomo di Modena*, in *Cesare Costa. Contributi di studio presentati a ricordo del centenario della morte, (1975-76)*, Ed. Lo Scoltenna, 1977, ((Estr. da: Rassegna frignanese, a. 20, n.21 (1975-76)), pag.57-64
25. SANDONNINI, T. *Cronaca dei restauri del duomo di Modena (1897-1925)*, a cura di O. BARACCHI GIOVANARDI, Modena, 1983.
26. Materiale didattico del corso “*Earthquake resistant masonry buildings: Design and Rehabilitation*”, svolto dal Prof. Miha Tomazevic (Slovenian National Building and Civil Engineering Institute, Ljubljana), presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Brescia (1-6 giugno 2010).
27. Risultati del rilievo mediante laser-scanner della Convenzione di Ricerca tra il Prof. Ing. Alessandro Capra del Dipartimento DIMeC (Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile) dell'Università di Modena e Reggio Emilia e il Capitolato Metropolitano del Duomo di Modena, presentati in occasione degli incontri del Comitato Scientifico del Duomo.

28. Risultati sul rilievo storico, sul rilievo fotografico, sul rilievo dei danneggiamenti e delle lesioni del Duomo di Modena, presentati dall'Arch. Elena Silvestri dello Studio Tecnico Silvestri (Viale Caduti in Guerra n. 35, 41121 Modena), in occasione degli incontri del Comitato Scientifico del Duomo.
29. Risultati sul comportamento del terreno presentati dal Prof. Ing. Renato Lancellotta del Politecnico di Torino, in occasione degli incontri del Comitato Scientifico del Duomo.
30. Risultati sul rilievo archeologico/fotografico delle fondazioni del Duomo di Modena, presentati dall'Arch. Donato Labate della Soprintendenza Regionale.
31. Tesi di Laurea *Analisi strutturale del Duomo di Modena: rilievo, definizioni dei carichi, modellazione, analisi tensionale ed identificazione delle criticità*", svolta da Cavana C., Manna P., presso il Dipartimento DICAM della Facoltà di Ingegneria di Bologna, 2010.
32. Tesi di Laurea *Analisi strutturale del Duomo di Modena* svolta da Simona Martella presso il Dipartimento DICAM della Facoltà di Ingegneria di Bologna, 2010.